УДК 519.1

Э.И. ВАТУТИН, М.О. МАНЗЮК, В.С. ТИТОВ, С.Е. КОЧЕМАЗОВ, А.Д. БЕЛЫШЕВ, Н.Н. НИКИТИНА

КЛАССИФИКАЦИЯ КОМБИНАТОРНЫХ СТРУКТУР ИЗ ДИАГОНАЛЬНЫХ ЛАТИНСКИХ КВАДРАТОВ ПОРЯДКА 1–8 НА МНОЖЕСТВЕ ОТНОШЕНИЯ ОРТОГОНАЛЬНОСТИ

В статье приводится краткое описание стратегии построения списка комбинаторных структур из диагональных латинских квадратов заданного порядка N. Для размерностей $N<9$ указанный список был построен с использованием проекта добровольных распределенных вычислений Gerasim@Home путем перечисления всех ДЛК заданной размерности, отыскания среди них квадратов, являющихся каноническими формами (лексикографически минимальными представителями в рамках соответствующих главных классов), построения для них ортогональных квадратов с использованием множеств трансверсалей и последующего решения задачи о точном покрытии с применением алгоритма танцующих связей в рамках метода Эйлера-Паркера с последующим анализом свойств найденной комбинаторной структуры. В результате анализа полученного множества комбинаторных структур выявлено, что клики мощностью более 2 встречаются по одному разу и только для размерностей 7 и 8, включая в своем составе соответственно 4 и 6 взаимно ортогональных диагональных латинских квадратов. Интересной особенностью является то, что указанные ДЛК в рамках соответствующих клик принадлежат к одному главному классу.

Ключевые слова: *комбинаторика, диагональные латинские квадраты, ортогональные диагональные латинские квадраты, комбинаторные структуры, добровольные распределенные вычисления, Gerasim@Home, BOINC.*

Введение

Латинские квадраты (ЛК) являются достаточно известным типом комбинаторных объектов [1], изучению свойств которых посвящено внимание ряда ученых. Латинский квадрат порядка N представляет собой квадратную матрицу размера $N \times N$, ячейки которой заполнены элементами некоторого алфавита U мощностью N (для определенности – числами от 0 до $N-1$) таким образом, что в строках и столбцах все значения различны (строки и столбцы являются перестановками элементов множества U). Для диагональных латинских квадратов (ДЛК) дополнительно вводится ограничение на уникальность значений элементов на главной и побочной диагоналях. Парой ортогональных ЛК/ДЛК A и B (ОЛК/ОДЛК) называются такие квадраты, у которых все упорядоченные пары значений элементов $\left(a_{ij}, b_{ij}\right), i, j=\overline{1, N}$ различны. С ОЛК/ОДЛК связан ряд открытых математических проблем, наиболее известной из которых является проблема о существовании тройки взаимно ортогональных ЛК/ДЛК (ВОЛК/ВОДЛК) порядка $N=10$. В настоящее время существование искомой тройки не подтверждено, однако и не доказана невозможность ее построения. В общем случае, наиболее быстрым способом построения ОЛК/ОДЛК для заданного квадрата является метод Эйлера-Паркера [2], основанный на отыскании множества трансверсалей с последующим построением ортогональных квадратов из них путем решения задачи о точном покрытии (англ. exact cover), наиболее эффективно решаемой в настоящее время с использованием алгоритма танцующих связей (англ. DLX) [3] (для некоторых частных случаев возможно более быстрое построение ортогональных квадратов через самоортогональные квадраты (англ. SOLS/SODLS) [4] или путем перестановки строк исходного квадрата [5]). Путем эквивалентных преобразований (для ЛК – перестановка строк/столбцов, перенумерация значений элементов, транспонирование и отражение; для ДЛК – перенумерация значений элементов, транспонирование, отражение и M-преобразования первого и второго типа [6]) квадраты могут быть сгруппированы в соответствующие классы изоморфизма (в данном случае – главные классы [7]), в рамках которых свойства квадратов не различаются, что позволяет существенно сократить пространство поиска. Строковым представлением квадрата называется последовательность значений элементов квадрата, выписанных построчно слева направо. Канонической формой (КФ) квадрата называется лексикографически минимальное строковое представление квадрата в рамках соответствующего главного класса. Комбинаторной структурой из ДЛК называется связный граф, вершинами которого являются ДЛК, а ребра соединяют ортогональные ДЛК. Поиск троек ДЛК (а в общем случае – клик из ДЛК мощностью более 3) может быть эффективно осуществлен путем классификации всех комбинаторных структур для выбранной размерности N с последующим отысканием клик мощностью 3 в их составе. В настоящее время коллективом авторов произведена частичная классификация комбинаторных структур из ДЛК порядка 10 [8, 13] как результат расчетов в проекте добровольных распределенных вычислений Gerasim@Home [9] на платформе BOINC [10]. В составе найденных комбинаторных структур не присутствуют клики мощностью более 2, что не позволяет построить на их базе искомую тройку ВОДЛК порядка 10. При этом комбинаторные структуры из ДЛК малых порядков в литературе не представлены, что делает актуальной задачу их построения с последующим выделением и анализом свойств клик из ДЛК в их составе.

