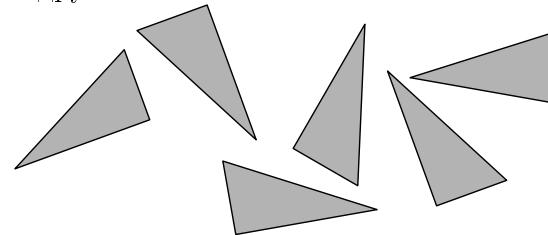


## Листок 1

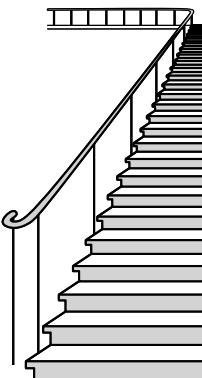
МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

- 1** Можно ли расставить вдоль стен прямоугольной комнаты а) 8; б) 10; в) 12 табуреток так, чтобы около каждой стены стояло по три табуретки?

- 2** Коллекционер Незнайка собирает наклейки и вклеивает их в альбом. Перед ним на столе лежит (см. рисунок) несколько треугольных наклеек, одинаковых по форме, но одна из них всё же отличается от других. Какая?

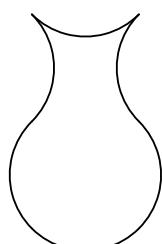


- 3** После семи стирок и длина, и ширина, и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска? (На каждую стирку расходуется одно и то же количество мыла.)



- 4** Подсчитайте точно, сколько ступенек у лестницы на рисунке справа.

- 5** Альпинист стоит на вершине отвесной скалы высотой 100 м с уступом на высоте 50 м. У него есть 77-метровая верёвка и нож. На вершине скалы и на уступе вбиты колышки, к которым можно привязать верёвку. Альпинист хочет успеть к обеду добраться до лагеря, находящегося у подножия скалы. Как ему спуститься со скалы (разумеется, не прыгая)?



- 6** Ваза, изображённая на рисунке слева, составлена из шести одинаковых четвертинок окружностей.

- а) Разрежьте её на части, из которых можно сложить квадрат.

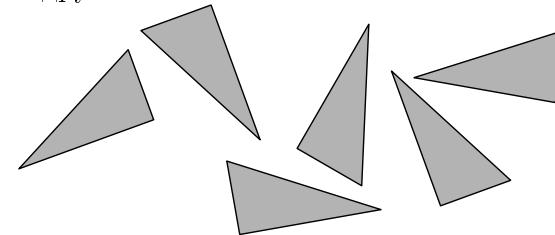
- б) Сделайте это, разрезав вазу не более, чем на три части.

## Листок 1

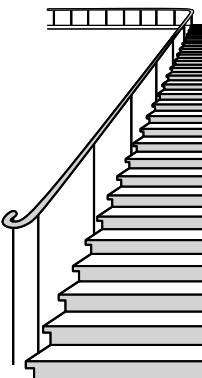
МАЛЫЙ МЕХМАТ МГУ — ШКОЛЕ

- 1** Можно ли расставить вдоль стен прямоугольной комнаты а) 8; б) 10; в) 12 табуреток так, чтобы около каждой стены стояло по три табуретки?

- 2** Коллекционер Незнайка собирает наклейки и вклеивает их в альбом. Перед ним на столе лежит (см. рисунок) несколько треугольных наклеек, одинаковых по форме, но одна из них всё же отличается от других. Какая?

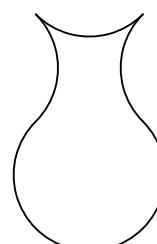


- 3** После семи стирок и длина, и ширина, и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска? (На каждую стирку расходуется одно и то же количество мыла.)



- 4** Подсчитайте точно, сколько ступенек у лестницы на рисунке справа.

- 5** Альпинист стоит на вершине отвесной скалы высотой 100 м с уступом на высоте 50 м. У него есть 77-метровая верёвка и нож. На вершине скалы и на уступе вбиты колышки, к которым можно привязать верёвку. Альпинист хочет успеть к обеду добраться до лагеря, находящегося у подножия скалы. Как ему спуститься со скалы (разумеется, не прыгая)?



- 6** Ваза, изображённая на рисунке слева, составлена из шести одинаковых четвертинок окружностей.

- а) Разрежьте её на части, из которых можно сложить квадрат.

- б) Сделайте это, разрезав вазу не более, чем на три части.

## Листок 2. Логические задачи

**1** Учёные планеты Сигма-Альфа обнаружили, что все лямбоиды имеют дельтовый цвет.

а) В их лабораторию пришёл образец дельтового цвета. Правда ли, что это лямбоид?

б) В их лабораторию пришёл образец эпилонового цвета. Правда ли, что это не лямбоид?

**2** Мальчик Костя говорит: „Позавчера мне было 10 лет, а в следующем году мне исполнится 13“. Мальчик Костя кристально честен. Как такое может быть?

*Несколько следующих задачах — о рыцарях и лжецах. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут.*

**3** Однажды путешественник задал рыцарю дважды один и тот же странный вопрос. В первый раз рыцарь ответил «нет», а во второй — «да». Что это мог быть за вопрос?

**4** В город, населённый рыцарями и лжецами, приехал барон Мюнхгаузен. Первым делом он нанял себе проводника, однако не смог выяснить, рыцарь он или лжец. Поэтому, увидев подозрительного незнакомца, он попросил проводника выяснить, кто этот человек. Проводник вернулся и сказал: „Он назывался лжецом“. а) Знает ли теперь барон, кем был незнакомец? б) А кто проводник?

**5** У подводного царя служат осьминоги с шестью, семью и восемью ногами. Те, у кого семь ног, всегда лгут, а у кого шесть или восемь ног, всегда говорят правду. Встретились четыре осьминога. Синий сказал: „Вместе у нас 28 ног“, зелёный: „Вместе у нас 27 ног“, жёлтый: „Вместе у нас 26 ног“, красный: „Вместе у нас 25 ног“. У кого сколько ног?

**6** Однажды на главной площади города, где живут рыцари и лжецы, собрались шестеро горожан.

— Среди нас ровно один рыцарь, — сказал первый.

— Я тоже так считаю, — ответил второй.

— Нет, рыцарей среди нас ровно два! — заявил третий.

— А я считаю, что рыцарей здесь трое, — сказал четвёртый.

## Листок 2. Логические задачи

**1** Учёные планеты Сигма-Альфа обнаружили, что все лямбоиды имеют дельтовый цвет.

а) В их лабораторию пришёл образец дельтового цвета. Правда ли, что это лямбоид?

б) В их лабораторию пришёл образец эпилонового цвета. Правда ли, что это не лямбоид?

**2** Мальчик Костя говорит: „Позавчера мне было 10 лет, а в следующем году мне исполнится 13“. Мальчик Костя кристально честен. Как такое может быть?

*Несколько следующих задачах — о рыцарях и лжецах. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут.*

**3** Однажды путешественник задал рыцарю дважды один и тот же странный вопрос. В первый раз рыцарь ответил «нет», а во второй — «да». Что это мог быть за вопрос?

**4** В город, населённый рыцарями и лжецами, приехал барон Мюнхгаузен. Первым делом он нанял себе проводника, однако не смог выяснить, рыцарь он или лжец. Поэтому, увидев подозрительного незнакомца, он попросил проводника выяснить, кто этот человек. Проводник вернулся и сказал: „Он назывался лжецом“. а) Знает ли теперь барон, кем был незнакомец? б) А кто проводник?

