



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Modularizace a modernizace studijního programu počáteční přípravy učitele fyziky

Studijní modul

ELEKTŘINA A MAGNETISMUS

Roman Kubínek



Olomouc 2012

Zpracováno v rámci řešení projektu Evropského sociálního fondu
a Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky
Modularizace a modernizace studijního programu počáteční přípravy učitele fyziky
Registrační číslo: CZ.1.07/2.2.00/18.0018

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem
a státním rozpočtem České republiky

První vydání
© Roman Kubínek, 2012
ISBN 978-80-244-3360-8

OBSAH

Kapitola 1 Elektrostatické pole	5
1.1 Elektrický náboj. Základní elektrostatické jevy	6
1.2 Coulombův zákon	7
1.3 Intenzita elektrostatického pole	9
1.4 Znázornění elektrostatického pole	12
1.5 Gaussova věta elektrostatiky	14
Fyzika, technika, příroda	19
1.6 Potenciál elektrostatického pole	25
1.7 Nenabitý vodič v elektrostatickém poli	30
1.8 Kapacita vodičů. Kondenzátory	32
Fyzika, technika, příroda	36
1.9 Elektrostatické pole v dielektriku	39
1.10 Energie soustavy nábojů a elektrostatického pole	50
Fyzika, technika, příroda	53
Kapitola 2 Stacionární elektrické pole. Ustálený elektrický proud	56
2.1 Vznik a základní vlastnosti elektrického proudu	57
Fyzika, technika, příroda	61
2.2 Ohmův zákon a jeho aplikace	63
Fyzika, technika, příroda	75
2.3 Řešení stejnosměrných elektrických sítí	82
2.4 Měření základních elektrických veličin	88
2.5 Termoelektrické jevy	94
2.6 Vedení elektrického proudu v polovodičích	99
2.7 Vedení elektrického proudu v elektrolytech	102
2.8 Vedení elektrického proudu v plynech. Výboj v plynech	109
2.9 Elektrický proud ve vakuu	114
Fyzika, technika, příroda	119

Kapitola 3 Stacionární magnetické pole	126
3.1 Relativistické transformace síly. Zákon Biotův-Savartův-Laplaceův	127
3.2 Užití Laplaceova zákona k výpočtu magnetické indukce magnetického pole různých vodičů s proudem	129
3.3 Vlastnosti magnetického pole	133
3.4 Síly působící v magnetickém poli na nabitě částice a vodiče s proudem	136
Fyzika, technika, příroda	143
3.5 Magnetické pole v látkovém prostředí	148
3.6 Magnetický obvod	155
Fyzika, technika, příroda	157
Kapitola 4 Nestacionární magnetické pole	160
4.1 Faradayův zákon elektromagnetické indukce a jeho aplikace	161
Fyzika, technika, příroda	169
4.2 Střídavý proud	172
4.3 Řešení obvodů střídavého proudu	178
4.4 Transformace střídavého napětí a proudu	186
4.5 Třífázový proud	188
Fyzika, technika, příroda	192
4.6 Elektrické kmity	202
4.7 Nestacionární elektromagnetické pole	206
Fyzika, technika, příroda	218

Kapitola 1 ELEKTROSTATICKÉ POLE

Historie

Vedle prvních poznatků s elektřinou ve starém Řecku, které realizoval Thales z Milétu třením jantaru, lze uvést přínos **Williama Gilberta** (1544-1603), který podle řeckého překladu jantaru (elektron) pojmenoval příslušné jevy jako elektrické. Dále mají v historii svůj význam experimenty s elektřinou **Stephena Graye** (1666-1736), který poznal, že látky je třeba dělit na vodiče a nevodiče elektřiny. **Charles Francois De Cisternay Du Fay** (1698-1739) zjistil, že třídění látek na elektrické a neelektrické je chybné, protože třením lze zelektrizovat všechny látky. Zjistil dva druhy elektřiny, které nazval „skleněná“ (kladná) a „pryskyřicová“ (záporná), přičemž souhlasné druhy se odpuzují a nesouhlasné druhy elektřiny se přitahují.



William Gilbert



Stephen Gray



Charles du Fay

Charles August de Coulomb (1736-1806) formuloval první kvantitativní zákony elektrostatiky. Měřil elektrické síly pomocí torzních vah. K tomu si musel odvodit zákony torze (zkroucení) vlákn a při měření zjišťoval elektrické síly z periody kyvu vahadla. Coulomb přišel na to, že jeho zákon je totožný se zákonem gravitačním, který objevil Newton před více než 100 lety. Faraday později (v letech 1835 až 1838) dokázal, že coulombovské interakce závisí na vlastnostech prostředí mezi náboji, charakterizovaný permitivitou prostředí, která je pro dané prostředí konstantou (starší název-dielektrická konstanta).



Charles August de Coulomb



Prokop Diviš

Elektrostatické jevy v podobě atmosférické elektřiny zkoumal **Prokop Diviš** (1698-1765). Tento premonstrátský mnich v Louce u Znojma a později farář v Příměticích zkonstruoval bleskosvod tak, že využil velké hustoty náboje na hrotech, které „odsávaly“ atmosférickou elektřinu.

1.1 ELEKTRICKÝ NÁBOJ. ZÁKLADNÍ ELEKTROSTATICKÉ JEVY

Elektrický náboj – míra zelectrování (skalární veličina).

Q (e) – jednotka = coulomb (C), (definovaný pomocí Ampéru).

Dva druhy elektrických nábojů – kladný (na skleněné tyči),
– záporný (na novoduru).

Elektrické náboje nemohou existovat samostatně – jsou vázány na hmotné částice – **elektron, pozitron, proton, mion aj.**

Elementární elektrický náboj (proton +, elektron –)

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Elektricky neutrální atom – stejný počet elektronů v obalu a protonů v jádře.

Kladný iont – ztráta jednoho nebo několika elektronů.

Záporný iont – přebytek jednoho nebo více elektronů.

Elektricky neutrální těleso – rovnoměrně rozložené kladné a záporné náboje (kompenzace obou typů náboje).

Elektrování tělesa – narušení rovnosti počtu kladných a záporných nábojů (těleso je zelectrováno, nabito) – lze provést např. třením, dotykem, přenesením náboje, elektrostatickou indukcí apod.

Elektrování třením je nejběžnější a často se s ním setkáváme při česání hřebenem, při přetahování oblečení přes hlavu, kdy dochází k jiskrovým výbojům mezi vlasy a tkaninou (zejména s umělými vlákny), při odtrhávání mikrotenových sáčků z ruličky apod.



Elektrování vlasů a kousků papíru

Elektrostatické pole – nabitě částice jsou vzhledem k pozorovateli v klidu.

Elektrodynamické pole – vzniká při pohybu nabitých částic.

Bodový náboj – rozměry nabitěho tělesa jsou zanedbatelné vzhledem ke vzdálenosti ostatních nabitých objektů interagujících s uvažovaným tělesem.

Hustota náboje – veličina charakterizující rozložení náboje na "větších" nabitých tělesech:

a) **objemová hustota náboje:**

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \quad [\text{C} \cdot \text{m}^{-3}] \quad (1.1)$$

b) *plošná hustota náboje:*

$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \quad [\text{C} \cdot \text{m}^{-2}] \quad (1.2)$$

c) *délková (lineární hustota náboje):*

$$\tau = \frac{dQ}{dl} \quad [\text{C} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (1.3)$$

Celkový náboj tělesa (hustota náboje jako funkce souřadnic)

$$Q = \int_V dQ$$

(integrace přes celý objem V , resp. plochu S nebo délku l).

Souhrn

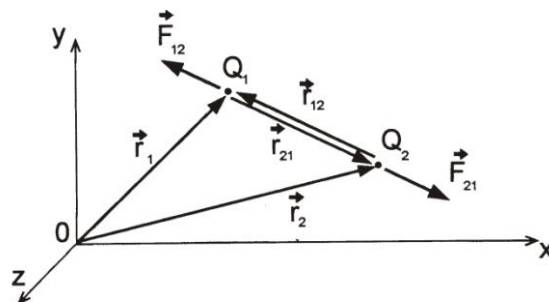
1. Elektrický náboj je vždy vázán na hmotný objekt.
2. Existují náboje kladné a záporné.
3. Pro silové účinky nabitých těles platí *princip superpozice*.
4. **Zákon kvantování elektrického náboje** říká, že všechny náboje jsou násobkem e .
5. **Zákon zachování náboje** – celkový náboj v izolované soustavě je roven algebraickému součtu všech nábojů a nemění se (příklad: anihilace elektronu a pozitronu – zánik v páru).
6. **Invariantnost náboje** – relativistický invariant (na rozdíl od hmotnosti).
7. Pohybující se náboje budí pole elektrodynamické (elektromagnetické).
8. **Zákon silového působení nábojů** Coulombův zákon.