Вычислительные эксперименты и анализ экспериментальных данных

С использованием проекта добровольных распределенных вычислений Gerasim@Home был организован ряд вычислительных экспериментов, направленных на перечисление всех КФ ДЛК заданной размерности $N=\overline{1,8}$ с целью построения и классификации всех возможных комбинаторных структур, результаты которого приведены в таблицах 1–5 и на рисунке (следует отметить, что для размерности $N=1$ единственный квадрат из одного значения ортогонален сам себе и образует структуру «однушка»; для размерностей $N=2,3$ ДЛК не существуют; ввиду ограничения объема статьи в таблицах приведены по одному строковому представлению ДЛК для каждой из структур, остальные ДЛК могут быть построены с использованием метода Эйлера-Паркера [14]).

Таблица 1

Комбинаторные структуры из ДЛК порядка $N=4$

Тип структуры	**ДЛК**	**Число вершин, число дуг, число КФ, отсортированный вектор степеней вершин**
однушка	0123230132101032	2, 1, 1, [1, 1]

Таблица 2

Комбинаторные структуры из ДЛК порядка $N=5$

Тип структуры	**ДЛК**	**Число вершин, число дуг, число КФ, отсортированный вектор степеней вершин**
пустышка	0123413420421032034134012	1, 0, 1, [1]
однушка	0123423401401231234034012	2, 1, 1, [1, 1]

Таблица 3

Комбинаторные структуры из ДЛК порядка $N=6$

Тип структуры	**ДЛК**	**Число вершин, число дуг, число КФ, отсортированный вектор степеней вершин**
пустышка	012345120534435021301452543210254103	1, 0, 1, [1]

Таблица 4

Комбинаторные структуры из ДЛК порядка $N=7$

Тип структуры	**ДЛК**	**Число вершин, число дуг, число КФ, отсортированный вектор степеней вершин**
пустышка	0123456120653454310623654201401562365423102360145	1, 0, 1, [1]
однушка	0123456124563064520135364102461032535012642036541	2, 1, 1, [1, 1]
клика-4	0123456231564056401234062315620153415340623456201	4, 6, 1, [4, 4, 4, 4]

