



Olimpiada
Paceña de
Matemática



UKAMAU

JUNIO 2015

1

Universidad Mayor de San Andrés
Facultad de Ciencias Puras y Naturales

Carrera de Matemática

Director: Lic. Zenón Condori Gonzales

Instituto de Investigación Matemática-IIMAT

Director: Dr. Hans Nina Hooper

Apoya:

Sociedad Boliviana de Matemática-SoBolMat

Presidente: M.Sc. Santiago Sologuren

Olimpiada Paceña de Matemática-OPM

Av. Villazón 1995, Monoblock Central UMSA, Planta Baja del Edificio Viejo.

Teléfono: 2441578

e-mail: olimpiadaOPM@gmail.com

<http://www.opmat.org>

La Paz, Bolivia.

Olimpiada Paceña de Matemática 2015

Presidente: Dr. Jimmy Santamaria Torrez

Comité Académico: M.Sc. Charlie Lozano Correa, Dr. Hans Nina Hooper,
Lic. Helder López Romero.

Comité editorial de UKAMAU

Editor responsable: Jimmy Santamaria Torrez

Revisión: Charlie Lozano Correa

Ediciones Instituto de Investigación Matemática-IIMAT U.M.S.A.

UKAMAU N°1, Junio 2015

Derechos reservados de acuerdo a Ley.

Número de Depósito Legal: 4-3-74-15 P.O.

Versión preliminar publicada anteriormente con el nombre:

Revista Olimpiada Matemática Volumen No. 1, Agosto 2011

Resolución del H. Consejo de Carrera de Matemática N° 100/2011

IMPRESO EN ARTES GRÁFICAS "GAMA"

Cel.: 77218044

A los lectores

La Olimpiada Paceña de Matemática-OPM se realiza anualmente desde el año 2005, es un proyecto institucional de interacción social de la Carrera de Matemática y del Instituto de Investigación Matemática-IIMAT.

Los estudiantes y profesores participantes de la OPM demandaron fuentes de problemas preferentemente con soluciones, que no solo sirvan como un referente de lo que se puede esperar en la propia OPM, sino también que les permita tener una experiencia de encarar problemas de olimpiadas, cuya solución enfatiza la creatividad y el ingenio, donde la técnica procedimental es un recurso y no un fin. Como respuesta, en el año 2011 la Comisión de Olimpiadas de la Carrera de Matemática de la UMSA publicó la Revista Olimpiada Matemática, Volumen No.1, sin duda esta publicación fue exitosa al difundir la pruebas de la Olimpiada Paceña de Matemática de los años 2007, 2008, 2009 y 2010. En el año 2012 se publicó la Revista Olimpiada Matemática, Volumen No. 2. Ambas revistas tuvieron un éxito notable, pero la cantidad de impresiones no fue grande y en consecuencia no tuvieron la repercusión que se pretendía.

La Revista UKAMAU pretende continuar el espíritu que animó la Revista Olimpiada Matemática, pero además de adoptar un nombre propio también adoptaremos una identidad definida con la esperanza que su publicación sea regular y sobre todo que sea de utilidad no sólo para estudiantes y profesores de secundaria de La Paz, sino de toda Bolivia. Ukamau significa en aymara “Así es” y en el marco de la OPM puede entenderse como “Así es la Matemática”. El nombre ha sido elegido de tal forma que exprese uno de los objetivos principales de la OPM, que es difundir una matemática diferente, con la que los estudiantes están poco familiarizados y que rescata una de sus facetas más importantes en la resolución de problemas, el razonamiento matemático.

La diversidad de las fuentes utilizadas, como libros, revistas, internet y fundamentalmente las pruebas de olimpiadas organizadas a nivel nacional e internacional, disponibles públicamente a través de diferentes medios de difusión, son una garantía de la pertinencia del contenido seleccionado para esta publicación. Esperamos entonces una lectura crítica y activa del contenido, e invitamos al

lector a formar parte del equipo de olimpiadas de la Carrera de Matemática, aportando soluciones a los problemas propuestos, soluciones alternativas a los problemas resueltos, nuevos problemas o correcciones, y asumir así un rol activo en el desarrollo de la matemática, la ciencia y la sociedad.

El primer número de UKAMAU repite los contenidos de la Revista Olimpiada Matemática, Volumen 1, sin embargo, está organizada por categorías y por fases, como se estructura la OPM anualmente.

Desde el año 2013 la OPM se estructura por categorías de acuerdo a:

- **Categoría α .** Actualmente comprende el 1ro y 2do de secundaria.
- **Categoría β .** Actualmente comprende el 3ro y 4to de secundaria.
- **Categoría γ .** Actualmente comprende el 5to y 6to de secundaria.

La revista ha sido diseñada con la intención de facilitar no solo la lectura del contenido, sino también para fomentar un hábito muy útil en el proceso de aprendizaje autónomo o auto-entrenamiento para una olimpiada de matemática, el hábito de la perseverancia. Pensar un problema involucra creatividad, y la creatividad es un proceso complejo de razonamiento que requiere un tiempo para desarrollarse, por eso la primera parte del contenido son enunciados de los problemas de la OPM. Tomarse un tiempo para pensar un problema es una de las más básicas estrategias para resolverlo y perseverar en el mismo también, no hay fórmulas mágicas para resolver problemas de matemática, hay ideas, ideas que deben ser maduradas a través del razonamiento matemático. La segunda parte son las soluciones detalladas de los problemas de la OPM. Para su fácil acceso en la parte final de la revista encontrarán la Clave de respuestas de la OPM. Sugerimos entonces en primera instancia comparar la solución encontrada con la que se propone en la Clave de respuestas, si la solución es correcta, estudiar la solución en la sección correspondiente, caso contrario lo mejor es perseverar, revisar el problema y la estrategia utilizada. Finalmente, la tercera parte de Problemas varios, con una Miscelánea de problemas resueltos y propuestos, que tienen el propósito de brindar un panorama del tipo de problemas que puede uno esperar en una olimpiada. Finalmente reiterar la invitación al lector, a colaborar

enviando al Proyecto de Olimpiadas de Matemática soluciones a los problemas propuestos o soluciones alternativas a los problemas resueltos. Algunas de estos aportes serán publicados en próximas ediciones de esta revista.