1.2 COULOMBŮV ZÁKON

Ch. A. Coulomb (1785) – měření náboje pomocí torzních vah

\vec{r}_1, \vec{r}_2 – polohové vektory nábojů Q_1 a Q_2

$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ – udává polohu Q_2 vzhledem k Q_1



$$\vec{F}_{21} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{21}^2} \vec{r}_{21}^0. \quad (1.5)$$

Obdobně

$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2} \vec{r}_{12}^0, \quad (1.6)$$

tedy $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Vyjádřením $\vec{r}_{21}^0 = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$ dostaneme Coulombův zákon ve tvaru:

$$\vec{F}_{21} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{21}^3} \vec{r}_{21} \quad (1.7)$$

Konstanta k měřená různými metodami (E. B. Rosa, N. E. Dorsey):

$$k = 8,987\,76 \cdot 10^9 \text{ C}^{-2} \cdot \text{N} \cdot \text{m}^2$$

Vyjádření pomocí *permitivity vakua*:

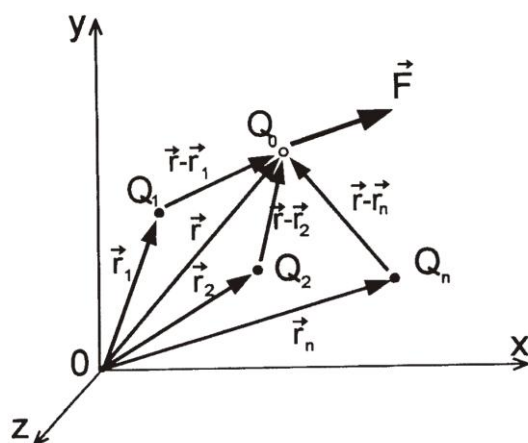
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^{-2} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \quad (1.8)$$

Racionalizovaný tvar Coulombova zákona:

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_{21}^3} \vec{r}_{21} \quad (1.9)$$

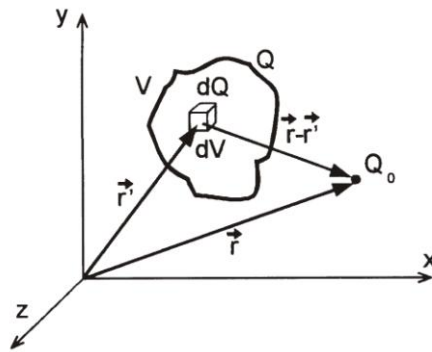
Aplikace Coulombova zákona

a) Silové působení soustavy bodových nábojů



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^n \frac{Q_0 Q_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|^3} |\vec{r} - \vec{r}_j|$$

b) Silové působení spojitě rozloženého náboje



$$\vec{F} = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}') dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.11)$$

1.3 INTENZITA ELEKTROSTATICKÉHO POLE

Náboje v klidu na sebe působí prostřednictvím svých polí.

Elektrostatické pole se projevuje silovým působením na nabitě částice

Intenzita elektrostatického pole (v bodě P , kde je Q_0):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0} [\text{N} \cdot \text{C}^{-1}], [\text{V} \cdot \text{m}^{-1}] \quad (1.12)$$

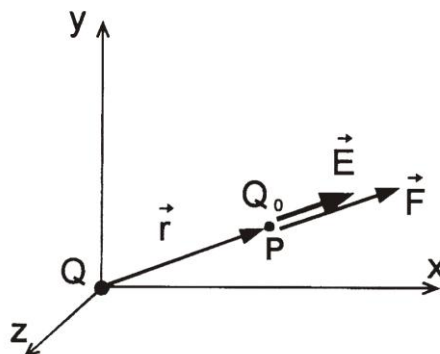
Q_0 – „zkušební“ náboj

Nebo platí

$$\vec{F} = Q_0 \vec{E}. \quad (1.13)$$

Výpočet intenzity elektrostatického pole

a) Intenzita elektrostatického pole bodového náboje Q .



Z Coulombova zákona

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_0 Q}{r^3} \vec{r}$$

dosazením do vztahu (1.12) dostaneme pro intenzitu elektrostatického pole bodového náboje v bodě P :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^3} \vec{r} \quad (1.14)$$

Z toho plyne, že \vec{E} má směr \vec{r} (pro záporný náboj je směr \vec{E} opačný).

Takové **elektrické pole** se nazývá **radiální**

b) Intenzita elektrostatického pole soustavy bodových nábojů (procvičit ve cvičení)

Pro soustavu bodových nábojů podle obrázku platí:

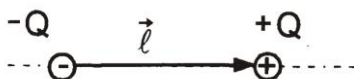
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|^3} (\vec{r} - \vec{r}_j) \quad (1.15)$$

Velikost i směr \vec{E} se mění bod od bodu – **pole nehomogenní**.

\vec{E} v daném bodě:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \quad (1.16)$$

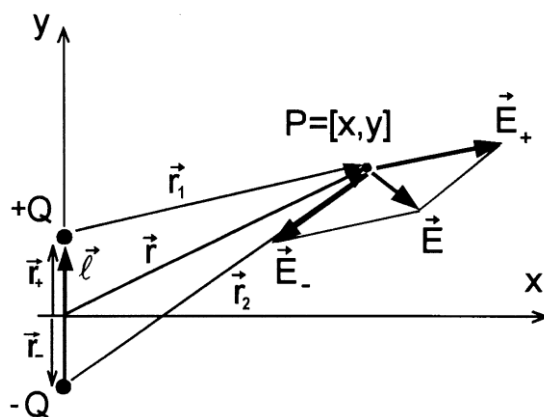
Pole elektrického dipólu:



Elektrický moment dipólu:

$$\vec{p} = Q \cdot \vec{l} \quad (1.17)$$

Řešení v soustavě Oxy . (ve cvičení začít vyšetřením intenzity v případech bodů třetích vrcholů konkrétních trojúhelníků – pravoúhlý, rovnoramenný, rovnostranný)



Poloha vyšetřovaného bodu P je dána polohovým vektorem:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y$$

Polohové vektory nábojů $+Q$ a $-Q$ jsou:

$$\vec{r}_+ = \vec{j} \frac{l}{2} \quad \vec{r}_- = -\vec{j} \frac{l}{2}$$

Podle (1.15), resp. (1.16) výsledná intenzita \vec{E} v bodě P :

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r_1^3} \vec{r}_1 - \frac{Q}{r_2^3} \vec{r}_2 \right) \quad (1.18)$$

Vyjádríme vektory:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \vec{r} - \vec{r}_+ = \vec{i}x + \vec{j}\left(y - \frac{l}{2}\right) \\ \vec{r}_2 &= \vec{r} - \vec{r}_- = \vec{i}x + \vec{j}\left(y + \frac{l}{2}\right) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Vyjádření jmenovatelů zlomků

$$\begin{aligned} r_1^{-3} &= \left[x^2 + \left(y - \frac{l}{2} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} = r^{-3} \left[1 - \frac{yl}{r^2} + \frac{l^2}{4r^2} \right]^{-\frac{3}{2}}, \\ r_2^{-3} &= \left[x^2 + \left(y + \frac{l}{2} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} = r^{-3} \left[1 + \frac{yl}{r^2} + \frac{l^2}{4r^2} \right]^{-\frac{3}{2}}, \end{aligned}$$

neboť $x^2 + y^2 = r^2$. Pro $r \gg l$, je člen $\frac{l^2}{4r^2} \ll 1$ a je možné ho zanedbat.

Použitím přibližného vzorce [pro malé a platí $(1+a)^n = (1+na)$] dostaneme:

$$\begin{aligned} r_1^{-3} &\approx r^{-3} \left(1 + \frac{3yl}{2r^2} \right) \\ r_2^{-3} &\approx r^{-3} \left(1 - \frac{3yl}{2r^2} \right) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Po dosazení (1.19) a (1.20) do (1.18) a po úpravě dostaneme

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{3}{r^5} Qyl (\vec{i}x + \vec{j}y) - \frac{1}{r^3} jQl \right].$$

Výraz v kulaté závorce je roven \vec{r} , $Qyl = \vec{p} \cdot \vec{r}$ a $jQl = \vec{p}$, takže pro intenzitu \vec{E} ve velké vzdálenosti od dipólu dostaneme

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} \right]. \quad (1.21)$$

Diskuze:

V bodě na ose dipólu je $(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} = \vec{p}r^2$ a pro intenzitu dostaneme

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\vec{p}}{r^3}$$

V bodě P na ose souměrnosti dipólu je skalární součin $\vec{p} \cdot \vec{r} = 0$ a pro \vec{E} platí:

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{r^3}$$

c) Intenzita elektrostatického pole spojitě rozloženého náboje

Náboj Q je rozložený v oblasti V s objemovou hustotou náboje $\rho(\vec{r}')$.

Intenzita pole vzbuzeného nábojem Q v bodě P , určeného \vec{r} (viz obrázek).

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}') dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.22)$$

Podobně bychom mohli postupovat při výpočtu intenzity elektrostatického od náboje spojitě rozloženého na ploše S

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\vec{r}') dS}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.23)$$

na křivce l

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\tau(\vec{r}') dS}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} (\vec{r} - \vec{r}') \quad (1.24)$$

1.4 ZNÁZORNĚNÍ ELEKTROSTATICKEHO POLE

a) Siločáry elektrostatického pole

M. Faraday zavedl pro znázornění elektrostatického pole pojem *siločára*.

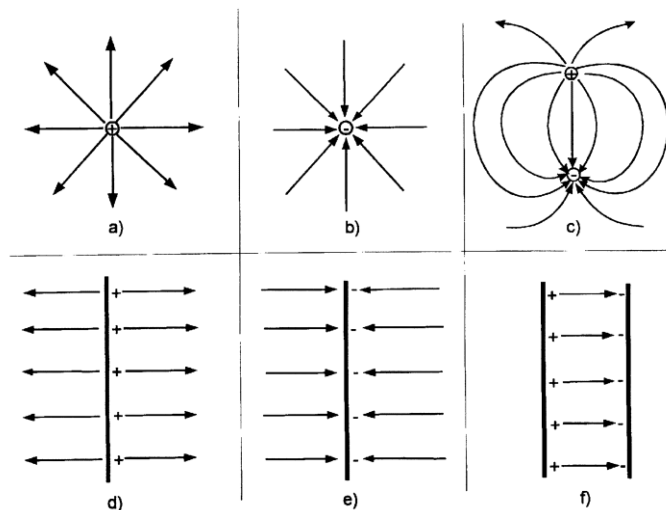
Siločára elektrostatického pole – orientovaná křivka probíhající prostorem tak, že v každém jejím bodě má souhlasně orientovaná tečna směr intenzity elektrostatického pole

Vlastnosti siločar

1. Souhlasně orientované s \vec{E} .
2. Matematický zápis předchozího tvrzení $\vec{E}(\vec{r}) \times d\vec{r} = 0$.
3. Siločáry elektrostatického pole vycházejí z kladných elektrických nábojů a končí na záporných.
4. Siločáry se nikde neprotínají (kdyby se protínaly, existovaly by zde dvě různé tečny). Každým bodem prochází jedna siločára.
5. Pro znázornění používáme jen několika siločar (viz obrázek).
6. Na velikost pole \vec{E} můžeme usuzovat z *hustoty siločar*.