Таблица 5

Комбинаторные структуры из ДЛК порядка $N = 8$

Тип структуры	**ДЛК**	**Число вершин, число дуг, число КФ, отсортированный вектор степеней вершин**
пустышка	0123456712045736673014524675210324 567310351206747061324553476021	1, 0, 1, [1]
несимметричная однушка	0123456712047635537160427635120464 523170306754212546071347102356	2, 1, 2, [1, 1]
симметричная однушка	0123456712357604371024567654321053 716042406753216542017324061735	2, 1, 1, [1, 1]
несимметричная двушка	0123456712047635537160427635120464 523170376054212546071340172356	3, 2, 3, [1, 1, 2]
симметричная двушка	0123456712547630306724517645120354 123076230167454576031267305124	3, 2, 2, [1, 1, 2]
линия-4	0123456712370456354276015671324073 546012671053244065217324061735	4, 3, 4, [1, 1, 2, 2]
цикл-4 (ромб-2)	0123456712547036306724514675120354 123670230167457546031267305124	4, 4, 1, [2, 2, 2, 2]
трешка	0123456712306745645701237546301246 751230576423013012547623017654	4, 3, 3, [1, 1, 1, 3]
симметричная четверка (3 КФ)	0123456712370456371526046574302153 016742764253104056127324607135	5, 4, 3, [1, 1, 1, 1, 4]
симметричная четверка (4 КФ)	0123456712305746756401236475321057 461032465723013012647523017654	5, 4, 4, [1, 1, 1, 1, 4]
несимметричная четверка	0123456712057634763412054567012353 716042375624102410375660425371	5, 4, 5, [1, 1, 1, 1, 4]
ромб-4	0123456712307654564720316475130230 126745756431202301547647560213	6, 8, 3, [2, 2, 2, 2, 4, 4]
еж-3 (6 КФ)	0123456723017654156732407452603152 741306671504234036517236402715	8, 7, 6, [1, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4]
еж-3 (8 КФ)	0123456753607142465702132714360532 716054140257367536142060452371	8, 7, 8, [1, 1, 1, 1, 1, 1, 4, 4]
одуванчик	0123456723016745145702367246135067 352401456071235014367236725014	13, 12, 12, [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 7]
кактус	0123456712307456406521732714360576 425310350617245471603263570241	34, 33, 14, [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 4, 4, 6, 6, 7, 7]
олень	0123456712307654456723015674103274 563210674501233012547623016745	7, 6, 7, [1, 1, 1, 1, 2, 2, 4]
пирамида-1-4-3	0123456712307456547610324765210323 016745604253717654321035170624	8, 16, 4, [4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
дерево-2	0123456712307456356701245604371274 561230674523014012567323716045	7, 6, 7, [1, 1, 1, 1, 2, 3, 3]
дерево-3	0123456712305746456721036745301254 761230765403213012647523017654	10, 9, 9, [1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 4]
крест	0123456723061745154073266735240174 516230326701544012567356743012	6, 5, 6, [1, 1, 1, 1, 2, 4]
клубок	0123456723061745154073266735240174 516230326701544012567356743012	348 000, 482 688, 657, I^*

Примечание *. Для структуры «клубок» отсортированный по возрастанию вектор степеней вершин имеет следующий вид:

$$I=[\underbrace{1,1,...,1}_{270\,528},\underbrace{2,2,...,2}_{24\,480},\underbrace{3,3,...,3}_{5\,952},\underbrace{4,4,...,4}_{28\,800},\underbrace{5,5,...,5}_{1152},\underbrace{6,6,...,6}_{1\,344},\underbrace{7,7,...,7}_{3\,456},\underbrace{8,8,...,8}_{576},$$

$$\underbrace{9,9,...,9}_{384},\underbrace{10,10,...,10}_{288},\underbrace{11,11,...,11}_{384},\underbrace{12,12,...,12}_{768},\underbrace{13,13,...,13}_{384},\underbrace{14,14,...,14}_{864},$$

$$\underbrace{16,16,...,16}_{1\,056},\underbrace{18,18,...,18}_{576},\underbrace{19,19,...,19}_{576},\underbrace{20,20,...,20}_{1\,440},\underbrace{22,22,...,22}_{576},\underbrace{24,24,...,24}_{384},$$

$$\underbrace{28,28,...,28}_{1\,344},\underbrace{40,40,...,40}_{96},\underbrace{45,45,...,45}_{576},\underbrace{48,48,...,48}_{96},\underbrace{50,50,...,50}_{288},\underbrace{108,108,...,108}_{768},$$

$$\underbrace{116,116,...,116}_{288},\underbrace{128,128,...,128}_{96},\underbrace{131,131,...,131}_{384},\underbrace{824,824,...,824}_{96}].$$