**5** У подводного царя служат осьминоги с шестью, семью и восемью ногами. Те, у кого семь ног, всегда лгут, а у кого шесть или восемь ног, всегда говорят правду. Встретились четыре осьминога. Синий сказал: „Вместе у нас 28 ног“, зелёный: „Вместе у нас 27 ног“, жёлтый: „Вместе у нас 26 ног“, красный: „Вместе у нас 25 ног“. У кого сколько ног?

**6** Однажды на главной площади города, где живут рыцари и лжецы, собрались шестеро горожан.

— Среди нас ровно один рыцарь, — сказал первый.

— Я тоже так считаю, — ответил второй.

— Нет, рыцарей среди нас ровно два! — заявил третий.

— А я считаю, что рыцарей здесь трое, — сказал четвёртый.

— Ну, по крайней мере один рыцарь среди нас есть, — заметил пьяный.

— И всё-таки рыцарей здесь только два, — уверенно произнёс шестой.

Сколько же было среди них рыцарей на самом деле?

7 Однажды у капитана пиратского корабля пропала карта сокровищ. Он собрал своих трёх помощников и спросил, кто из них взял карту.

— Карту взял Джо, — отозвался первый помощник.

— Дрейк не брал карту, — сказал второй помощник.

— Я карту не брал, — заявил третий.

Капитан сразу понял, что Джо соврал, а Дрейк сказал правду. А кто же всё-таки взял карту?

— Ну, по крайней мере один рыцарь среди нас есть, — заметил пьяный.

— И всё-таки рыцарей здесь только два, — уверенно произнёс шестой.

Сколько же было среди них рыцарей на самом деле?

7 Однажды у капитана пиратского корабля пропала карта сокровищ. Он собрал своих трёх помощников и спросил, кто из них взял карту.

— Карту взял Джо, — отозвался первый помощник.

— Дрейк не брал карту, — сказал второй помощник.

— Я карту не брал, — заявил третий.

Капитан сразу понял, что Джо соврал, а Дрейк сказал правду. А кто же всё-таки взял карту?

**Листок 3. Семь раз отмерь — один раз отрежь**

- 1** Есть два ведра: одно ёмкостью 4 л, другое — 9 л. Можно ли только с их помощью набрать из реки ровно 6 л воды?
- 2** Три вора украли у чародея колбу с 24 унциями волшебного зелья. Спешно унося ноги, они встретили в лесу продавца стеклянной посуды, у которого приобрели три сосуда. Найдя укромное местечко, воры решили разделить добычу, но тут обнаружили, что вместимость их сосудов 5, 11 и 13 унций. Как им разделить между собой зелье поровну? (В отличие от воды, зелье нельзя выливать.)
- 3** Есть два бикфордовых шнура. Шнурсы при поджигании горят неравномерно, но каждый полностью сгорает за одну минуту. Как с помощью этих шнурков отмерить 45 секунд?
- 4** На поджаривание котлеты с одной стороны уходит две минуты. На сковородке помещаются две котлеты. За какое наименьшее время можно поджарить три котлеты с обеих сторон?
- 5** Можно ли разлить 50 л бензина по трём бакам так, чтобы в первом баке было на 10 литров больше, чем во втором, а во втором на 21 лitr больше, чем в третьем?
- 6** Есть двое песочных часов: на 7 мин и на 11 мин. Каша варится 15 мин. Как с помощью этих часов отмерить нужное время?

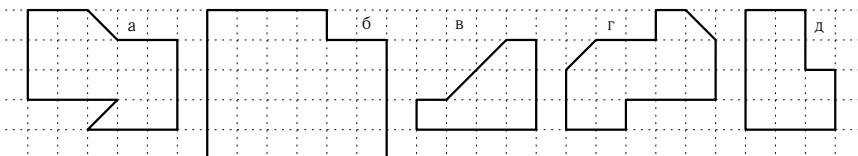
**Листок 3. Семь раз отмерь — один раз отрежь**

- 1** Есть два ведра: одно ёмкостью 4 л, другое — 9 л. Можно ли только с их помощью набрать из реки ровно 6 л воды?
- 2** Три вора украли у чародея колбу с 24 унциями волшебного зелья. Спешно унося ноги, они встретили в лесу продавца стеклянной посуды, у которого приобрели три сосуда. Найдя укромное местечко, воры решили разделить добычу, но тут обнаружили, что вместимость их сосудов 5, 11 и 13 унций. Как им разделить между собой зелье поровну? (В отличие от воды, зелье нельзя выливать.)
- 3** Есть два бикфордовых шнура. Шнурсы при поджигании горят неравномерно, но каждый полностью сгорает за одну минуту. Как с помощью этих шнурков отмерить 45 секунд?
- 4** На поджаривание котлеты с одной стороны уходит две минуты. На сковородке помещаются две котлеты. За какое наименьшее время можно поджарить три котлеты с обеих сторон?
- 5** Можно ли разлить 50 л бензина по трём бакам так, чтобы в первом баке было на 10 литров больше, чем во втором, а во втором на 21 лitr больше, чем в третьем?
- 6** Есть двое песочных часов: на 7 мин и на 11 мин. Каша варится 15 мин. Как с помощью этих часов отмерить нужное время?

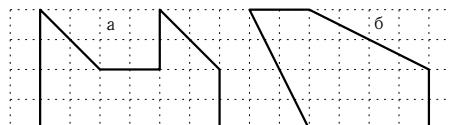
## Листок 4. Разрезания

Две фигуры считаются равными, если они одинаковы по форме и по размеру (их можно совместить наложением, если вырезать из бумаги).

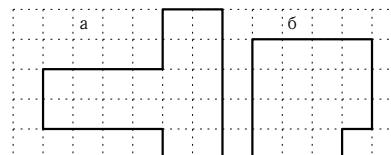
**1** Разрежьте фигуры на **2** равные части.



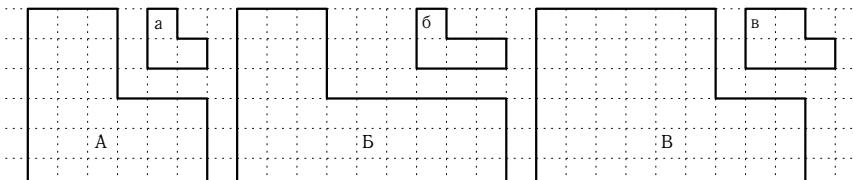
**2** Можно ли разрезать эти фигуры на **2** равные части?



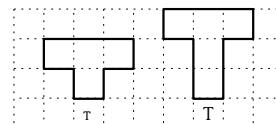
**3** Как разрезать эти фигуры на **3** равные части?



**4** Разрежьте фигуру *A* на фигуры *a*, фигуру *B* на фигуры *b*, а фигуру *B* на фигуры *v*.



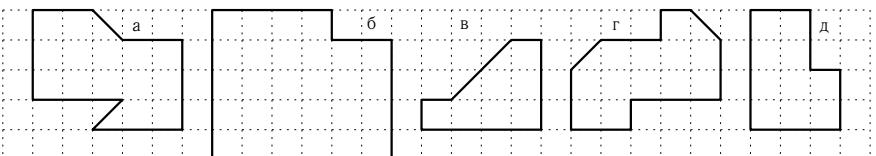
**5** Нарисуйте фигуру, которую можно сложить из пяти фигурок *t*, а потом разрезать на четыре фигуры *T*.



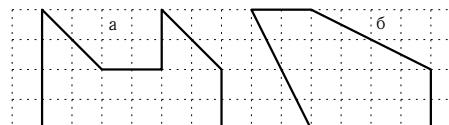
## Листок 4. Разрезания

Две фигуры считаются равными, если они одинаковы по форме и по размеру (их можно совместить наложением, если вырезать из бумаги).

