



# UKAMAU

3

DICIEMBRE 2017

**Universidad Mayor de San Andrés**  
**Facultad de Ciencias Puras y Naturales**  
**Carrera de Matemática**  
**Directora:** Miriam Mallea Morales M.Sc.  
**Instituto de Investigación Matemática-IIMAT**  
**Director:** Porfirio Suñagua Salgado Ph.D.

**Olimpiada Paceña de Matemática-OPM**  
Av. Villazón 1995, Monoblock Central UMSA, Planta Baja del Edificio Viejo.  
Teléfono: 2441578  
e-mail: [olimpiadaOPM@gmail.com](mailto:olimpiadaOPM@gmail.com)  
<http://www.opmat.org>  
La Paz, Bolivia.

**Olimpiada Paceña de Matemática 2017**  
**Presidente:** Jimmy Santamaria Torrez Ph.D.  
**Comité Académico:** Charlie Lozano Correa M.Sc., Fernando Vera Hurtado Ph.D.

**Comité editorial de UKAMAU**  
Jimmy Santamaria Torrez (Responsable)  
Charlie Lozano Correa  
Helder López Romero  
Fernando Vera Hurtado

**Ediciones Instituto de Investigación Matemática-IIMAT U.M.S.A.**  
**UKAMAU N° 3, Diciembre 2017**  
ISSN 2518-2870  
Derechos reservados de acuerdo a Ley.  
**Número de Depósito Legal: 4-3-74-15 P.O.**  
Resolución del H. Consejo de Carrera de Matemática:  
**FCPN/MAT RES. H.C.C./ Nro 191/2018**

IMPRESO EN ARTES GRÁFICAS "GAMA"  
Cel.: 77218044

---

---

# Cómo usar esta revista

---

---

Desde el año 2013 la Olimpiada Paceña de Matemática se estructura por categorías de acuerdo a:

- **Categoría  $\alpha$ .** Actualmente comprende el 1ro y 2do de secundaria.
- **Categoría  $\beta$ .** Actualmente comprende el 3ro y 4to de secundaria.
- **Categoría  $\gamma$ .** Actualmente comprende el 5to y 6to de secundaria.

La revista fue diseñada con la intención de facilitar no solo la lectura del contenido, sino también para fomentar un hábito, muy útil en el proceso de aprendizaje autónomo o auto-entrenamiento para una olimpiada de matemática, el hábito de la perseverancia. Pensar un problema involucra creatividad, y la creatividad es un proceso complejo de razonamiento que requiere un tiempo para desarrollarse, por eso la primera parte del contenido son enunciados de los problemas de la OPMat. Tomarse un tiempo para pensar un problema es una de las más básicas estrategias para resolverlo y perseverar en el mismo, no hay fórmulas mágicas para resolver problemas de matemática, hay ideas, ideas que deben ser maduradas a través del razonamiento matemático.

En la segunda parte de la revista encontrarán los enunciados de todas las fases de la 10ma y 11ra OPMats. En la tercera parte se desarrollan soluciones detalladas de los problemas de la OPMat. Para su fácil acceso en la parte final de la revista encontrarán la Clave de respuestas de la OPMat. Sugerimos entonces en primera instancia comparar la solución encontrada con la que se propone en la Clave de respuestas, si la solución es correcta, estudiar la solución en la sección correspondiente, caso contrario lo mejor es perseverar, revisar el problema y la estrategia utilizada.

---

# Sobre la OPMat

---

---

La Olimpiada Paceña de Matemática (OPMat) es un proyecto institucional de interacción social de la Carrera de Matemática y del Instituto de Investigación Matemática-IIMAT, dependientes de la Facultad de Ciencias Puras y Naturales de la Universidad Mayor de San Andrés. La OPMat tiene como objetivo fundamental estimular entre los jóvenes del departamento de La Paz la actividad matemática y desarrollar su capacidad para resolver problemas, contribuyendo de esta forma al mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el ámbito de la educación escolarizada.

La OPMat está sujeta a los siguientes principios generales:

*Libertad de participación:* esta actividad es completamente voluntaria.

*Participación gradual:* se instrumenta la participación en función de la escolaridad, uso de métodos y conocimientos para evitar la temprana frustración de los alumnos con dificultades que exceden su madurez.

*Intencionalidad educativa:* la propuesta consiste en:

- Cambiar la idea errónea que se tiene acerca de la matemática en el sentido de que se trata de un cúmulo de procedimientos (recetario) para realizar ejercicios enteramente operativos y sin trascendencia por el de un espacio libre dotado de ciertas reglas donde se puede jugar utilizando la imaginación y la creatividad.
- Estimular a los estudiantes del sistema educativo en general, para descubrir el placer de aprender y hacer matemática, asimilando conceptos y procesos a través de la resolución de problemas.
- Influir positivamente en la mejora de la calidad del proceso enseñanza aprendizaje de la matemática.
- Promover el intercambio de experiencias entre profesores de matemática y matemáticos.