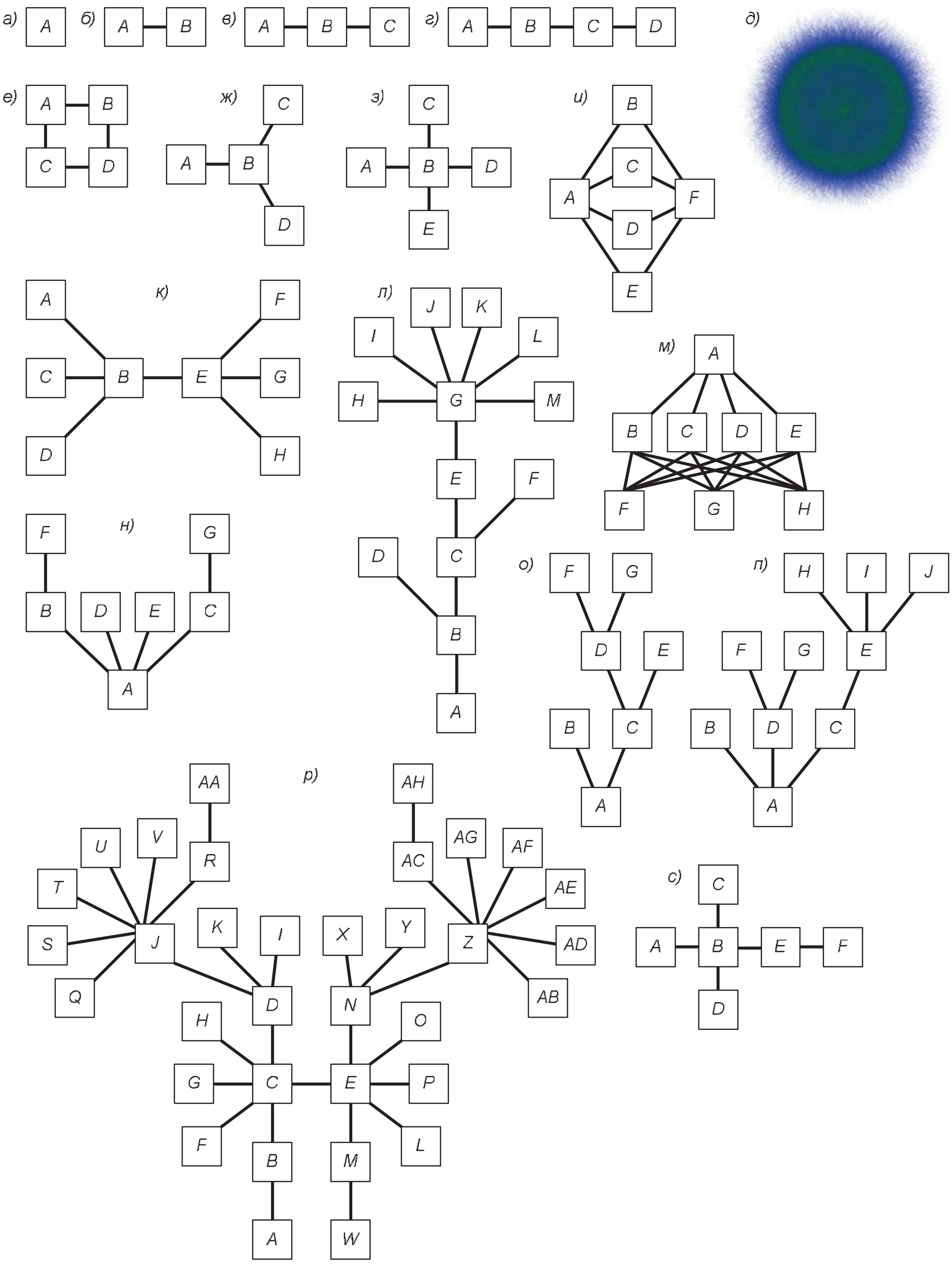

Рис. Перечень комбинаторных структур из ДЛК порядка 8 на множестве отношения ортогональности: пустышка (а), однушка (б), двушка (в), линия-4 (г), клубок (д), цикл-4 (е), трешка (ж), четверка (з), ромб-4 (и), еж (к), одуванчик (л), пирамида-1-4-3 (м), олень (н), дерево-2 (о), дерево-3 (п), кактус (р), крест (с)