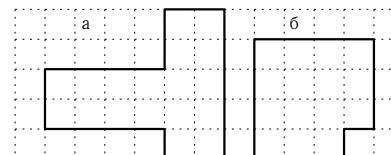
**1** Разрежьте фигуры на **2** равные части.



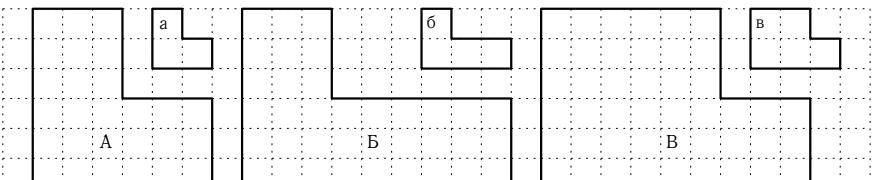
**2** Можно ли разрезать эти фигуры на **2** равные части?



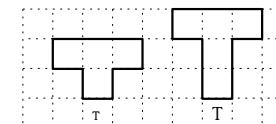
**3** Как разрезать эти фигуры на **3** равные части?



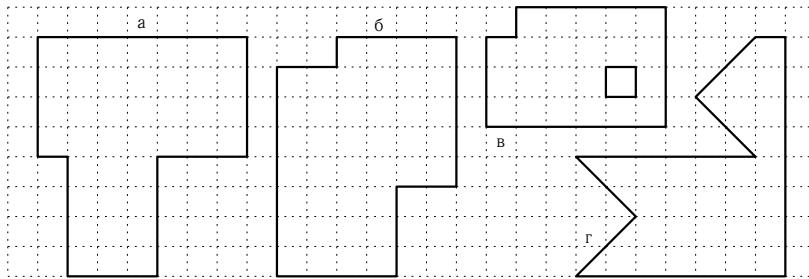
**4** Разрежьте фигуру *A* на фигуры *a*, фигуру *B* на фигуры *b*, а фигуру *B* на фигуры *v*.



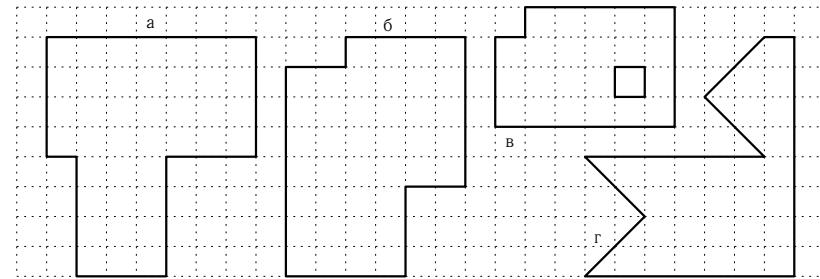
**5** Нарисуйте фигуру, которую можно сложить из пяти фигурок *t*, а потом разрезать на четыре фигуры *T*.



6 Попробуйте разрезать эти фигуры на **2** равные части.



6 Попробуйте разрезать эти фигуры на **2** равные части.



## Листок 5

**1** Медленно-медленно ползёт улитка по склону горы Фудзияма. За день она поднимается на 4 метра, а за ночь сползает на 3 метра вниз. Когда она доползёт до вершины, если утром в понедельник она была уже в 10 метрах от неё?

**2** Если бы Иван Никифорович отдал Ивану Ивановичу половину своих гусей, то Ивана Ивановича стало бы на десять гусей больше, чем у Ивана Никифоровича. Сколько гусей было у Ивана Ивановича?

**3** Двое часов начали и закончили бить одновременно. Первые бьют через каждые две секунды, вторые — через каждые три секунды. Всего можно было услышать 13 ударов (совпавшие удары считаются за один). Сколько времени прошло между первым и последним ударами?

**4** Ковбой решил купить патроны для револьвера. Оказалось, что 10 патронов стоят больше 11 долларов, а 9 патронов стоят меньше 10 долларов. Сколько центов стоит один патрон?

**5** На лужайке росли жёлтые и белые одуванчики — всего 35 штук. После того как 8 белых облетели, а 2 жёлтых побелели, жёлтых одуванчиков стало вдвое больше, чем белых. Сколько белых и сколько жёлтых одуванчиков росло на лужайке в начале?

**6** Чтобы не заснуть, глядя на поплавки, рыбак начал рассуждать над теоретическими вопросами:

a) Если 3 карася тяжелее 4 окуней, значит ли это, что 4 карася тяжелее 5 окуней?

б) Если 4 окуня тяжелее 3 лещей, значит ли это, что 5 окуней тяжелее 4 лещей?

Пока он думал, рыба уплыла вместе с его удочками. А какие же правильные ответы на эти вопросы? (Все рыбы одного вида весят одинаково.)

## Листок 5

**1** Медленно-медленно ползёт улитка по склону горы Фудзияма. За день она поднимается на 4 метра, а за ночь сползает на 3 метра вниз. Когда она доползёт до вершины, если утром в понедельник она была уже в 10 метрах от неё?

**2** Если бы Иван Никифорович отдал Ивану Ивановичу половину своих гусей, то Ивана Ивановича стало бы на десять гусей больше, чем у Ивана Никифоровича. Сколько гусей было у Ивана Ивановича?

**3** Двое часов начали и закончили бить одновременно. Первые бьют через каждые две секунды, вторые — через каждые три секунды. Всего можно было услышать 13 ударов (совпавшие удары считаются за один). Сколько времени прошло между первым и последним ударами?

**4** Ковбой решил купить патроны для револьвера. Оказалось, что 10 патронов стоят больше 11 долларов, а 9 патронов стоят меньше 10 долларов. Сколько центов стоит один патрон?

**5** На лужайке росли жёлтые и белые одуванчики — всего 35 штук. После того как 8 белых облетели, а 2 жёлтых побелели, жёлтых одуванчиков стало вдвое больше, чем белых. Сколько белых и сколько жёлтых одуванчиков росло на лужайке в начале?

**6** Чтобы не заснуть, глядя на поплавки, рыбак начал рассуждать над теоретическими вопросами:

a) Если 3 карася тяжелее 4 окуней, значит ли это, что 4 карася тяжелее 5 окуней?

б) Если 4 окуня тяжелее 3 лещей, значит ли это, что 5 окуней тяжелее 4 лещей?

Пока он думал, рыба уплыла вместе с его удочками. А какие же правильные ответы на эти вопросы? (Все рыбы одного вида весят одинаково.)

**Листок 6**

**1** На какое наибольшее количество частей можно разрезать головку сыра тремя разрезами?

**2** У хозяйки был круглый торт с розочками из крема. Она разрезала его на части так, чтобы в каждой части была ровно одна розочка. Всего она сделала три разреза. Сколько розочек могло быть на торте?

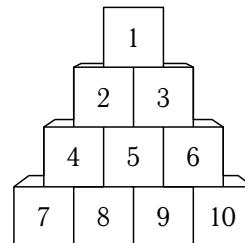
**3** На глобусе проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса? (Меридиан — дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель — это окружность, параллельная экватору.)



**4** В стене имеется маленькая (точечная) дырочка. У хозяина есть флагшток, изображённый на рисунке. Покажите все точки, в которые можно вбить гвоздь так, чтобы флагшток закрывал дырку.

**5** Можно ли из квадрата со стороной 10 см вырезать несколько кругов, сумма диаметров которых больше 5 м?

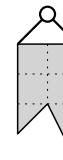
**6** Из 10 кубиков собрали пирамидку, изображённую на рисунке. Переложите кубики так, чтобы форма пирамидки осталась прежней, но ни один кубик не соприкасался с кубиками, с которыми соприкасался до перекладывания.