Počet siločar dN procházejících elementem plochy dS_{\perp} = hustota siločar:

$$\frac{dN}{dS_{\perp}} = \text{numericky } E \quad (1.28)$$



Rozšiřující učivo je vyznačeno červenou čarou podél textu

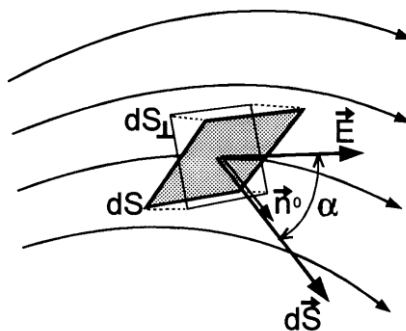
b) Tok intenzity elektrostatického pole plochou

Z rovnice (1.28) vyplývá, že počet siločar procházejících elementem dS_{\perp} je

$$dN = \text{numericky } EdS_{\perp}.$$

Pro případ, že \vec{n}^0 svírá s \vec{E} úhel α je třeba uvažovat kolmý průmět $d\vec{S} = EdS \cos \alpha$. Potom

$$dN = \text{numericky } \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



Zavedeme-li místo N tok intenzity elektrostatického pole plochou, platí:

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S} = EdS \cos \alpha \quad (1.29)$$

$$\Phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S EdS \cos \alpha \quad (1.30)$$

Tok vektoru \vec{E} plochou S je skalární veličina = počtu siločar

Má-li \vec{E} v každém bodě plochy S stejnou velikost a svírá-li s $d\vec{S}$ stejný úhel α , pak

$$\Phi_e = E \cos \alpha \int_S dS = ES \cos \alpha. \quad (1.31)$$

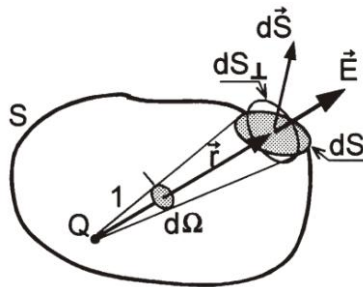
Pro tok uzavřenou plochou

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S EdS \cos \alpha. \quad (1.32)$$

1.5 GAUSSOVA VĚTA ELEKTROSTATIKY

Vyjadřuje vztah mezi tokem intenzity elektrostatického pole Φ_e uzavřenou plochou S a nábojem Q uvnitř této plochy (náboj může být rozložen různým způsobem).

- Jeden náboj Q budí radiální pole o \vec{E} , která závisí na \vec{r} (1.14).



Dosazením (1.14) do (1.32):

$$\Phi_e = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\vec{r} \cdot d\vec{S}}{r^3} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{dS \cos \alpha}{r^2}$$

Avšak

$$\frac{dS \cos \alpha}{r^2} = \frac{dS_{\perp}}{r^2} = d\Omega$$

vyjadřuje velikost elementárního prostorového úhlu.

Pro celou uzavřenou plochu S (4π steradiánů)

$$\Phi_e = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{4\pi} d\Omega = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} 4\pi = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (1.33)$$

Platí pro libovolnou uzavřenou plochu.

- Pro n bodových nábojů uvnitř uzavřené plochy S platí pro výslednou intenzitu \vec{E}

$$\vec{E} = \sum_{j=1}^n \vec{E}_j$$

a pro tok intenzity $\vec{E}(\vec{r})$ uzavřenou plochou S dostaneme

$$\Phi_e = \oint_S \sum_{j=1}^n \vec{E}_j \cdot d\vec{S} = \sum_{j=1}^n \left(\oint_S \vec{E}_j \cdot d\vec{S} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{j=1}^n Q_j$$

Označením celkového náboje $Q_{\text{celk.}} = \sum_{j=1}^n Q_j$ můžeme psát

$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{celk.}}}{\epsilon_0}, \quad (1.34)$$

což je tzv. **Gaussova věta v integrálním tvaru**.

Pro náboj Q rozložený spojitě uvnitř uzavřené plochy S

$$Q_{\text{celk.}} = \int_V \rho dV, \quad (1.35)$$

resp.

$$Q_{\text{celk.}} = \int_{S'} \sigma dS' \text{ nebo } Q_{\text{celk.}} = \int_l \tau dl.$$

Gaussova věta:

Tok intenzity elektrostatického pole libovolnou uzavřenou plochou je ve vakuu roven podílu celkového náboje uvnitř plochy a permitivity vakua.

Využitím Gaussovy matematické věty_dostaneme

$$\int_V \text{div } \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

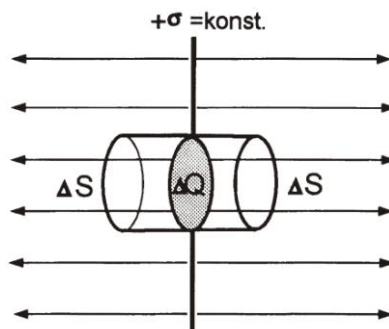
a odtud

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (1.36)$$

což je **Gaussova elektrostatická věta v diferenciálním tvaru**

Příklady použití Gaussovy věty

1. Výpočet velikosti intenzity elektrostatického pole náboje rozloženého na rovině s konstantní plošnou hustotou σ



Tok pláštěm je nulový. Podle (1.31) je tok intenzity základnami:

$$\Phi_e = 2E\Delta S$$

Uvnitř uzavřené plochy je náboj $\Delta Q = \sigma\Delta S$. Dosazením do Gaussovy věty (1.34) obdržíme

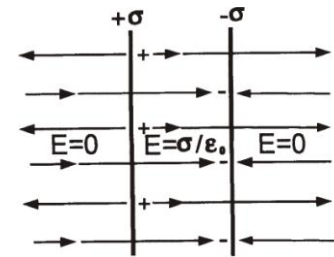
$$2E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\epsilon_0}$$

a odtud

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (1.37)$$

Poznámka:

Pro **případ dvou rovnoběžných rovin** nabitých náboji opačných znamének rozloženými s plošnou hustotou stejné velikosti ($|\sigma_+| = |\sigma_-| = \sigma$)



$$(1.38)$$

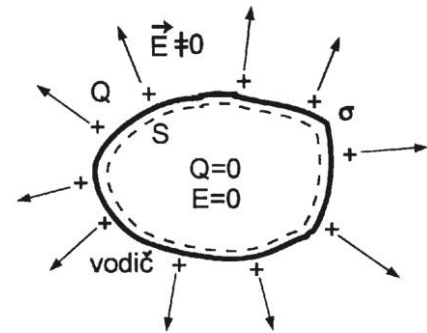
V prostoru mezi rovinami se pole sčítají

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- \quad E = 2 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

kdežto v okolním prostoru se obě pole ruší ($E = 0$).

2. Intenzita elektrického pole uvnitř nabitého vodiče a v těsné blízkosti jeho povrchu

Náboj nabitého vodiče je rozložen jen na povrchu (uvnitř jsou náboje kompenzovány). Pokud uvnitř vodiče neexistují nabité částice, bude uvnitř nulové elektrické pole.



Uvažujme uzavřenou plochu S vedenou těsně pod povrchem nabitého vodiče

Podle Gaussovy věty

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

Tok intenzity libovolnou uzavřenou plochou S , ležící uvnitř vodiče, je roven nule, pouze tehdy je-li **v celém objemu vodiče intenzita** $\vec{E} = 0$.

Pozn: pokud by $\vec{E} \neq 0$, působila by na volné elektrony síla $\vec{F} = -e\vec{E}$, což by vedlo k jejich přemísťování.

V těsné blízkosti povrchu

Tok intenzity základnou nad povrchem vodiče je

$$\Phi_e = E\Delta S.$$

Dosazením $\Delta Q = \sigma\Delta S$ do Gaussovy věty dostaneme

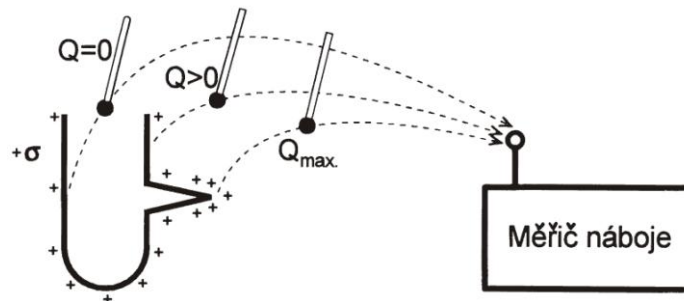
$$E\Delta S = \frac{|\sigma|\Delta S}{\epsilon_0}$$

a úpravou

$$E = \frac{|\sigma|}{\epsilon_0}. \quad (1.39)$$

Tento vztah je označován jako **Coulombova věta**

Poznámka: Plošná hustota náboje $\sigma(x, y, z)$ nemusí být ve všech místech povrchu nabitého vodiče stejná. Měřením bychom se mohli přesvědčit, že největší hustota náboje je na hranách a na hrotech nabitého vodiče, nejmenší hustota (téměř nulová) je v dutinách, (viz obrázek). V okolí hrotů dochází k **sršení náboje** (sání elektriny hrotem – viz bleskosvod a Prokop Diviš).
Elektrický vítr



3. Výpočet intenzity E elektrostatického pole nabité vodivé koule

Koule o poloměru R nabitá nábojem Q a velmi vzdálená od okolních těles. Plošná hustota bude (stejná křivost)

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}.$$

Intenzita elektrostatického pole ve vzdálenosti r od středu:

Pro $r < R$ (uvnitř) $\vec{E} = 0$.

Pro $r = R$ (v těsné blízkosti povrchu) podle Coulombovy věty

$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^2}.$$

Síločáry mají směr normály k povrchu (radiální pole).

Pro $r > R$ můžeme velikost intenzity určit pomocí Gaussovy věty tok intenzity

$$\Phi_e = ES = 4\pi r^2,$$

takže

$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

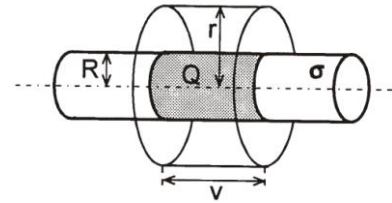
a odtud

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Závěr: Elektrické pole nabité vodivé koule ve vzdálenosti $r > R$ je stejné jako pole bodového náboje Q , který by byl umístěn uprostřed

4. Výpočet velikosti intenzity elektrostatického pole od náboje rozloženého na velmi dlouhé válcové ploše s konstantní plošnou hustotou σ

Poloměr nabité válcové plochy označíme R a využijeme Gaussovu větu pro stanovení E ve vzdálenosti $r > R$ od osy válcové plochy.