В составе перечисленных выше комбинаторных структур из ДЛК порядка $N=\overline{1,8}$ клики из ВОДЛК мощностью более 2 встречаются лишь для размерностей $N=7$ (клика из 4 ВОДЛК, в чистом виде в составе одноименной комбинаторной структуры «клика-4») и $N=8$ (клика из 6 ВОДЛК как часть (подграф) в составе комбинаторной структуры «клубок», встречается несколько раз в составе графа, все клики изоморфны с точностью до главного класса ДЛК). Они образованы соответственно следующими ДЛК:

ДЛК 1: 0123456231564056401234062315620153415340623456201 (КФ);
ДЛК 2: 0123456620153434562011534062231564040623155640123;
ДЛК 3: 0123456564012315340626201534345620123156404062315;
ДЛК 4: 0123456345620140623152315640564012362015341534062;

и

ДЛК 1: 0123456723016745456701236745230132107654103254767654321054761032 (КФ);
ДЛК 2: 0123456732107654674523015476103276543210456701231032547623016745;
ДЛК 3: 0123456745670123321076547654321067452301230167455476103210325476;
ДЛК 4: 0123456754761032103254764567012323016745765432103210765467452301;
ДЛК 5: 0123456767452301765432101032547654761032321076542301674545670123;
ДЛК 6: 0123456776543210547610322301674510325476674523014567012332107654.

Интересной особенностью перечисленных выше ДЛК, образующих клики, является то, что в составе каждой группы они принадлежат к одному и тому же главному классу (обладают одной КФ). Зависимость максимальной мощности клики из ВОДЛК от порядка ДЛК N выражается следующей числовой последовательностью: 1, 0, 0, 2, 2, 0, 4, 6, ≥ 2, ≥ 2 (для размерности $N=9$ состав и мощности соответствующих клик ВОДЛК не отражен в литературе, однако, как минимум известно, что для данной размерности существуют ОДЛК; для размерности $N=10$ в составе комбинаторных структур [8] клик ВОДЛК мощностью более 2 на данный момент не выявлено). Найденная числовая последовательность является новой и не представлена в Онлайн-энциклопедии числовых последовательностей (англ. OEIS) [11], насчитывающей в настоящее время более 300 тысяч различных целочисленных последовательностей. В перспективе дальнейших исследований планируется построение аналогичного множества структур для размерности $N=9$ (в настоящее время соответствующие расчеты выполняются в рамках проекта добровольных вычислений Rake-Search [12]), расширение списка известных комбинаторных структур для размерности $N=10$ путем анализа свойств обобщенных симметрий в ДЛК и их окрестностей (в настоящее время соответствующие расчеты выполняются в рамках проекта добровольных вычислений Gerasim@Home), и попытка построения троек ВОДЛК порядка $N=10$ на базе особенностей, отмеченных для ВОДЛК малых порядков.

Работа была частично поддержана РФФИ, гранты №№ 17-07-00317-а, 18-07-00628, 18-37-00094, 19-07-00746-а.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Colbourn C.J., Dinitz J.H. Handbook of Combinatorial Designs, Second Edition. Chapman & Hall/CRC, 2006. 1016 p.
2. Кнут Д.Э. Искусство программирования. Т. 4А. Комбинаторные алгоритмы. Ч. 1. М.: Вильямс, 2013. 960 с.
3. Knuth D.E. Dancing links // arXiv:cs/0011047v1 [cs.DS]. 2000. 26 p.
4. Bennett F.E., Beiliang Du, Hantao Zhang. Existence of self-orthogonal diagonal Latin squares with a missing subsquare // Discrete Mathematics. 2003. Vol. 261. P. 69-86.
5. Манзюк М.О., Никитина Н.Н., Ватутин Э.И. Применение распределенных вычислений для поиска и исследования ортогональных диагональных латинских квадратов 9 ранга // Цифровые технологии в образовании. Петрозаводск: изд-во ПетрГУ, 2017. С. 97–100.
6. Чебраков Ю.В. Теория магических матриц. Санкт-Петербург, 2016. 352 с.
7. McKay B.D., Meynert A. Myrvold W. Small Latin Squares, Quasigroups and Loops // Journal of Combinatorial Designs. 2007. Vol. 15. № 2. P. 98–119.
8. Vatutin E.I., Titov V.S., Zaikin O.S., Kochemazov S.E., Manzuk M.O., Nikitina N.N. Orthogonality-based classification of diagonal Latin squares of order 10 // CEUR Workshop Proceedings. 2018. Vol. 2267. Proceedings of the VIII International Conference "Distributed Computing and Grid-technologies in Science and Education" (GRID 2018). Dubna, JINR, 2018. P. 282–287.