**Листок 6**

**1** На какое наибольшее количество частей можно разрезать головку сыра тремя разрезами?

**2** У хозяйки был круглый торт с розочками из крема. Она разрезала его на части так, чтобы в каждой части была ровно одна розочка. Всего она сделала три разреза. Сколько розочек могло быть на торте?

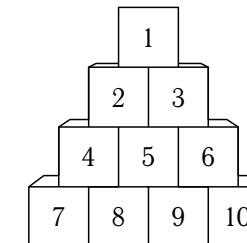
**3** На глобусе проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса? (Меридиан — дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель — это окружность, параллельная экватору.)



**4** В стене имеется маленькая (точечная) дырочка. У хозяина есть флагшток, изображённый на рисунке. Покажите все точки, в которые можно вбить гвоздь так, чтобы флагшток закрывал дырку.

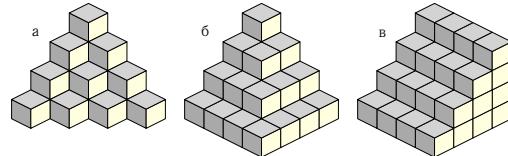
**5** Можно ли из квадрата со стороной 10 см вырезать несколько кругов, сумма диаметров которых больше 5 м?

**6** Из 10 кубиков собрали пирамидку, изображённую на рисунке. Переложите кубики так, чтобы форма пирамидки осталась прежней, но ни один кубик не соприкасался с кубиками, с которыми соприкасался до перекладывания.



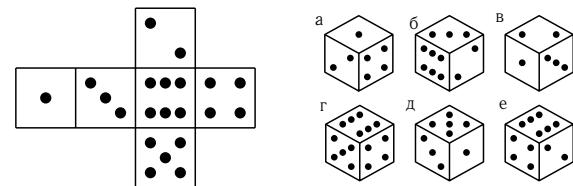
**Листок 7. Кубики**

**1** Сколько кубиков в каждой из этих пирамидок?

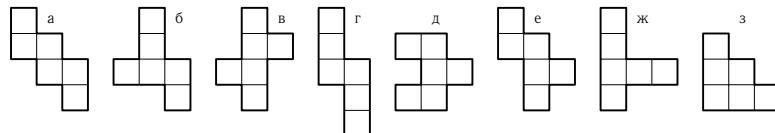


**2** А сколько кубиков станет в этих пирамидках, если сделать их на этаж выше (не меняя принципа, по которому они построены)?

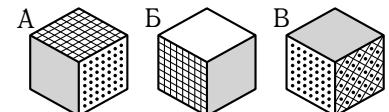
**3** Какие из этих кубиков можно сложить из развёртки, изображённой на рисунке, а какие — нет?



**4** Из каких из этих фигур можно сложить куб, а из каких нельзя?



**5** На рисунках А, Б и В изображён один и тот же кубик. Какой цвет имеет грань, расположенная напротив красной?

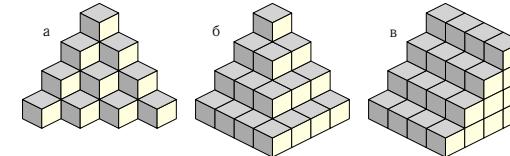


жёлтый синий красный белый зелёный

**6** Как из квадрата  $3 \times 3$  сложить куб  $1 \times 1 \times 1$ , предварительно сделав всего два надреза?

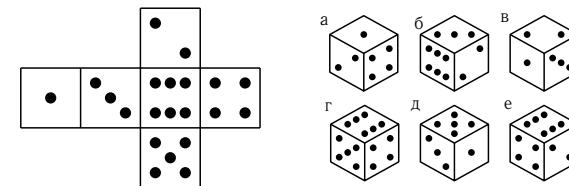
**Листок 7. Кубики**

**1** Сколько кубиков в каждой из этих пирамидок?

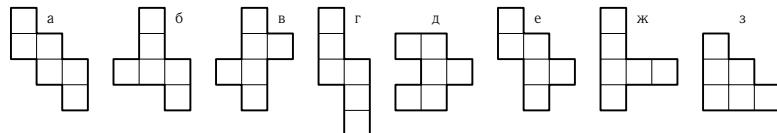


**2** А сколько кубиков станет в этих пирамидках, если сделать их на этаж выше (не меняя принципа, по которому они построены)?

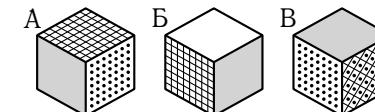
**3** Какие из этих кубиков можно сложить из развёртки, изображённой на рисунке, а какие — нет?



**4** Из каких из этих фигур можно сложить куб, а из каких нельзя?



**5** На рисунках А, Б и В изображён один и тот же кубик. Какой цвет имеет грань, расположенная напротив красной?



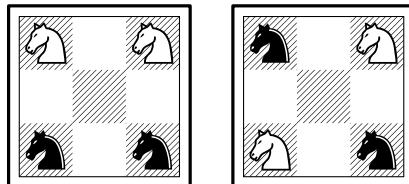
жёлтый синий красный белый зелёный

**6** Как из квадрата  $3 \times 3$  сложить куб  $1 \times 1 \times 1$ , предварительно сделав всего два надреза?

## Листок 8. Графы

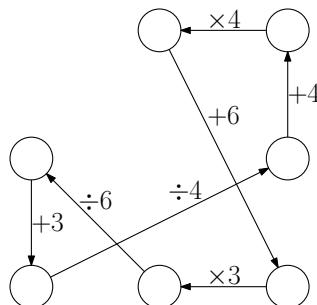
**1** Между планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля — Меркурий, Сатурн — Венера, Земля — Сатурн, Сатурн — Меркурий, Меркурий — Венера, Уран — Нептун, Юпитер — Марс, Марс — Уран и Нептун — Юпитер. Можно ли добраться с Земли до Марса?

**2** Можно ли сделать несколько ходов конями так, чтобы они из положения, изображенного на левом рисунке, перешли в положение на правом рисунке?



**3** На день рождения к Андрею пришли Вася, Глеб, Даша, Ми-тя, Петя, Соня и Тимур. Покажите, как восьмерых ребят можно рассадить за круглый стол, чтобы у любых двух рядом сидящих встречались одинаковые буквы в именах.

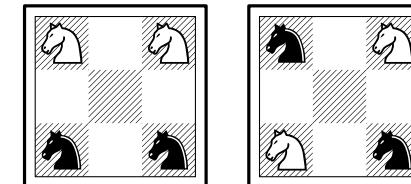
**4** Впишите в кружки числа так, чтобы каждое следующее в направлении стрелок число получалось из предыдущего при помощи указанного действия.



## Листок 8. Графы

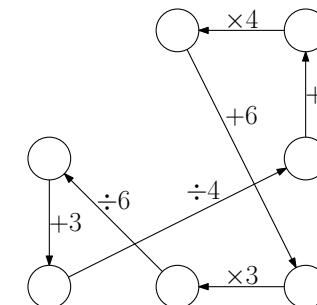
**1** Между планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля — Меркурий, Сатурн — Венера, Земля — Сатурн, Сатурн — Меркурий, Меркурий — Венера, Уран — Нептун, Юпитер — Марс, Марс — Уран и Нептун — Юпитер. Можно ли добраться с Земли до Марса?

**2** Можно ли сделать несколько ходов конями так, чтобы они из положения, изображенного на левом рисунке, перешли в положение на правом рисунке?



**3** На день рождения к Андрею пришли Вася, Глеб, Даша, Ми-тя, Петя, Соня и Тимур. Покажите, как восьмерых ребят можно рассадить за круглый стол, чтобы у любых двух рядом сидящих встречались одинаковые буквы в именах.

**4** Впишите в кружки числа так, чтобы каждое следующее в направлении стрелок число получалось из предыдущего при помощи указанного действия.