*Igualdad de oportunidades:* la intención es estimular el pensamiento crítico y

ofrecer idéntica posibilidad de participación y de desarrollo personal en toda la comunidad escolar, independientemente de su condición social.

*Integración social:* es un aporte para la formación de recursos humanos.

# Contenido

<b>Contenido</b>	<b>I</b>
<b>I Ganadores de la Olimpiada Paceña de Matemática</b>	<b>1</b>
<b>1. 12da Olimpiada Paceña de Matemática (2017)</b>	<b>3</b>
1.1. Categoría $\alpha$ . . . . .	3
1.2. Categoría $\beta$ . . . . .	4
1.3. Categoría $\gamma$ . . . . .	5
<b>2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)</b>	<b>6</b>
2.1. Categoría $\alpha$ . . . . .	6
2.2. Categoría $\beta$ . . . . .	8
2.3. Categoría $\gamma$ . . . . .	8
<b>3. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)</b>	<b>9</b>
3.1. Categoría $\alpha$ . . . . .	9
3.2. Categoría $\beta$ . . . . .	10
3.3. Categoría $\gamma$ . . . . .	11
<b>II Problemas de la Olimpiada Paceña de Matemática</b>	<b>13</b>
<b>4. Primera fase</b>	<b>15</b>
4.1. Categoría $\alpha$ . . . . .	15
4.1.1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015) . . . . .	15
4.1.2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016) . . . . .	16
4.2. Categoría $\beta$ . . . . .	18

4.2.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	18
4.2.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	21
4.3.	Categoría $\gamma$	23
4.3.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	23
4.3.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	26
<b>5.</b>	<b>Segunda fase</b>	<b>29</b>
5.1.	Categoría $\alpha$	29
5.1.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	29
5.1.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	30
5.2.	Categoría $\beta$	32
5.2.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	32
5.2.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	34
5.3.	Categoría $\gamma$	36
5.3.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	36
5.3.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	38
<b>6.</b>	<b>Tercera fase</b>	<b>41</b>
6.1.	Categoría $\alpha$	41
6.1.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	41
6.1.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	42
6.2.	Categoría $\beta$	43
6.2.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	43
6.2.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	44
6.3.	Categoría $\gamma$	45
6.3.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	45
6.3.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	46

<i>CONTENIDO</i>	III
<b>III Soluciones de la Olimpiada Paceña de Matemática</b>	<b>47</b>
<b>7. Primera fase</b>	<b>49</b>
7.1. Categoría $\alpha$ . . . . .	49
7.1.1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015) . . . . .	49
7.1.2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016) . . . . .	53
7.2. Categoría $\beta$ . . . . .	56
7.2.1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015) . . . . .	56
7.2.2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016) . . . . .	61
7.3. Categoría $\gamma$ . . . . .	67
7.3.1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015) . . . . .	67
7.3.2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016) . . . . .	76
<b>8. Segunda fase</b>	<b>81</b>
8.1. Categoría $\alpha$ . . . . .	81
8.1.1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015) . . . . .	81
8.1.2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016) . . . . .	84
8.2. Categoría $\beta$ . . . . .	88
8.2.1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015) . . . . .	88
8.2.2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016) . . . . .	91
8.3. Categoría $\gamma$ . . . . .	99
8.3.1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015) . . . . .	99
8.3.2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016) . . . . .	103
<b>9. Tercera fase</b>	<b>110</b>
9.1. Categoría $\alpha$ . . . . .	110
9.1.1. 10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015) . . . . .	110
9.1.2. 11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016) . . . . .	112
9.2. Categoría $\beta$ . . . . .	115

9.2.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	115
9.2.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	119
9.3.	Categoría $\gamma$	120
9.3.1.	10ma Olimpiada Paceña de Matemática (2015)	120
9.3.2.	11ra Olimpiada Paceña de Matemática (2016)	122
<b>Clave de respuestas de la Olimpiada Paceña de Matemática</b>		<b>125</b>

Los demás páginas están en el texto impreso disponible en la Carrera de Matemática, planta baja del edificio viejo Monoblock UMSA, teléfono (591-2) 2441578, o en el Instituto de Investigación Matemática (IIMAT) VoIP: 261-2818, Campus Universitario UMSA de la zona de Cota Cota de la ciudad de La Paz–Bolivia. Correos: [iimat@fcpn.edu.bo](mailto:iimat@fcpn.edu.bo), [iimat@umsa.bo](mailto:iimat@umsa.bo)