Tok intenzity pláštěm válce

$$\Phi_e = ES_{\text{pl}} = E2\pi r v.$$

Náboj Q uvnitř uzavřené plochy je náboj na části nabité válcové plochy výšky v

$$Q = 2\pi R v \sigma.$$

Dosazením do Gaussovy věty (1.34) obdržíme

$$E2\pi r v = \frac{2\pi R v \sigma}{\epsilon_0}$$

odtud

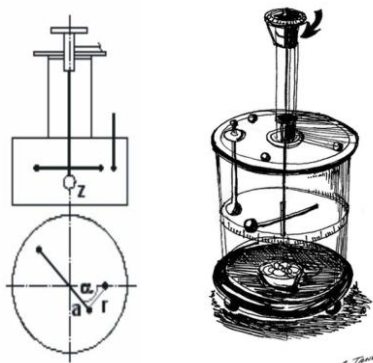
$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}. \quad (1.40)$$

Poznámka:

Gaussova věta platí i pro pole stacionární i nestacionární a je i jednou ze čtyř základních Maxwellových rovnic popisujících elektromagnetické pole.

Fyzika, technika, příroda

Coulomb formuloval svůj zákon na základě experimentu na zařízení, využívajícího zkroucení (torze) vlákna, na němž bylo umístěno raménko na koncích s kovovými kuličkami. **Jak fungují Coulombovy torzní váhy?** Jsou sestaveny ze skleněné válcové nádoby, ve které je na tenkém pružném vlákně zavěšeno raménko z nevodivého materiálu o známé délce. Vlákno je uchycené v otočné hlavici se stupnicí. Na konci raménka jsou kovové kuličky. U jedné z nich je další kovová kulička, která je upevněna na tenké kovové tyčce. Úhel vychýlení raménka α se zaznamenává pomocí odrazu světelného paprsku od zrcátka namontovaného na raménku.



Coulombovy torzní váhy a jejich schéma

Elektrostatické náboje vznikají v různých situacích. Napětí mezi vzniklými náboji nemusí být zanedbatelné. V následující tabulce jsou hodnoty napětí vůči Zemi.

Sníh ve vánici	65 V
Mletí cukru ve válcovém mlýnu	1 700 V
Jízda automobilu po betonové vozovce	3 000 V
Praní vlněných šatů v benzínu	5 000 V
Svlékání šatů z umělých vláken	10 000 V
Barvení předmětů stříkáním	10 000 V
Chůze po vlněném koberci	14 000 V
Tření koženého hnacího řemene po kladce	80 000 V

Uvedené hodnoty se mohou zdát ve srovnání s napětím v naší elektrické síti značné, a nebezpečné. Záleží však i na hustotě elektrických nábojů, a ta je v těchto případech velmi malá. Proto se např. svlékání šatů z umělých vláken při napětí 10 kV projeví jen jako slabé praskání.

Roku 1754 postavil Prokop Diviš na zahradě přímětické fary svůj typ uzemněného bleskosvodu, který měl preventivním vysáváním atmosférické elektřiny z mraků bránit tvoření bouřek, a tím je odvracet. A až roku 1766 Benjamin Franklin prohlásil, že bleskosvodem nelze atmosférickým výbojům předcházet, nýbrž že slouží k tomu, aby **blesk** byl beze škody sveden do země. Název „blesk“ pochází z indogermánského slova „*bhlei*“ = svítit. Je to optický jev doprovázející náhlý výboj atmosférické elektřiny. Experimenty s bleskem jsou extrémně rizikové a byly často smrtelné. Blesk můžeme fyzikálně popsat jako extrémní formu jiskrového výboje. Z fyzikálního hlediska je každý výboj v plynu, tedy i blesk, tokem elektrického proudu – elektronů, kladných a záporných iontů. Zde se však zaměříme na jeho vznik na principu elektrostatické indukce.

Bouřkové mraky jsou tvořeny kapičkami vody. Ty se vlivem vzdušných proudů a vírů, třením s molekulami vzduchu, elektrizují. A to tak, že vnitřek kapky se nabije kladným nábojem a její povrch záporným. Dále se díky nárazům větru tyto kapičky dělí na ještě menší části. Tímto způsobem se oddělí kladný náboj od záporného. V horní části mraku se nahromadí kladný náboj a v dolní náboj záporný. Vzniká tak obrovský kondenzátor, který se těmito přirozenými procesy uvnitř bouřkového mraku neustále nabíjí a jehož jednotlivé póly jsou odděleny vzduchovým dielektrikem o tloušťce několika kilometrů. Je-li rozdíl potenciálů (napětí) mezi horní a dolní částí oblaku tak velký, že dielektrikum nedokáže zajistit jejich dostatečnou vzájemnou izolaci, dochází ke zkratu. Mezi oběma póly přeskočí jiskra, která část nashromážděné energie přemění na světlo a teplo. Tomuto jevu říkáme blesk. V tomto popsaném případě jde o blesk, který proběhl v oblaku. Tento druh oblaku nepředstavuje pro člověka téměř žádné nebezpečí. Jak se bouřkové mraky (*cumulonimbus*) pohybují nad krajinou, vytváří na zemi pomocí elektrostatické indukce opačný náboj. Pod záporně nabitou spodní částí mraku vzniká na povrchu země kladný náboj, který dosahuje velké hustoty náboje na vyvýšených místech (komíny, vysoké budovy, stromy...). Pokud rozdíl potenciálů mezi zemí a bouřkovým mrakem dosáhne hodnot, při kterých se vzduch stává vodivým, udeří zpravidla do tohoto vyvýšeného místa blesk. Blesk dosahuje úctyhodných fyzikálních parametrů. Samotný průměr kanálu většinou dosahuje hodnot centimetrových, vzácněji bývá širší (až několik desítek centimetrů). Proud, který kanálem protéká, dosahuje intenzity kolem desítek tisíc ampérů. Teplota uvnitř kanálu se pak pohybuje obvykle kolem 30 000 K.



Blesk uvnitř a vně bouřkových mraků

Kulový blesk je přírodní atmosférický jev, jehož výskyt je obvykle vázán na bouřkové počasí. Projevuje se jako kulovitý útvar o průměru od několika centimetrů po více než metr, různých barev od žluté po modrou. Koule se někdy valí po zemi, někdy skáče, někdy šplhá na tyče vysokého napětí. Na své cestě může zničit elektrická zařízení, zapálit oheň nebo dokonce sežehnout i zvířata a lidi. Jev trvá desítky sekund a zmizí náhle, jindy prudce vzplane s ostrým prásknutím a srší ohnivými plameny. Navzdory až půl tisíce let starým svědectvím a až dvě stě let trvajícím vědeckému zkoumání, nikdo dosud není schopen detailně objasnit podstatu a příčinu tohoto jevu.

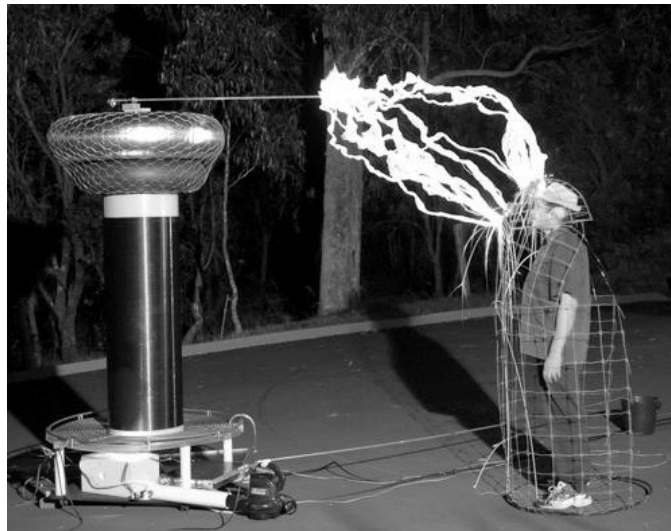


Kulový blesk v historické ilustraci



Kulový blesk v přírodě

Faradayova klec je pojem známý již od 17. století. Její princip je založen na tom, že elektrický náboj je soustředěn pouze na povrchu vodiče, nikoli v jeho objemu. Uvnitř vodiče žádné náboje nejsou a je zde tedy nulová intenzita elektrického pole. Faradayovy klece se využívá zejména tam, kde je třeba chránit zařízení či osoby před škodlivým elektromagnetickým polem, rádiovými vlnami apod. Pro tyto účely jsou stavěny speciální Faradayovy klece. Faradayovou klecí je do určité míry i automobil. Může posádku chránit před účinky blesku. Náboj a tedy i proud je sveden karosérií, přes vodivé pneumatiky (obsahují vodivou tuhu) do země. Faradayovou klecí bývají také kovové skříně elektrospotřebičů nebo stínění kabelů.



Faradayova klec

Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“)

1. Změní-li se vzdálenost mezi dvěma danými bodovými elektrickými náboji z 0,1 cm na 1 cm, zmenší se velikost elektrické síly, kterou na sebe oba bodové náboje působí:

- A) 10 krát
- B) o 1/10 původní hodnoty
- C) 100 krát
- D) o 1/100 původní hodnoty

2. Radiální elektrické pole se vytváří:

- A) v okolí kladného nebo záporného iontu
- B) mezi nabitými deskami kondenzátoru
- C) mezi dvěma elektricky nabitými tělesy
- D) v okolí elektricky nabitě tyče

3. Vyjádření Coulombova zákona je formálně podobné:

- A) zákonu Joule-Lenzovu
- B) Newtonovu gravitačnímu zákonu
- C) Archimedovu zákonu
- D) Ohmovu zákonu

4. Uvnitř nabitě vodivé koule je intenzita elektrického pole:

- A) vektor směřující do středu koule
- B) vektor směřující do středu u kladně nabitě koule a ze středu u záporně nabitě koule
- C) nulová
- D) vektor, který má směr tečny k povrchu nabitě koule

5. Velikost sil, kterými na sebe působí dva bodové elektrické náboje v daném prostředí je nepřímo úměrná:

- A) velikosti obou nábojů
- B) vzdálenosti obou nábojů
- C) druhé mocnině vzdálenosti obou nábojů
- D) relativní permitivitě prostředí
- E) permeabilitě vakua
- F) druhé odmocnině vzdálenosti obou nábojů

6. Pro intenzitu elektrického pole v daném místě elektrického pole platí:

- A) má opačný směr jako elektrická síla působící v daném místě na kladný bodový náboj
- B) je definovaná jako podíl elektrické síly, která působí v daném místě na kladný bodový náboj
- C) je přímo úměrná napětí mezi dvěma rovnoběžnými deskami a nepřímo úměrná vzdálenosti desek

- D) je nepřímo úměrná velikosti náboje a přímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti z daného místa pole k náboji
- E) vektor intenzity homogenního elektrického pole má směr normály k siločárám
- F) jednotkou elektrické intenzity je $C \cdot N^{-1}$

ODPOVĚZTE

- Jakým způsobem udělíme pomocí skleněné tyče dvěma izolovaným stejně velkým vodičům přesně stejné náboje a jak opačné náboje?
- Uveďte konkrétní příklady *elektrostatické indukce*.
- Jak vysvětlíte jev *elektrování těles*?
- Proč jsou *bleskosvody* zakončeny hrotem?