**5** В стране Семёрка 15 городов, и каждый из них соединён дорогами не менее, чем с семью другими. Докажите, что из любого города можно проехать в любой (возможно, проезжая транзитом через другие города).

**6** Группа островов соединена мостами так, что от каждого острова можно добраться до любого другого. Турист обошёл все острова, пройдя по каждому мосту ровно один раз. На острове  $A$  турист побывал трижды. Сколько мостов ведёт с острова  $A$ , если турист

- a)** не с него начал и не на нём закончил;
- b)** с него начал, но не на нём закончил;
- c)** с него начал и на нём закончил?

**7** Докажите, что число людей, когда-либо живших на Земле и сделавших нечётное число рукопожатий, чётно.

**5** В стране Семёрка 15 городов, и каждый из них соединён дорогами не менее, чем с семью другими. Докажите, что из любого города можно проехать в любой (возможно, проезжая транзитом через другие города).

**6** Группа островов соединена мостами так, что от каждого острова можно добраться до любого другого. Турист обошёл все острова, пройдя по каждому мосту ровно один раз. На острове  $A$  турист побывал трижды. Сколько мостов ведёт с острова  $A$ , если турист

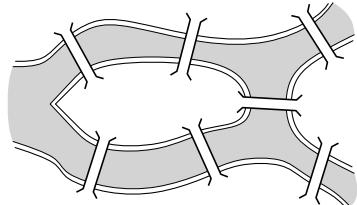
- a)** не с него начал и не на нём закончил;
- b)** с него начал, но не на нём закончил;
- c)** с него начал и на нём закончил?

**7** Докажите, что число людей, когда-либо живших на Земле и сделавших нечётное число рукопожатий, чётно.

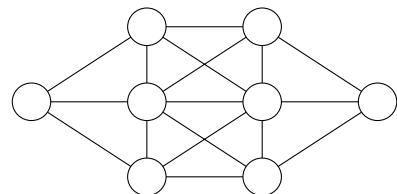
**Листок 9. Графы 2**

**1** Пешеход обошёл несколько улиц одного города, пройдя каждую ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь раз. Могло ли такое быть?

**2** **Задача о кёнигсбергских мостах.** Город Кёнигсберг (ныне Калининград) был расположен на берегах реки Прегель (ныне Преголя) и двух островах, которые соединены семью мостами (см. рисунок). Можно ли было прогуляться по городу, пройдя по каждому мосту ровно один раз?



**3** Расставьте в кружочках числа 1, 2, 3, ..., 8 так, чтобы ни в каких двух соединённых отрезком кружочках не оказались бы соседние (то есть отличающиеся на 1) натуральные числа.



**4** В турнире участвовало девять шахматистов. Мог ли каждый сыграть по три партии?

**5** Могут ли степени вершин в графе быть равны:

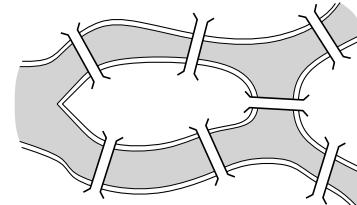
- а) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2;
- б) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1;
- в) 6, 6, 5, 5, 4, 3, 2, 2?

**6** В Тридевятом царстве лишь один вид транспорта — ковёр-самолёт. Из столицы выходит 21 ковролиния, из города Дальний — одна, а из всех остальных городов — по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в Дальний (возможно, с пересадками).

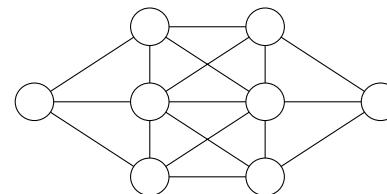
**Листок 9. Графы 2**

**1** Пешеход обошёл несколько улиц одного города, пройдя каждую ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь раз. Могло ли такое быть?

**2** **Задача о кёнигсбергских мостах.** Город Кёнигсберг (ныне Калининград) был расположен на берегах реки Прегель (ныне Преголя) и двух островах, которые соединены семью мостами (см. рисунок). Можно ли было прогуляться по городу, пройдя по каждому мосту ровно один раз?



**3** Расставьте в кружочках числа 1, 2, 3, ..., 8 так, чтобы ни в каких двух соединённых отрезком кружочках не оказались бы соседние (то есть отличающиеся на 1) натуральные числа.



**4** В турнире участвовало девять шахматистов. Мог ли каждый сыграть по три партии?

**5** Могут ли степени вершин в графе быть равны:

- а) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2;
- б) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1;
- в) 6, 6, 5, 5, 4, 3, 2, 2?

**6** В Тридевятом царстве лишь один вид транспорта — ковёр-самолёт. Из столицы выходит 21 ковролиния, из города Дальний — одна, а из всех остальных городов — по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в Дальний (возможно, с пересадками).

## Листок 10. Логические задачи 2

**1** Встретились три рыцаря: Красный, Белый и Чёрный. У них были белый, красный и чёрный щиты. Рыцарь с белым щитом сказал Чёрному рыцарю: „Интересно, что цвет щита у каждого из нас не соответствует имени“. Какого цвета щит у каждого рыцаря?

**2** Есть три попугая — Гоша, Кеша и Рома. Один из попугаев всегда говорит правду, другой всегда врёт, а третий — хитрец: иногда говорит правду, иногда врёт. На вопрос „Кеша кто?“ они ответили:

Гоша: — Лжец.

Кеша: — Я хитрец!

Рома: — Абсолютно честный попугай.

Кто из попугаев лжец, а кто хитрец?

**3** В городе Глупове живут только полицейские, воры и обычные люди. Полицейские всегда врут обычным людям, воры — полицейским, а обычные люди — ворам. Во всех остальных случаях жители Глупова говорят правду. Однажды несколько глуповцев водили хоровод, и каждый сказал своему соседу справа: „Я полицейский“. Сколько обычных людей было в этом хороводе?

**4** Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумайте вопрос, на который Илья Муромец ответит «да», «нет» или «не знаю», и по ответу на который вы сможете понять, какие монеты ему достались.

**5** Король позвал к себе двух придворных мудрецов и объявил им: „Через 15 минут я посажу вас в две комнаты, разделённые звуконепроницаемым стеклом, вы закроете глаза, и на каждого из вас я надену колпак — белый или чёрный. После этого вы можете открыть глаза, и каждый из вас должен будет угадать цвет колпака, который я надел на него. Сейчас вы можете договориться о чём хотите, но помните — если ни один из вас не отгадает, вы оба будете уволены“. Как действовать мудрецам, чтобы наверняка оставаться на королевской службе?

## Листок 10. Логические задачи 2

**1** Встретились три рыцаря: Красный, Белый и Чёрный. У них были белый, красный и чёрный щиты. Рыцарь с белым щитом сказал Чёрному рыцарю: „Интересно, что цвет щита у каждого из нас не соответствует имени“. Какого цвета щит у каждого рыцаря?

**2** Есть три попугая — Гоша, Кеша и Рома. Один из попугаев всегда говорит правду, другой всегда врёт, а третий — хитрец: иногда говорит правду, иногда врёт. На вопрос „Кеша кто?“ они ответили:

Гоша: — Лжец.

Кеша: — Я хитрец!

Рома: — Абсолютно честный попугай.

Кто из попугаев лжец, а кто хитрец?

**3** В городе Глупове живут только полицейские, воры и обычные люди. Полицейские всегда врут обычным людям, воры — полицейским, а обычные люди — ворам. Во всех остальных случаях жители Глупова говорят правду. Однажды несколько глуповцев водили хоровод, и каждый сказал своему соседу справа: „Я полицейский“. Сколько обычных людей было в этом хороводе?