9. http://gerasim.boinc.ru
10. Anderson D.P., Fedak G. The computational and storage potential of volunteer computing // Sixth IEEE International Symposium on Cluster Computing and the Grid (CCGrid 2006). Singapore, 2006. P. 73–80.
11. Sloane N.J.A. The on-line encyclopedia of integer sequences // https://oeis.org/
12. https://rake.boincfast.ru/rakesearch/
13. Vatutin E.I. et al. List of the combinatorial structures from DLSs of order 10 on orthogonality relationship set // http://evatutin.narod.ru/evatutin_ls_all_structs_eng.pdf
14. Vatutin E.I. et al. List of the combinatorial structures from DLSs of orders 1–8 on orthogonality relationship set // http://evatutin.narod.ru/evatutin_ls_all_structs_n1to8_eng.pdf

---

Ватутин Эдуард Игоревич
Канд. техн. наук, доцент каф. Вычислительной техники,
Юго-Западный государственный университет
305040, Россия, г. Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94,
ORCID 0000-0002-7362-7387
Тел.: +7-4712-22-26-65
Эл. почта: evatutin@rambler.ru

Манзюк Максим Олегович
Почетный член,
Интернет-портал BOINC.ru
Тел.: +7-4712-22-26-65
Эл. почта: hoarfrost@rambler.ru

Титов Виталий Семенович
Д-р техн. наук, профессор,
Заведующий каф. Вычислительной техники,
Юго-Западный государственный университет
305040, Россия, г. Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94,
Тел.: +7-4712-22-26-70
Эл. почта: titov-kstu@rambler.ru

Кочемазов Степан Евгеньевич
Научный сотрудник лаборатории 6.2,
Институт динамики систем и теории управления
им. В.М. Матросова СО РАН
664033, Россия, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 134
ORCID 0000-0003-2848-5786
Тел.: +7-908-66-00-518
Эл. почта: veinamond@gmail.com

Белышев Алексей Дмитриевич
Почетный член,
Интернет-портал BOINC.ru
Тел.: +7-4712-22-26-65
Эл. почта: alexey-bell@yandex.ru

Никитина Наталья Николаевна
Научный сотрудник лаборатории
телекоммуникационных систем,
Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра РАН
185910, Россия, г. Петрозаводск, ул. Пушкинская, 11,
ORCID 0000-0002-0538-2939
Тел.: +7-8142-76-63-12
Эл. почта: nikitina@krc.karelia.ru

E.I. VATUTIN, M.O. MANZUK, V.S. TITOV, S.E. KOCHEMAZOV, A.D. BELYSHEV, N.N. NIKITINA

ORTHOGONALITY-BASED CLASSIFICATION OF DIAGONAL LATIN SQUARES OF ORDERS 1–8

The article provides a brief description of the strategy for getting a list of combinatorial structures from the diagonal Latin squares of a selected order N. For orders N<9 this list was built using the Gerasim@Home project of voluntary distributed computing. For each dimension all DLSs were enumerated, squares among them were found as canonical forms (minimally lexicographically within the respective main classes), orthogonal squares were constructed for them using transversals sets and then solved the problem of exact coverage using the dancing link algorithm within the Euler-Parker method. After that subsequent analysis of the properties of the found combinatorial structure was performed. As a result of the analysis of the obtained set of combinatorial structures, it was revealed that cliques with a capacity of more than 2 occur once and only for dimensions 7 and 8, including 4 and 6 mutually orthogonal diagonal Latin squares respectively. An interesting feature is that the said DLSs within the relevant cliques belong to the same main class.