PŘÍKLADY

1. Jakou intenzitu má elektrické pole, které působí na elektron silou $4,8 \cdot 10^{-15} \text{ N}$? ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).
[$E = 3 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$]
2. Určete sílu působící na elektron v homogenním elektrickém poli o intenzitě $2 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$. ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).
[$F = 3,2 \cdot 10^{-14} \text{ N}$]
3. Dva bodové náboje o velikostech $3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ a $5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ jsou ve vzdálenosti 0,3 m. Konstanta v Coulombově zákonu pro vakuum je $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. Jak velkými silami na sebe navzájem náboje působí, jsou-li ve vakuu?
[$F = 150 \text{ N}$]
4. Dva bodové náboje o velikostech $3 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ a $5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ jsou ve vzdálenosti 0,3 m. Konstanta v Coulombově zákonu pro vakuum je $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. Jak velkými elektrickými silami na sebe navzájem náboje působí, jsou-li v dielektriku s relativní permitivitou $\varepsilon_r = 5$?
[$F = 30 \text{ N}$]
5. Dvě stejně velké nabitě kuličky se přitahují ve vakuu silou $3 \cdot 10^{-5} \text{ N}$ ve vzdálenosti $r = 10 \text{ cm}$. Jaký mají elektrický náboj ? (Konstanta v Coulombově zákonu pro vakuum je $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$).
[$Q = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ C}$]
6. V homogenním elektrickém poli působí na elektrický náboj o velikosti $4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ elektrická síla o velikosti 8 N. Jak velká je intenzita elektrického pole?
[$E = 2 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$]
7. V homogenním elektrickém poli působí na elektrický náboj o velikosti $4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ elektrická síla o velikosti 8 N. Jakou práci vykonají síly elektrického pole při přemístění daného náboje do vzdálenosti 0,4 m podél siločár?
[$W = 3,2 \text{ J}$]
10. Vypočítejte intenzitu elektrického pole v bodě, který leží uprostřed na spojnici dvou nábojů $Q_1 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ a $Q_2 = -4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$, vzdálených od sebe 20 cm. (Předpokládejme, že náboje jsou ve vakuu, konstanta v Coulombově zákonu pro vakuum je $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$).
[$E = 7,2 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$]
11. V Bohrově modelu vodíkového atomu na sebe působí proton a elektron silou $23 \cdot 10^{-9} \text{ N}$. Určete vzájemnou vzdálenost protonu a elektronu. ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$).
[$r = 1,001 \cdot 10^{-10} \text{ m}$]

Historie

Skutečnost, že i v nezelektrovaném vodiči vzniká při jeho přiblížení k zelektrovanému tělesu elektrický náboj (na přivrácené straně nesouhlasný a na odvrácené straně souhlasný) objevil **Franz Ulrich Maria Theodor Aepinus** (1724-1802). V roce 1759 nazval tento jev elektrostatickou indukcí.



Franz Ulrich Maria Theodor Aepinus



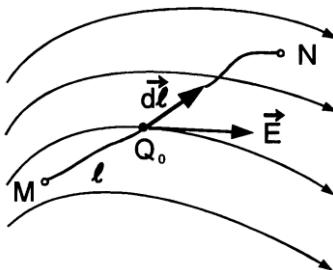
Peter van Muschenbroek

Objev kondenzátoru bývá spojován s datem 1745. Holandský fyzik v Leidenu, **Peter van Muschenbroek** se snažil shromáždit náboj ve vodě, uzavřené v láhvi. V jedné ruce tehdy držel láhev, a když se pokusil druhou rukou od-táhnout drát, který spojoval vodu v láhvi se zdrojem elektřiny, dostal nečekaně silnou ránu. Válcový kondenzátor tohoto typu byl pojmenován jako „Leidenská láhev“ a používá se zejména při školních pokusech.

1.6 POTENCIÁL ELEKTROSTATICKÉHO POLE

Skalární veličina, která souvisí s potenciální energií náboje v elektrostatickém poli.

1. Práce při přenášení náboje v elektrostatickém poli



Působí-li na náboj kromě síly $\vec{F} = Q_0 \vec{E}$ současně vnější síla $\vec{F}_v = -\vec{F} = -Q_0 \vec{E}$, je výsledná síla působící na náboj Q_0 rovna nule.

Při přemístění náboje Q_0 podél orientovaného elementu dráhy $d\vec{l}$ (podle obrázku) se vykoná práce

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = Q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Při přemístění náboje Q_0 z bodu M do N po křivce l bude celková práce A dána dráhovým integrálem

$$A = Q_0 \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (1.41)$$

Vnější síla při tomto přemístění náboje Q_0 z bodu M do N po křivce l vykoná práci

$$A_v = -Q_0 \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (1.42)$$

Obě práce se liší jen znaménkem.

2. Potenciální energie náboje v elektrostatickém poli

Náboje vzbuzující pole \vec{E} a náboj Q_0 lze považovat za soustavu, ve které působí vnitřní síly.

Síla $\vec{F} = Q_0 \vec{E}$ je výslednicí vnitřních sil působící na náboj Q_0 .

V této soustavě lze zavést **potenciální energii** W_p

$$dW_p = \vec{F}_v \cdot d\vec{l} = -Q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (1.43)$$

Při přemístění náboje Q_0 v poli z bodu N do bodu M po křivce l je práce vnější síly dána vztahem (1.41), takže přírůstek potenciální energie náboje Q_0 je

$$\Delta W_p = W_{pM} - W_{pN} = -Q_0 \int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (1.44)$$

Rovnice (1.44) určuje rozdíl potenciální energie náboje Q_0 v bodech M a N . Potenciální energie náboje je touto rovnicí určena až na konstantu.

Tuto neurčitost odstraníme volbou **místa nulové potenciální energie**. (Zpravidla v ∞ , prakticky povrch Země).

Pro $N \rightarrow \infty$ je $W_{pN} = 0$

potenciální energie náboje Q_0 v libovolném místě M elektrostatického pole je funkcí místa (polohy bodu M) v elektrostatickém poli.

$$W_{pM} = -Q_0 \int_{\infty}^M \vec{E} \cdot d\vec{l} = Q_0 \int_M^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.45)$$

Potenciální energie náboje Q_0 je rovna práci, kterou vykoná vnější síla při přenesení tohoto náboje z nekonečna do daného bodu M . (nebo opačně)

3. Potenciál elektrostatického pole

$$\varphi_M = \frac{W_{pM}}{Q_0} = - \int_{\infty}^M \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_M^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.46)$$

Potenciál elektrostatického pole v bodě M je:

- číselně roven potenciální energii kladného jednotkového náboje v daném místě pole
- číselně roven práci vykonané vnější silou při přenesení kladného jednotkového náboje z nekonečna do daného bodu pole
- číselně roven práci vykonané polem při přenesení kladného jednotkového náboje z bodu pole do nekonečna

Potenciál je **skalární veličina** – $J \cdot C^{-1} = V$ (volt)

Rozdíl potenciálů $\varphi_M - \varphi_N$ nazýváme **elektrické napětí** U_{MN} mezi bod M a N pole E .

$$U_{MN} = \varphi_M - \varphi_N = \frac{W_{pM}}{Q_0} - \frac{W_{pN}}{Q_0} = - \int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{l}. \quad (1.47)$$

V homogenním poli ($E = \text{konst.}$) platí

$$U_{MN} = \int_M^N E dl \cos \alpha = E \int_M^N dl \cos \alpha = E \int_M^N dr = Ed, \quad (1.48)$$

kde $dr = dl \cos \alpha$ je velikost průmětu vektoru posunutí do směru E , d vzdálenost bodů M a N .

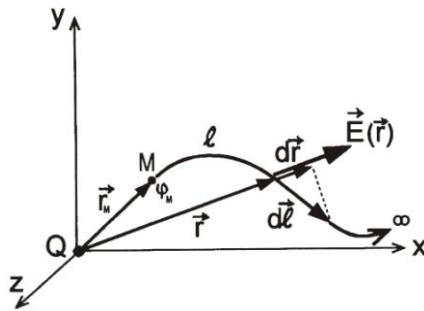
Práce A je přímo úměrná velikosti přenášeného náboje a elektrického napětí mezi body M a N

$$A = Q_0 \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{l} = Q_0 (\varphi_M - \varphi_N) = Q_0 U_{MN} \quad (1.49)$$

4. Výpočet potenciálu elektrostatických polí některých soustav nábojů

Pro $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$ můžeme potenciál vyjádřit jako funkci souřadnic, tj. $\varphi = \varphi(x, y, z)$.

- **Pole bodového náboje** Q (umístěný v počátku), poloha bodu M je určena polohovým vektorem \vec{r}_M (viz obrázek).



Dosazením vztahu pro \vec{E}_r do vztahu 1.46 dostaneme

$$\varphi_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_M}^{\infty} \frac{Q}{r^3} \vec{r} \cdot d\vec{l},$$

$$\vec{r} \cdot d\vec{l} = r dl \cos \alpha = r dr.$$

Po dosazení

$$\varphi_M = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_M}^{\infty} \frac{r dr}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_M}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r_M}. \quad (1.50)$$

Pozn: Stejný výsledek platí pro potenciál elektrického pole vodivé koule o poloměru R .