**4** Илье Муромцу, Добрыне Никитичу и Алёше Поповичу за верную службу дали 6 монет: 3 золотых и 3 серебряных. Каждому досталось по две монеты. Илья Муромец не знает, какие монеты достались Добрыне, а какие Алёше, но знает, какие монеты достались ему самому. Придумайте вопрос, на который Илья Муромец ответит «да», «нет» или «не знаю», и по ответу на который вы сможете понять, какие монеты ему достались.

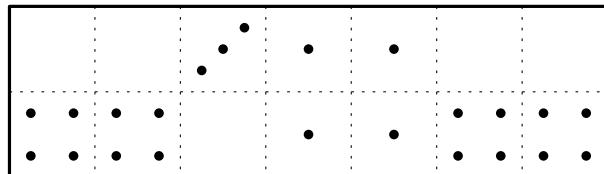
**5** Король позвал к себе двух придворных мудрецов и объявил им: „Через 15 минут я посажу вас в две комнаты, разделённые звуконепроницаемым стеклом, вы закроете глаза, и на каждого из вас я надену колпак — белый или чёрный. После этого вы можете открыть глаза, и каждый из вас должен будет угадать цвет колпака, который я надел на него. Сейчас вы можете договориться о чём хотите, но помните — если ни один из вас не отгадает, вы оба будете уволены“. Как действовать мудрецам, чтобы наверняка оставаться на королевской службе?

**6** Король позвал к себе других двух мудрецов, показал им три колпака и назвал их цвета — красный, синий и жёлтый. После чего он попросил мудрецов закрыть глаза и надел на каждого из них по колпаку, третий же, сняв корону, надел сам. Казалось бы, видя колпаки на голове своего коллеги и на голове короля, каждый мудрец легко догадается о цвете своего колпака, однако у этих мудрецов проблемы со зрением: первый не отличает синего от жёлтого, второй — красного от синего. Поэтому, когда король спросил последовательно первого и второго мудрецов, знают ли они свои колпаки, оба ответили „не знаю“. Какого цвета колпак король надел на первого мудреца?

**6** Король позвал к себе других двух мудрецов, показал им три колпака и назвал их цвета — красный, синий и жёлтый. После чего он попросил мудрецов закрыть глаза и надел на каждого из них по колпаку, третий же, сняв корону, надел сам. Казалось бы, видя колпаки на голове своего коллеги и на голове короля, каждый мудрец легко догадается о цвете своего колпака, однако у этих мудрецов проблемы со зрением: первый не отличает синего от жёлтого, второй — красного от синего. Поэтому, когда король спросил последовательно первого и второго мудрецов, знают ли они свои колпаки, оба ответили „не знаю“. Какого цвета колпак король надел на первого мудреца?

## Листок 11. Перебор вариантов

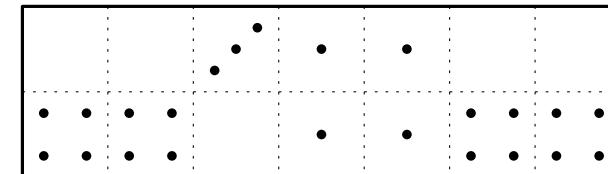
- 1** Можно ли отсчитать без сдачи сумму в 27 фертингов, используя только монеты достоинством 6, 10 и 13 фертингов?
- 2** Четверо пятиклассников — Аня, Боря, Ваня и Галя — начали собирать марки. К концу четверти один из них собрал шесть марок, другой — четыре, третий — три, а четвёртый — только две. После того, как Боря подарил Ане на день рождения все свои марки, у неё стало в два раза больше марок, чем у Гали. Сколько марок собрала Галя?
- 3** В коробке лежат синие, красные и зелёные карандаши — всего 20 штук. Синих в 6 раз больше, чем зелёных, а красных меньше, чем синих. Сколько в коробке красных карандашей?
- 4** На рисунке показан вид сверху коробки, в которую уложен набор костяшек домино. Как разложены костяшки?



- 5** Однажды король собрал трёх мудрецов и потребовал, чтобы они угадали трёхзначное число, которое он задумал. Первый предположил, что это число — 542, второй — 946, а третий — 536. Король очень удивился, ведь каждый из мудрецов правильно отгадал ровно одну из трёх цифр. А какое число задумал король на самом деле?
- 6** Папе, маме, сыну и бабушке приспичило тёмной ночью перейти по хлипкому мостику через реку. Мостик может выдержать только двоих одновременно. К тому же на всех имеется только один фонарик, без которого нельзя сделать ни шагу. Папа может перейти через мостик в одну сторону за 1 минуту, мама — за 2 минуты, сын — за 5, а бабушка — за 10. За какое минимальное время все они смогут перебраться на другой берег? (Когда через мостик идут двое, они идут со скоростью того, кто ходит медленнее).

## Листок 11. Перебор вариантов

- 1** Можно ли отсчитать без сдачи сумму в 27 фертингов, используя только монеты достоинством 6, 10 и 13 фертингов?
- 2** Четверо пятиклассников — Аня, Боря, Ваня и Галя — начали собирать марки. К концу четверти один из них собрал шесть марок, другой — четыре, третий — три, а четвёртый — только две. После того, как Боря подарил Ане на день рождения все свои марки, у неё стало в два раза больше марок, чем у Гали. Сколько марок собрала Галя?
- 3** В коробке лежат синие, красные и зелёные карандаши — всего 20 штук. Синих в 6 раз больше, чем зелёных, а красных меньше, чем синих. Сколько в коробке красных карандашей?
- 4** На рисунке показан вид сверху коробки, в которую уложен набор костяшек домино. Как разложены костяшки?



- 5** Однажды король собрал трёх мудрецов и потребовал, чтобы они угадали трёхзначное число, которое он задумал. Первый предположил, что это число — 542, второй — 946, а третий — 536. Король очень удивился, ведь каждый из мудрецов правильно отгадал ровно одну из трёх цифр. А какое число задумал король на самом деле?
- 6** Папе, маме, сыну и бабушке приспичило тёмной ночью перейти по хлипкому мостику через реку. Мостик может выдержать только двоих одновременно. К тому же на всех имеется только один фонарик, без которого нельзя сделать ни шагу. Папа может перейти через мостик в одну сторону за 1 минуту, мама — за 2 минуты, сын — за 5, а бабушка — за 10. За какое минимальное время все они смогут перебраться на другой берег? (Когда через мостик идут двое, они идут со скоростью того, кто ходит медленнее).

## Листок 12. Математические цепочки

**1** Над цепью озёр летела стая гусей. На каждое озеро садилась половина стаи и ещё полгуся, а остальные летели дальше. Сколько всего было гусей в стае, если все они сели на семи озёрах?

**2** Квадрат  $3 \times 3$  заполнен цифрами так, как показано на рисунке. Разрешается ходить по клеткам этого квадрата, переходя из клетки в соседнюю по стороне, но ни в какую клетку не разрешается попадать дважды.

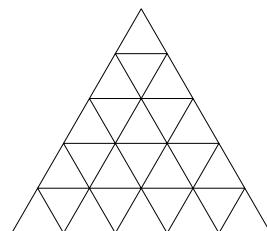
1	8	4
6	3	9
5	7	2

Петя прошёл, как показано на рисунке справа, и выписал по порядку все цифры, встретившиеся по пути, — получилось число 84937561. Какое наибольшее число можно получить таким способом?

**3** Из набора домино выкинули все доминошки, содержащие хотя бы на одном из концов шестёрку. Можно ли оставшиеся доминошки выложить в цепочку (в соответствии с правилами игры)?