La Paz, junio del 2015.

Los editores

Olimpiada Paceña de Matemática

La Olimpiada Paceña de Matemática (OPM) es un proyecto institucional de interacción social de la Carrera de Matemática y del Instituto de Investigación Matemática-IIMAT, dependientes de la Facultad de Ciencias Puras y Naturales de la Universidad Mayor de San Andrés. La OPM tiene como objetivo fundamental estimular entre los jóvenes del departamento de La Paz la actividad matemática y desarrollar su capacidad para resolver problemas, contribuyendo de esta forma al mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el ámbito de la educación escolarizada.

La OPM está sujeta a los siguientes principios generales:

Libertad de participación: esta actividad es completamente voluntaria.

Participación gradual: se instrumenta la participación en función de la escolaridad, uso de métodos y conocimientos para evitar la temprana frustración de los alumnos con dificultades que exceden su madurez.

Intencionalidad educativa: la propuesta consiste en:

- Cambiar la idea errónea que se tiene acerca de la matemática en el sentido de que se trata de un cúmulo de procedimientos (recetario) para realizar ejercicios enteramente operativos y sin trascendencia por el de un espacio libre dotado de ciertas reglas donde se puede jugar utilizando la imaginación y la creatividad.
- Estimular a los estudiantes del sistema educativo en general, para descubrir el placer de aprender y hacer matemática, asimilando conceptos y procesos a través de la resolución de problemas.
- Influir positivamente en la mejora de la calidad del proceso enseñanza aprendizaje de la matemática.
- Promover el intercambio de experiencias entre profesores de matemática y matemáticos.

Igualdad de oportunidades: la intención es estimular el pensamiento crítico y ofrecer idéntica posibilidad de participación y de desarrollo personal en toda la comunidad escolar, independientemente de su condición social.

Integración social: es un aporte para la formación de recursos humanos.

Contenido

Contenido	I
Introducción	IV
Reseña:	
Creación de la Carrera de Matemática	
F.C.P.N. - U.M.S.A.	VII
I Problemas de la Olimpiada Paceña de Matemática	1
1. Primera fase	3
1.1. Categoría α	3
1.1.1. 6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	3
1.2. Categoría β	4
1.2.1. 3ra Olimpiada Paceña de Matemática (2007)	5
1.2.2. 4ta Olimpiada Paceña de Matemática (2008)	6
1.2.3. 5ta Olimpiada Paceña de Matemática (2009)	7
1.2.4. 6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	9
1.3. Categoría γ	12
1.3.1. 5ta Olimpiada Paceña de Matemática (2009)	12
1.3.2. 6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	14
2. Segunda fase	17
2.1. Categoría β	17
2.1.1. 5ta Olimpiada Paceña de Matemática (2009)	17
2.1.2. 6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	18
2.2. Categoría γ	19

II

CONTENIDO

2.2.1.	5ta Olimpiada Paceña de Matemática (2009)	19
2.2.2.	6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	21
3.	Tercera fase	22
3.1.	Categoría β	22
3.1.1.	Olimpiada Nacional 2007	22
3.2.	Categoría γ	24
3.2.1.	Olimpiada nacional 2007	24
II	Soluciones de la Olimpiada Paceña de Matemática	27
4.	Primera fase	29
4.1.	Categoría α	29
4.1.1.	6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	29
4.2.	Categoría β	32
4.2.1.	3ra Olimpiada Paceña de Matemática (2007)	32
4.2.2.	4ta Olimpiada Paceña de Matemática (2008)	35
4.2.3.	5ta Olimpiada Paceña de Matemática (2009)	36
4.2.4.	6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	40
4.3.	Categoría γ	43
4.3.1.	5ta Olimpiada Paceña de Matemática (2009)	43
4.3.2.	6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	46
5.	Segunda fase	49
5.1.	Categoría β	49
5.1.1.	5ta Olimpiada Paceña de Matemática (2009)	49
5.1.2.	5ta Olimpiada Paceña de Matemática 2010	52
5.2.	Categoría γ	54
5.2.1.	5ta Olimpiada Paceña de Matemática (2009)	54

<i>CONTENIDO</i>	III
5.2.2. 6ta Olimpiada Paceña de Matemática (2010)	57
6. Tercera fase	60
6.1. Categoría β	60
6.1.1. Olimpiada nacional 2007	60
6.2. Categoría γ	64
6.2.1. Olimpiada nacional 2007	64
III Problemas varios	70
7. Miscelánea de problemas resueltos	72
7.1. Enunciados	72
7.2. Soluciones	79
8. Problemas propuestos	95
Clave de respuestas de la Olimpiada Paceña de Matemática	105

Los demás páginas están en el texto impreso disponible en la Carrera de Matemática, planta baja del edificio viejo Monoblock UMSA, teléfono (591-2) 2441578, o en el Instituto de Investigación Matemática (IIMAT) VoIP: 261-2818, Campus Universitario UMSA de la zona de Cota Cota de la ciudad de La Paz–Bolivia. Correos: iimat@fcpn.edu.bo, iimat@umsa.bo