Je-li Q záporný potom potenciál je rovněž záporný.

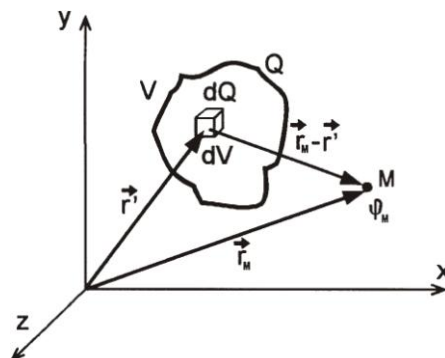
- Potenciál pole buzeného *soustavou n bodových nábojů* Q_1, Q_2, \dots, Q_n rozmístěných v bodech $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$.

Pro potenciál v bodě M určeném \vec{r}_M platí:

$$\varphi_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^n \frac{Q_j}{|\vec{r}_M - \vec{r}_j|} \quad (1.51)$$

Rozšiřující učivo

- Potenciál buzený *nábojem spojitě rozloženým s objemovou hustotou* náboje:



$$\varphi_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r}') dV}{|\vec{r}_M - \vec{r}'|}. \quad (1.52)$$

- Potenciál buzený *nábojem spojitě rozloženým na ploše S s plošnou hustotou* náboje $\sigma(\vec{r}')$:

$$\varphi_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\vec{r}')dS}{|\vec{r}_M - \vec{r}'|} \quad (1.53)$$

- potenciál buzený *nábojem spojitě rozloženým na křivce l s lineární hustotou* náboje $\tau(\vec{r}')$

$$\varphi_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\tau(\vec{r}')dl}{|\vec{r}_M - \vec{r}'|} \quad (1.54)$$

5. Vztah mezi intenzitou a potenciálem elektrostatického pole

$$d\varphi = \frac{dW_p}{Q_0} = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.55)$$

$d\varphi$ je úplný diferenciál

$$d\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial\varphi}{\partial z} dz.$$

Vektory E a $d\vec{l}$ ve složkách:

$$\vec{E} = \vec{i}E_x + \vec{j}E_y + \vec{k}E_z \quad d\vec{l} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz.$$

Pro skalární součin

$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = E_x dx + E_y dy + E_z dz.$$

Dosazením do (1.55) a porovnáním výrazů na obou stranách rovnice

$$\vec{E} = -\left(\vec{i} \frac{\partial\varphi}{\partial x} dx + \vec{j} \frac{\partial\varphi}{\partial y} dy + \vec{k} \frac{\partial\varphi}{\partial z} dz\right) = -\text{grad } \varphi. \quad (1.56)$$

Gradient potenciálu

Vektor, jehož velikost se v každém bodě elektrostatického pole rovná maximálnímu přírůstku potenciálu připadající na jednotkovou vzdálenost a má směr maximálního růstu potenciálu.

Pozn: Znaménko minus vyjadřuje, že směr maximálního růstu potenciálu jde proti směru intenzity pole.

6. Ekvipotenciální plochy

Plocha, ve které má potenciál stejnou hodnotu. Rovnice této plochy je

$$\varphi(x, y, z) = C.$$

kde C je konstantní hodnota potenciálu (bodový náboj – soustředné koule, homogenní pole – rovnoběžné roviny kolmé k siločárám).

Vlastnosti ekvipotenciálních ploch:

- Přemístění náboje po ekvipotenciální ploše – práce sil elektrostatického pole = 0 (viz 1.49)

Z toho plyne, že α (úhel mezi vektory \vec{E} a $d\vec{l}$) bude 90° , tj. \vec{E} je kolmý k ekvipotenciální ploše.

Elektrické siločáry jsou všude kolmé na ekvipotenciální plochy

- každým bodem prochází jediná siločára (ekvipotenciální plochy se nikde neprotínají)
- Ekvipotenciální plochy v radiálním poli jsou soustředné kulové plochy.
- Siločáry jsou kolmé k povrchu nabitého vodiče \Rightarrow ve všech bodech povrchu vodiče má elektrický potenciál stejnou hodnotu φ_S . Uvnitř vodiče je $\vec{E} = 0$ a podle (1.56) i $\text{grad } \varphi = 0$. Z toho vyplývá, že **elektrický potenciál je v celém objemu vodiče konstantní a je roven potenciálu na jeho povrchu.**

7. Další vlastnosti elektrostatického pole

Práce, kterou vykoná elektrostatické pole při přenesení náboje Q_0 po libovolné uzavřené křivce l zpět do počáteční polohy ($M \equiv N$) je roven 0.

Potom

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (1.57)$$

Tato pole nazýváme ***konzervativní*** nebo ***potenciálová***.

Využitím Stokesovy věty:

$$\int_s \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

Platí

$$\text{rot } \vec{E} = 0. \quad (1.58)$$

Pole nevírové.

1.7 NENABITÝ VODIČ V ELEKTROSTATICKÉM POLI

1. Kovové vodiče

V kovových tělesech – *volné elektrony* (valenční elektrony atomů)

Není-li těleso nabito, je náboj volných elektronů kompenzován zcela kladnými ionty krystalové mřížky kovu. **Kladné ionty** jsou vázány na uzlové body krystalové mřížky a **nepohybují se**.

Počet volných elektronů u kovů:

${}^{64}_{29}\text{Cu}$ – 29 volných elektronů (slupky 2, 8, 18 a 1), $M_m = 63,54 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$, $\rho_{\text{Cu}} = 8900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. 1 mol látky obsahuje $6,023 \cdot 10^{23}$ atomů

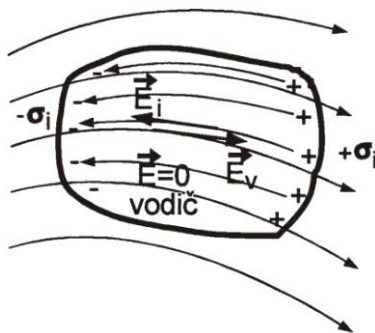
Počet volných elektronů v $1 \text{ m}^3 \text{ Cu}$

$$n_0 = \frac{6,023 \cdot 10^{23} \cdot 8,9 \cdot 10^3}{63,54 \cdot 10^{-3}} = 8,4 \cdot 10^{28}.$$

Celkový náboj volných elektronů v $1 \text{ m}^3 \text{ Cu}$ je $-n_0e = -1,3 \cdot 10^{10} \text{ C}$ (zcela kompenzován nábojem kladných iontů).

2. Elektrostatická indukce

Při vložení nenabitého vodiče do pole o intenzitě \vec{E}_0 působí na nabitě částice s nábojem q síla $\vec{F} = q\vec{E}_0 \Rightarrow$ volné náboje (v kovech elektrony) se budou přemisťovat – **elektrostatická indukce** (viz obrázek)



Indukované náboje vytváří vlastní pole o intenzitě \vec{E}_i (orientovaná proti vnějšímu poli).

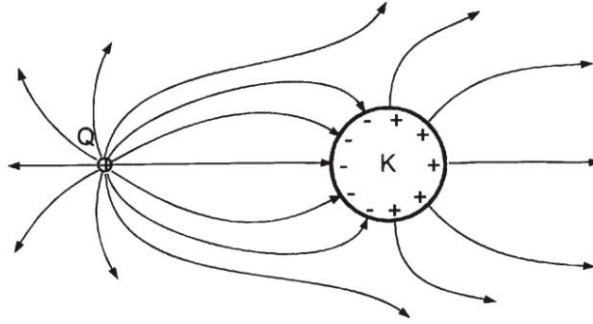
Ustálený stav

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i = 0 \quad (1.59)$$

Pole indukovaných nábojů na povrchu vodiče ruší uvnitř vodiče vnější pole \vec{E}_0 (za cca 10^{-12} s).

Původně nenabitě těleso se změní v **elektrický dipól**.

Pomocí elektrostatické indukce je možné provádět **nabíjení vodičů**. (obrázek)



Dotykem je potom odveden náboj záporných elektronů (kladně nabitě těleso) nebo naopak kompenzován kladný náboj tělesa (záporně nabitě těleso).

Elektrostatické stínění – využívá skutečnosti, že uvnitř vodiče (i s dutinou) je $E = 0$.

Protože uvnitř vodiče je $E = 0$ je **potenciál v celém objemu vodiče konstantní** a je roven potenciálu na jeho povrchu. Povrch vodiče je ekvipotenciální plochou. Siločáry elektrostatického pole jsou kolmé na povrch vodiče (viz obr. nahoře – skládání radiálního pole s polem indukovaných nábojů na vodiči K)

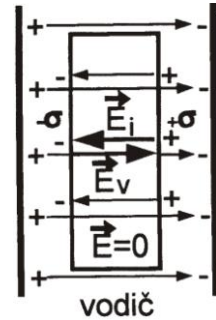
Vodič ve tvaru tenké kovové desky (obrázek)

V důsledku elektrostatické indukce se na stěnách indukují náboje s plošnou hustotou

$$+\sigma_i, -\sigma_i .$$

Velikost intenzity elektrostatického pole indukovaných nábojů

$$E_i = \frac{|\sigma_i|}{\epsilon_0}$$



(vektor \vec{E}_i má opačnou orientaci k \vec{E}_0)

Výsledná intenzita pole uvnitř vodiče musí být nula, takže

$$E_0 - \frac{|\sigma_i|}{\epsilon_0} = 0 \Rightarrow |\sigma_i| = \epsilon_0 E_0 \quad (1.60)$$

Poznámka: V Maxwellově teorii kromě \vec{E} zavádíme **vektor elektrické indukce** \vec{D} :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (1.61)$$

Z toho vyplývá, že $\vec{D} = \sigma_i [\text{C} \cdot \text{m}^{-2}]$.

1.8 KAPACITA VODIČŮ. KONDENZÁTORY

Tělesa různého tvaru mají při nabití stejným nábojem různý potenciál (závisí na tvaru, vzdálenosti okolních vodičů a na prostředí, kterým jsou obklopena)

1. Kapacita osamocené vodiče

$$Q = \oint_S \sigma dS$$

Potenciál φ_S v libovolném bodě N na povrchu (podle 1.54)

$$\varphi_S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\sigma dS}{r_N},$$

kde r_N je vzdálenost bodu N od elementu plochy dS na povrchu vodiče.