**4** Кусок сыра имеет форму кубика  $3 \times 3 \times 3$ , из которого вырезан центральный кубик. Мышица начинает грызть этот кусок сыра. Сначала она съедает некоторый кубик  $1 \times 1 \times 1$ . После того, как мышица съедает очередной кубик  $1 \times 1 \times 1$ , она приступает к съедению одного из соседних (по грани) кубиков с только что съеденным. Сможет ли мышица съесть весь кусок сыра?

**5** Треугольник разбит на треугольнички (25 штук), как показано на рисунке. Жук может ходить по треугольнику, переходя между соседними (по стороне) треугольничками. Какое максимальное количество треугольничков может пройти жук, если в каждом он побывал не больше одного раза?



**6** Некоторое число кончается на двойку. Если эту двойку перенести в начало числа, то оно удвоится. Приведите пример такого числа.

## Листок 12. Математические цепочки

**1** Над цепью озёр летела стая гусей. На каждое озеро садилась половина стаи и ещё полгуся, а остальные летели дальше. Сколько всего было гусей в стае, если все они сели на семи озёрах?

**2** Квадрат  $3 \times 3$  заполнен цифрами так, как показано на рисунке. Разрешается ходить по клеткам этого квадрата, переходя из клетки в соседнюю по стороне, но ни в какую клетку не разрешается попадать дважды.

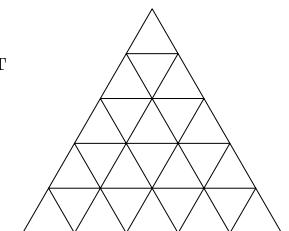
1	8	4
6	3	9
5	7	2

Петя прошёл, как показано на рисунке справа, и выписал по порядку все цифры, встретившиеся по пути, — получилось число 84937561. Какое наибольшее число можно получить таким способом?

**3** Из набора домино выкинули все доминошки, содержащие хотя бы на одном из концов шестёрку. Можно ли оставшиеся доминошки выложить в цепочку (в соответствии с правилами игры)?

**4** Кусок сыра имеет форму кубика  $3 \times 3 \times 3$ , из которого вырезан центральный кубик. Мышица начинает грызть этот кусок сыра. Сначала она съедает некоторый кубик  $1 \times 1 \times 1$ . После того, как мышица съедает очередной кубик  $1 \times 1 \times 1$ , она приступает к съедению одного из соседних (по грани) кубиков с только что съеденным. Сможет ли мышица съесть весь кусок сыра?

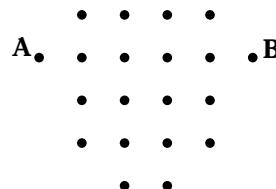
**5** Треугольник разбит на треугольнички (25 штук), как показано на рисунке. Жук может ходить по треугольнику, переходя между соседними (по стороне) треугольничками. Какое максимальное количество треугольничков может пройти жук, если в каждом он побывал не больше одного раза?



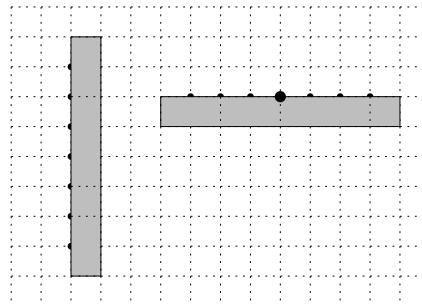
**6** Некоторое число кончается на двойку. Если эту двойку перенести в начало числа, то оно удвоится. Приведите пример такого числа.

**Листок 13. Кратчайший путь**

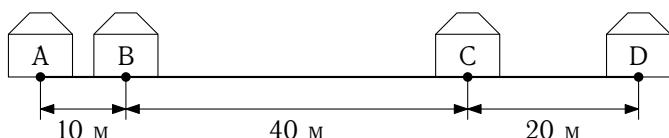
- 1** В доску вбито 20 гвоздиков, как показано на рисунке. Расстояние между любыми соседними равно 1 дюйму. Протяните от гвоздика *A* к гвоздику *B* нитку как можно меньшей длины так, чтобы она прошла через все остальные гвоздики.



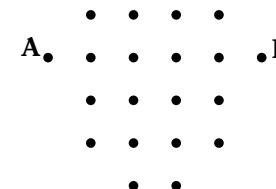
- 2** Петя и Вася живут в соседних домах (см. план на рисунке). Вася живёт в четвёртом подъезде. Известно, что Пете, чтобы добежать до Васи кратчайшим путём (не обязательно идущим по сторонам клеток), безразлично, с какой стороны обегать свой дом. Определите, в каком подъезде живёт Петя.



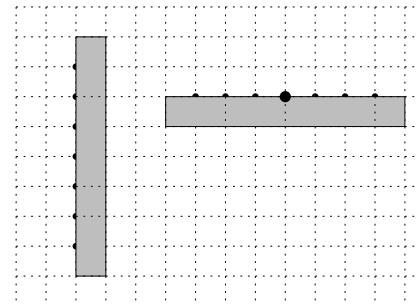
- 3** В деревне вдоль дороги расположены четыре дома. Расстояния между ними указаны на рисунке. В деревне решили поставить колодец. Где его нужно расположить, чтобы сумма расстояний до всех домов была как можно меньше?

**Листок 13. Кратчайший путь**

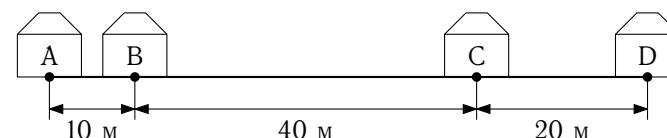
- 1** В доску вбито 20 гвоздиков, как показано на рисунке. Расстояние между любыми соседними равно 1 дюйму. Протяните от гвоздика *A* к гвоздику *B* нитку как можно меньшей длины так, чтобы она прошла через все остальные гвоздики.



- 2** Петя и Вася живут в соседних домах (см. план на рисунке). Вася живёт в четвёртом подъезде. Известно, что Пете, чтобы добежать до Васи кратчайшим путём (не обязательно идущим по сторонам клеток), безразлично, с какой стороны обегать свой дом. Определите, в каком подъезде живёт Петя.

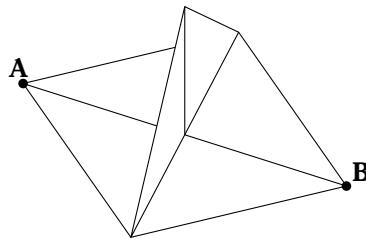


- 3** В деревне вдоль дороги расположены четыре дома. Расстояния между ними указаны на рисунке. В деревне решили поставить колодец. Где его нужно расположить, чтобы сумма расстояний до всех домов была как можно меньше?



**4** В поле стоит квадратный колодец размером  $2 \times 2$  метра. К его углу верёвкою привязана коза. Какую форму имеет участок поля, внутри которого коза сможет съесть всю траву, если длина верёвки равна 4 метрам?

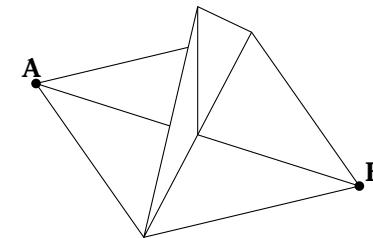
**5** В вершине  $A$  квадрата со стороной 10 см сидит муравей. Ему надо добраться до точки  $B$ , где находится вход в муравейник. Точки  $A$  и  $B$  разделяет треугольная стена, боковые стороны которой тоже равны 10 см. Найдите длину кратчайшего пути, который надо преодолеть муравью, чтобы попасть в муравейник.



**6** В музее Гугенхайм в Нью-Йорке есть скульптура, имеющая форму куба. Жук, севший на одну из вершин, хочет как можно быстрее осмотреть скульптуру и перейти к другим экспонатам (для этого достаточно попасть в противоположную вершину куба). Какой путь ему выбрать?