Keywords: *combinatorics, diagonal Latin squares, orthogonal diagonal Latin squares, combinatorial structures, volunteer computing, Gerasim@Home, BOINC.*

REFERENCES

1. Colbourn C.J., Dinitz J.H. Handbook of Combinatorial Designs. Second Edition. *Chapman & Hall/CRC.* 2006. 1016 p.
2. Knuth D.E. Art of programming. Vol. 4A. Combinatorial algorithms. Part 1. *Moscow. Publisher Willams*. 2013. 960 p. (in Russian).
3. Knuth D.E. Dancing links. *arXiv:cs/0011047v1 [cs.DS]*. 2000. 26 p.

4. Bennett F.E., Beiliang Du, Hantao Zhang. Existence of self-orthogonal diagonal Latin squares with a missing subsquare. *Discrete Mathematics*. 2003. Vol. 261. P. 69-86.
5. Manzuk M.O., Nikitina N.N., Vatutin E.I. Employment of distributed computing to search and explore orthogonal diagonal latin squares of rank 9. Digital *technologies in education. Petrozavodsk*. 2017. P. 97–100. (in Russian).
6. Chebrakov Yu.V. Theory of magic matrixes. *Saint-Peterburg*. 2016. 352 p. (in Russian).
7. McKay B.D., Meynert A. Myrvold W. Small Latin Squares, Quasigroups and Loops. *Journal of Combinatorial Designs*. 2007. Vol. 15. No. 2. P. 98–119.
8. Vatutin E.I., Titov V.S., Zaikin O.S., Kochemazov S.E., Manzuk M.O., Nikitina N.N. Orthogonality-based classification of diagonal Latin squares of order 10. *CEUR Workshop Proceedings*. 2018. Vol. 2267. Proceedings of the VIII International Conference "Distributed Computing and Grid-technologies in Science and Education" (GRID 2018). Dubna. JINR. 2018. P. 282–287.
9. *http://gerasim.boinc.ru*
10. Anderson D.P., Fedak G. The computational and storage potential of volunteer computing. *Sixth IEEE International Symposium on Cluster Computing and the Grid (CCGrid 2006). Singapore*. 2006. P. 73–80.
11. Sloane N.J.A. The on-line encyclopedia of integer sequences. *https://oeis.org/*
12. *https://rake.boincfast.ru/rakesearch/*
13. Vatutin E.I. et al. List of the combinatorial structures from DLSs of order 10 on orthogonality relationship set. *http://evatutin.narod.ru/evatutin_ls_all_structs_eng.pdf*
14. Vatutin E.I. et al. List of the combinatorial structures from DLSs of orders 1–8 on orthogonality relationship set. *http://evatutin.narod.ru/evatutin_ls_all_structs_n1to8_eng.pdf*

Eduard I. Vatutin
PhD of Technical Sciences, Docent
of Department of Computing Techniques,
Southwest State University
94, 50 let Oktyabrya str., Kursk, Russia, 305040,
ORCID 0000-0002-7362-7387
Phone: +7-4712-22-26-65
E-mail: evatutin@rambler.ru

Maxim O. Manzuk
Honorary member,
Internet-portal BOINC.ru
Phone: +7-4712-22-26-65
E-mail: hoarfrost@rambler.ru

Vitaly S. Titov
Doctor of Technical Sciences, Professor,
Head of Department of Computing Techniques,
Southwest State University
94, 50 let Oktyabrya str., Kursk, Russia, 305040,
Phone: +7-4712-22-26-70
E-mail: titov-kstu@rambler.ru

Stepan E. Kochemazov
Research associate in laboratory 6.2,
Matrosov Institute for Sytem Dynamics and
Control Theory SB RAS.
134, Lermontov str., Irkutsk, Russia, 664033,
ORCID 0000-0003-2848-5786
Phone: +7-908-66-00-518
E-mail: veinamond@gmail.com

Alexey D. Belyshev
Honorary member,
Internet-portal BOINC.ru
Phone: +7-4712-22-26-65
E-mail: alexey-bell@yandex.ru

Natalia N. Nikitina
Research Associate in the Laboratory for Telecommunications
Systems Institute of Applied Mathematical Research,
Karelian Research Center of the RAS
11, Pushkinskaya str., Petrozavodsk, Karelia, 185910, Russia
ORCID 0000-0002-0538-2939
Phone: +7-8142-76-63-12
E-mail: nikitina@krc.karelia.ru