Zvětšením náboje n -krát $\Rightarrow Q' = nQ = \oint_S n\sigma dS$ a také $\sigma' = n\sigma$

Potenciál na povrchu vodiče

$$\varphi'_S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{n\sigma dS}{r_N} = n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\sigma dS}{r_N} = n\varphi_S.$$

Celkový náboj na osamocené vodiči a potenciál na jeho povrchu jsou **přímo úměrné veličinami**

$$Q = C\varphi_S. \quad (1.62)$$

Konstanta úměrnosti C se nazývá **kapacita** osamocené vodiče (ve vakuu je C funkcí geometrického tvaru).

Jednotka kapacity je 1 F a platí 1 F = C · V⁻¹ (1 F je příliš velká jednotka).

Používají se dílčí jednotky 1 μF = 10⁻⁶ F, 1 nF = 10⁻⁹ F, 1 pF = 10⁻¹² F.

$$C = \frac{Q}{\varphi_S} \quad (1.63)$$

Kapacita – schopnost jímat elektrický náboj.

Příklad: Kapacita osamocené koule o poloměru R .

$$\varphi_S = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}, \quad Q = 4\pi\epsilon_0 R\varphi_S,$$

porovnáním s (1.62)

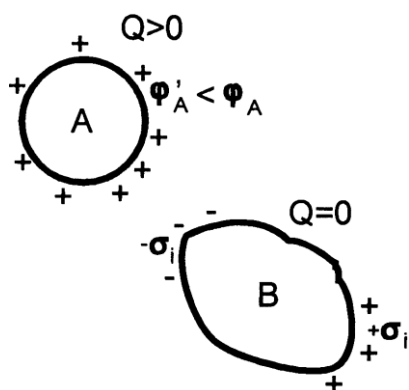
$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

Kapacitu 1 F by musela mít koule o $R = 10^7$ km.

2. Kapacita soustavy dvou vodičů

Kapacita osamocené vodiče A nabitého nábojem Q na potenciál φ_A

$$C = \frac{Q}{\varphi_A}.$$



V blízkosti necht' je nenabitý vodič B (obrázek). Potenciál elektrostatického pole indukovaných nábojů v místě A má opačné znaménko jako φ_A , takže potenciál na povrchu vodiče A je nyní φ'_A ($|\varphi'_A| < |\varphi_A|$).

Při stejném náboji Q se zvětšila kapacita C_A

$$C'_A = \frac{Q}{\varphi'_A} > \frac{Q}{\varphi_A} = C_A.$$

Poznámka: uzemněním vodiče B se ještě více sníží φ'_A a tím zvětší C'_A .

Bude-li tvar vodiče B takový, že bude obklopat vodič A, nebo bude-li v těsné blízkosti vodiče A, bude kapacita ještě větší.

Sestava takových vodičů se nazývá **kondenzátor**.

3. Kapacita kondenzátorů

Vodič A nabitý nábojem Q , vodič B má náboj $-Q$ (tok intenzity z kladně nabitého vodiče vstupuje celý do druhého vodiče). Potom kapacita kondenzátoru nezávisí na okolních vodičích.

Kapacita kondenzátoru:

$$C = \frac{Q}{\varphi_A - \varphi_B} = \frac{Q}{U_{AB}} \quad (1.65)$$

a) deskový kondenzátor

Náboj Q je rozložen s plošnou hustotou náboje σ , plocha desek S , vzdálenost desek je d :

$$Q = \sigma S$$

Napětí mezi deskami $U = Ed$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

takže

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d.$$

Dosazením do (1.65) dostaneme:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \quad (1.66)$$

b) válcový kondenzátor

Dvě souosé válcové elektrody (viz obrázek) s poloměry R_1, R_2 .

Při dostatečně dlouhých elektrodách jsou siločáry kolmé na osu kondenzátoru.

Intenzita elektrostatického pole na velmi dlouhé válcové ploše

$$E = \frac{\sigma R_1}{\epsilon_0 r}.$$

Napětí U mezi elektrodami kondenzátoru podle (1.48)

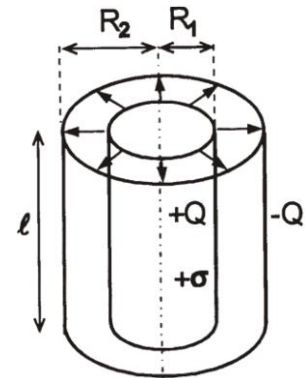
$$U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma R_1}{\epsilon_0 r} dr = \frac{\sigma R_1}{\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}.$$

Je-li délka kondenzátoru l , pak náboj na vnitřní elektrodě

$$Q = 2\pi R_1 l \sigma.$$

Dosazením do (1.65) dostaneme pro kapacitu vztah

$$C = \frac{2\pi R_1 l \sigma}{\frac{\sigma R_1}{\epsilon_0} \ln \frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi \epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (1.67)$$



Poznámka:

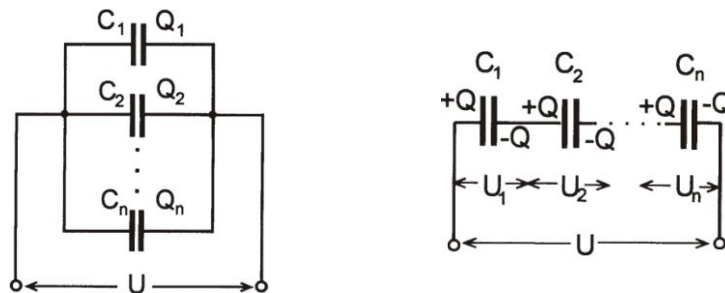
Je-li prostor mezi deskami vyplněn dielektrikem (izolantem) pak

$$C = \epsilon_r C_0. \quad (1.68)$$

Bezrozměrná veličina ϵ_r se nazývá **relativní permitivita** a charakterizuje dané dielektrikum.

4. Spojování kondenzátorů

a) **Paralelní spojení kondenzátorů** (pro získání větší kapacity než má kterýkoliv z kondenzátorů spojených) (obrázek)



Paralelní spojení kondenzátorů

Sériové spojení kondenzátorů

Celkový náboj Q je dán

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = C_1 U + C_2 U + \dots + C_n U \quad (1.69)$$

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (1.70)$$

b) **Sériové spojení kondenzátorů** (obrázek) (použití – chceme-li vytvořit kondenzátor na vyšší napětí než je jmenovité napětí jednotlivých kondenzátorů).

Při napětí U se nabijí kondenzátory stejným nábojem Q (vnitřní elektrody se nabíjí elektrostatickou indukcí)

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} \quad (1.71)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (1.72)$$

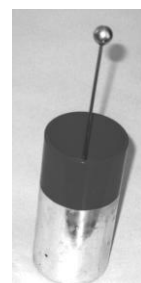
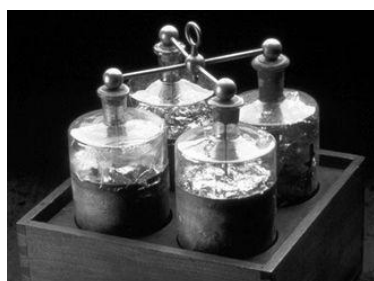
Výsledná kapacita je vždy menší než nejmenší kapacita zapojená v sérii (celkové napětí se rozdělilo a zmenšilo se jejich elektrické namáhání)

5. *Některé typy kondenzátorů*

- Svitkové kondenzátory
- Kondenzátory s proměnnou kapacitou (dolad'ovací – trimry)
- Elektrolytické kondenzátory
- Keramické kondenzátory (velká kapacita při malých rozměrech)

Fyzika, technika, příroda

Kondenzátor je elektrotechnická součástka používaná v elektrických obvodech k dočasnému uchování elektrického náboje, a tím i k uchování potenciální elektrické energie. Historii vzniku kondenzátoru jsme již uvedli na začátku kapitoly. První typy kondenzátorů typu Leidenské láhve jsou na následujícím obrázku. Jejich školní typ se využívá dodnes při pokusech z elektrostatiky.

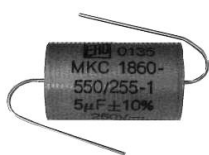


Historické typy válcových kondenzátorů (leidenských lahví) školní typ

Dielektrikum svou polarizací snižuje elektrické pole nábojů na deskách a umožňuje tak dosažení větší kapacity kondenzátoru. Z hlediska technického je kondenzátor určen maximální hodnotou napětí, použitým dielektrikem a kapacitou. Popis hodnoty kapacity na kondenzátoru vychází z řady E6, E12, E24. Např. pro řadu E6 jsou hodnoty kondenzátorů násobky čísel 100, 150, 220, 470, 680. Např. popis na součástce 473 znamená 47 000 pF. Toto značení se používá u kondenzátorů keramických a svitkových. Pro **keramické kondenzátory** je praktický rozsah hodnot od 1 pF do 1 μ F.



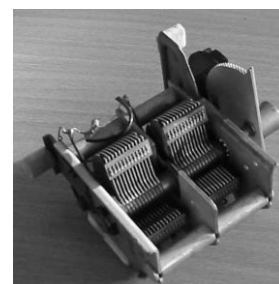
Keramické kondenzátory



Svitkový kondenzátor



Elektrolytické kondenzátory



Otočný vzduchový kondenzátor

Pro elektrolytické kondenzátory jsou běžné hodnoty jejich kapacit od 1 μ F do 1 F.

Nejstarší typ kondenzátoru s proměnnou kapacitou je otočný vzduchový kondenzátor. **Otočný kondenzátor** umožňuje zasouváním desek mezi sebe měnit účinnou plochu desek, a tím i kapacitu kondenzátoru. Desky mohou mít tvar půlkruhu (kapacita pak závisí lineárně na natočení) nebo ledvinovitý (obvykle logaritmický průběh změny kapacity).