**4** В поле стоит квадратный колодец размером  $2 \times 2$  метра. К его углу верёвкою привязана коза. Какую форму имеет участок поля, внутри которого коза сможет съесть всю траву, если длина верёвки равна 4 метрам?

**5** В вершине  $A$  квадрата со стороной 10 см сидит муравей. Ему надо добраться до точки  $B$ , где находится вход в муравейник. Точки  $A$  и  $B$  разделяет треугольная стена, боковые стороны которой тоже равны 10 см. Найдите длину кратчайшего пути, который надо преодолеть муравью, чтобы попасть в муравейник.



**6** В музее Гугенхайм в Нью-Йорке есть скульптура, имеющая форму куба. Жук, севший на одну из вершин, хочет как можно быстрее осмотреть скульптуру и перейти к другим экспонатам (для этого достаточно попасть в противоположную вершину куба). Какой путь ему выбрать?

**Листок 14. Его величество Куб**

**1** Планета «Куб» имеет форму куба, каждой гранью которого правит либо правдивый, либо лживый король. Однажды каждый король заявил, что правители большинства сопредельных с его владениями граней лживы. Сколько было лживых королей на самом деле?

**2** На гранях кубика расставлены числа от 1 до 6. Кубик бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырёх боковых гранях оказалась равна 12, во второй — 15. Что написано на грани, противоположной той, где написана цифра 3?

**3** Верно ли, что если все грани многогранника — квадраты, то этот многогранник — куб?

**4** Составьте куб  $3 \times 3 \times 3$  из красных, жёлтых и зелёных кубиков  $1 \times 1 \times 1$  так, чтобы в любом бруске  $3 \times 1 \times 1$  были кубики всех трёх цветов.

**5** Какое наибольшее число брусков размером  $1 \times 2 \times 2$  можно разместить (без пересечений) в кубе  $3 \times 3 \times 3$ ?

**6** Можно ли покрасить четыре вершины куба в красный цвет, а другие четыре — в синий так, чтобы каждая плоскость, проходящая через какие-то три точки одного цвета, содержала точку другого цвета?

**Листок 14. Его величество Куб**

**1** Планета «Куб» имеет форму куба, каждой гранью которого правит либо правдивый, либо лживый король. Однажды каждый король заявил, что правители большинства сопредельных с его владениями граней лживы. Сколько было лживых королей на самом деле?

**2** На гранях кубика расставлены числа от 1 до 6. Кубик бросили два раза. В первый раз сумма чисел на четырёх боковых гранях оказалась равна 12, во второй — 15. Что написано на грани, противоположной той, где написана цифра 3?

**3** Верно ли, что если все грани многогранника — квадраты, то этот многогранник — куб?

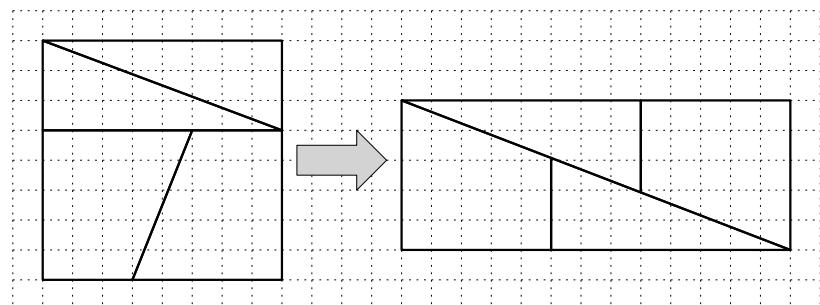
**4** Составьте куб  $3 \times 3 \times 3$  из красных, жёлтых и зелёных кубиков  $1 \times 1 \times 1$  так, чтобы в любом бруске  $3 \times 1 \times 1$  были кубики всех трёх цветов.

**5** Какое наибольшее число брусков размером  $1 \times 2 \times 2$  можно разместить (без пересечений) в кубе  $3 \times 3 \times 3$ ?

**6** Можно ли покрасить четыре вершины куба в красный цвет, а другие четыре — в синий так, чтобы каждая плоскость, проходящая через какие-то три точки одного цвета, содержала точку другого цвета?

## Листок 15. Математический фольклор

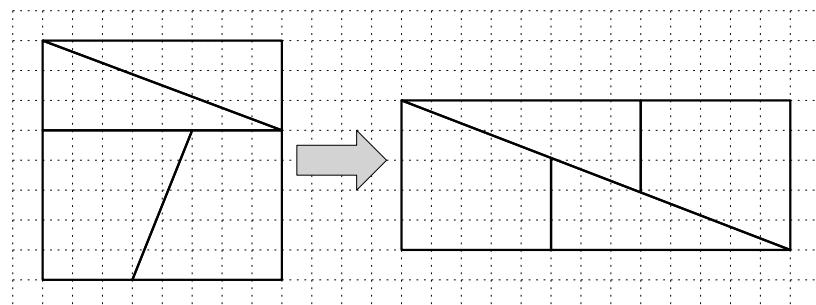
- 1** Крестьянину нужно переправить через реку волка, козу и капусту. Но лодка такова, что в ней может поместиться только крестьянин, а с ним или только волк, или только коза, или только капуста. Но если оставить волка с козой без крестьянина, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как быть?
- 2** У Маши не хватало для покупки букваря семи копеек, а у Миши — одной копейки. Они сложились, чтобы купить один букварь на двоих, но денег всё равно не хватило. Сколько стоил букварь?
- 3** Охотник находится в 100 м к югу от медведя, проходит 100 м на восток, поворачивается лицом к северу, прицеливается и, выстрелив в направлении на север, убивает медведя. Какого цвета медвежья шкура?
- 4** Квадрат  $8 \times 8$  разрезали на четыре части и сложили из них прямоугольник  $5 \times 13$ . Не верите? Посмотрите на рисунок справа. Как вы это объясните?



- 5 а)** Сложите четыре треугольника, используя шесть одинаковых спичек. **б)** Добавьте ещё три такие же спички, чтобы образовалось ещё три треугольника.
- 6** В одном стакане было молоко, а в другом — столько же кофе. Из стакана молока перелили одну ложку в стакан с кофе и небрежно размешали. Затем такую же ложку смеси перелили обратно в стакан с молоком. Чего теперь больше: кофе в стакане с молоком или молока в стакане с кофе?

## Листок 15. Математический фольклор

- 1** Крестьянину нужно переправить через реку волка, козу и капусту. Но лодка такова, что в ней может поместиться только крестьянин, а с ним или только волк, или только коза, или только капуста. Но если оставить волка с козой без крестьянина, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как быть?
- 2** У Маши не хватало для покупки букваря семи копеек, а у Миши — одной копейки. Они сложились, чтобы купить один букварь на двоих, но денег всё равно не хватило. Сколько стоил букварь?
- 3** Охотник находится в 100 м к югу от медведя, проходит 100 м на восток, поворачивается лицом к северу, прицеливается и, выстрелив в направлении на север, убивает медведя. Какого цвета медвежья шкура?
- 4** Квадрат  $8 \times 8$  разрезали на четыре части и сложили из них прямоугольник  $5 \times 13$ . Не верите? Посмотрите на рисунок справа. Как вы это объясните?



- 5 а)** Сложите четыре треугольника, используя шесть одинаковых спичек. **б)** Добавьте ещё три такие же спички, чтобы образовалось ещё три треугольника.
- 6** В одном стакане было молоко, а в другом — столько же кофе. Из стакана молока перелили одну ложку в стакан с кофе и небрежно размешали. Затем такую же ложку смеси перелили обратно в стакан с молоком. Чего теперь больше: кофе в стакане с молоком или молока в стакане с кофе?