A kde všude se lze setkat s kondenzátorem? Například ve fotografickém blesku, v elektrických obvodech pro vyhlazení napěťových špiček (stabilizaci) elektrospotřebičů. Kondenzátory se používají pro ladění v radiopřijímači, jako počítačové paměti či časovače. Znamé jsou „startovací“ kondenzátory, spouštějící výboj v zářivkách. Kondenzátor je také součástí defibrilátoru, což je lékařský přístroj schopný elektrickým výbojem obnovit činnost srdce.

Defibrilace je léčebný úkon, který je určený k přerušení nezdravé elektrické aktivity srdeční svaloviny s cílem vytvořit podmínky pro obnovení funkční elektrické aktivity srdce. Cílem je dosáhnout depolarizace srdeční svaloviny jako celku, při zachované schopnosti srdeční svaloviny vytvářet a vést elektrické vzruchy a vykonávat mechanickou práci. Příklady nezdravé elektrické aktivity srdce jsou komorová tachykardie a fibrilace komor. Při komorové tachykardii se srdce stahuje s vysokou frekvencí, která může dosahovat i hodnot, kdy se srdce nestačí plnit dostatečným množstvím krve. Komorová fibrilace je stav, kdy se vlny depolarizace šíří po komoře zcela chaoticky. Tento stav vede ke zcela nefunkčním stahům svaloviny. Při defibrilaci prochází přes srdeční sval elektrický proud, obvykle z elektrod umístěných na hrudník pacienta.

Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“)

VYBERTE JEDNU SPRÁVNOU ODPOVĚĎ ZE ČTYŘ NABÍDNUTÝCH

1. Tři kondenzátory o kapacitách $C_1 = 1 \text{ nF}$, $C_2 = 2 \text{ nF}$ a $C_3 = 3 \text{ nF}$ jsou připojeny ke zdroji stejnosměrného napětí podle obrázku

Na kterém kondenzátoru je největší napětí?

- | | |
|--------------|--------------------|
| A) na prvním | C) na třetím |
| B) na druhém | D) na všech stejné |

2. Na kterém kondenzátoru podle obrázku z příkladu 1 je největší elektrický náboj?

- | | |
|--------------|--------------------|
| A) na prvním | C) na třetím |
| B) na druhém | D) na všech stejný |

3. Který kondenzátor podle obrázku z příkladu 1 má největší energii elektrického pole?

- | | |
|----------|-------------------|
| A) první | C) třetí |
| B) druhý | D) všechny stejné |

4. Uvažujeme-li dva body, každý s elektrickým potenciálem 40 V , potom elektrické napětí mezi oběma body bude:

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| A) 40 V | B) 80 V | C) 20 V | D) 0 V |
|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|

VYBERTE DVĚ SPRÁVNÉ ODPOVĚDI ZE ŠESTI NABÍDNUTÝCH

1. Práce vykonaná v elektrickém poli:

- A) závisí na rozdílu potenciálů v daných místech elektrického pole, mezi kterými je náboj přemístován, přičemž nezávisí na tvaru trajektorie
- B) je daná součinem síly a náboje, na který tato síla působí ve směru siločar elektrického pole
- C) u deskového kondenzátoru je daná součinem elektrické síly a rozdílu vzdáleností daných míst elektrického pole od uzemněné desky
- D) je maximální, pokud se náboj v elektrickém poli přemísťuje po hladině potenciálu (ekvipotenciální hladině)
- E) je nulová, jestliže síla přemísťuje elektrický náboj ve směru siločar
- F) závisí na gradientu rychlosti náboje podél siločar homogenního elektrického pole

2. Kapacita deskového kondenzátoru:

- A) závisí nepřímo úměrně na relativní permitivitě prostředí mezi deskami
- B) závisí přímo úměrně na ploše desek kondenzátoru
- C) se zvýší při vzájemném oddálení desek
- D) závisí přímo úměrně na permitivitě vakua
- E) se zvýší, zvýší-li se elektrické napětí mezi deskami
- F) se sníží, jestliže je vyšší plošná hustota náboje na deskách kondenzátoru

PŘÍKLADY

1. V homogenním elektrickém poli působí na elektrický náboj o velikosti $4 \cdot 10^{-5}$ C elektrická síla o velikosti 8 N. Jakou práci vykonají síly elektrického pole při přemístění daného náboje do vzdálenosti 0,4 m podél siločar?
[$W = 3,2$ J]
2. Vypočítejte práci, která se vykoná při přemístění elektrického náboje $5 \cdot 10^{-4}$ C mezi dvěma místy elektrického pole s potenciálovým rozdílem 220 V.
[$W = 0,11$ J]
3. Elektrické pole má v bodě A potenciál $\varphi_1 = 30$ kV a v bodě B $\varphi_2 = 60$ kV. Jak velká práce se spotřebuje při přemístění náboje $Q = 3 \cdot 10^{-8}$ C z bodu A do bodu B?
[$W = 9 \cdot 10^{-4}$ J]
4. Vypočítejte intenzitu elektrického pole v bodě, který leží uprostřed na spojnici dvou nábojů $Q_1 = 4 \cdot 10^{-5}$ C a $Q_2 = -4 \cdot 10^{-5}$ C, vzdálených od sebe 20 cm. (Předpokládejme, že náboje jsou ve vakuu, konstanta v Coulombově zákonu pro vakuum je $k = 9 \cdot 10^9$ N \cdot m² \cdot C⁻²).
[$E = 7,2 \cdot 10^7$ N \cdot C⁻¹]
5. Dutá koule s poloměrem $r = 0,1$ m je nabitá nábojem 5 μ C. Jaký je potenciál na povrchu koule, je-li koule umístěná ve vakuu?
[$\varphi = 450$ kV]
6. Jak velký náboj je zapotřebí k nabití vodiče o kapacitě 1 μ F na potenciál 100 V?
[$Q = 10^{-4}$ C]
7. Vypočítejte kapacitu deskového kondenzátoru, jestliže plošný obsah desky je 100 cm², vzdálenost desek je 5 mm a mezi deskami je dielektrikum o $\epsilon_r = 4$. ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F \cdot m⁻¹)
[$C = 7,08 \cdot 10^{-11}$ F]
8. Deskový kondenzátor, mezi jehož deskami je vakuum, má kapacitu $2 \cdot 10^{-12}$ F. Vzájemná vzdálenost jeho desek je $4 \cdot 10^{-3}$ m. Kondenzátor nabijeme na napětí 600 V. Jaký elektrický náboj je na deskách kondenzátoru?
[$Q = 1,2 \cdot 10^{-9}$ C]
9. Deskový kondenzátor, mezi jehož deskami je vakuum, má kapacitu $2 \cdot 10^{-12}$ F. Vzájemná vzdálenost jeho desek je $4 \cdot 10^{-3}$ m. Kondenzátor nabijeme na napětí 600 V. Jaká je intenzita elektrického pole mezi deskami kondenzátoru?
[$E = 150 \cdot 10^3$ V \cdot m⁻¹]
10. Tři kondenzátory s kapacitami $C_1 = 6$ nF, $C_2 = 6$ nF a $C_3 = 3$ nF jsou spojeny sériově. Jaká je výsledná kapacita a jaké napětí je na prvním kondenzátoru, jestliže výsledné napětí je 200 V?
[$C = 1,5 \cdot 10^{-9}$ F, $U = 50$ V]
11. Jaká je celková kapacita kondenzátorů o kapacitách $C_1 = 6$ nF, $C_2 = 6$ nF a $C_3 = 3$ nF, jsou-li zapojeny první dva kondenzátory sériově a třetí je vůči nim paralelně?
[$C = 6 \cdot 10^{-9}$ F]
12. Jakou energii má kondenzátorová baterie z pěti kondenzátorů, každý s kapacitou 500 μ F, jestliže jsou zapojeny sériově? Napětí na baterii je 220 V.
[$E = 2,42$ J]
13. Jakou energii má kondenzátorová baterie z pěti kondenzátorů, každý s kapacitou 200 μ F, jestliže jsou zapojeny paralelně? Napětí na baterii je 220 V.
[$E = 24,2$ J]
14. Kondenzátor, jehož jedna deska má obsah plochy 20 cm² je nabitý na napětí 200 V. Mezi deskami vzdálenými 5 mm je dielektrikum o $\epsilon_r = 4$. Jaká je plošná hustota náboje na deskách kondenzátoru? ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ F \cdot m⁻¹).
[$\sigma = 1,42 \cdot 10^{-6}$ C \cdot m⁻²]
15. Určete výslednou kapacitu čtyř kondenzátorů $C_1 = 3$ nF, $C_2 = 3$ nF, $C_3 = 3$ nF a $C_4 = 9$ nF, jsou-li zapojeny podle obrázku.
[$C = 4 \cdot 10^{-9}$ F]
16. Určete výslednou kapacitu čtyř kondenzátorů $C_1 = 6$ nF, $C_2 = 3$ nF, $C_3 = 3$ nF a $C_4 = 9$ nF jsou-li zapojeny podle obrázku.
[$C = 4,25 \cdot 10^{-9}$ F]
17. Kondenzátor o kapacitě $C = 10$ nF je připojen ke zdroji napětí 220 V. Jaká je energie nabitého kondenzátoru?
[$E = 2,42 \cdot 10^{-4}$ J]
18. Na jaké napětí se musí nabít kondenzátor o kapacitě 2 μ F, aby na něm byl stejný náboj jako na Leidenské láhvi s kapacitou 1 nF při napětí 30 kV?
[$U = 15$ V]

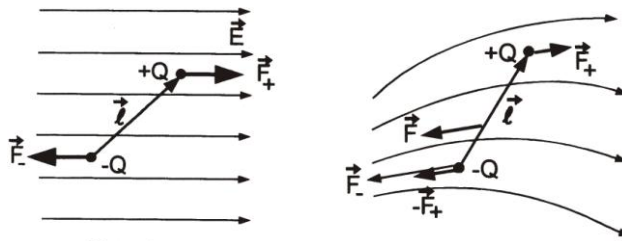
1.9 ELEKTROSTATICKÉ POLE V DIELEKTRIKU

1. Elektrický dipól ve vnějším elektrostatickém poli

Možnost popisu vlastností elektricky nevodivých látek (dielektrik)

a) Elektrický dipól v homogenním elektrostatickém poli

Pole o intenzitě \vec{E} vyvolává na náboje $+Q$ a $-Q$ síly $\vec{F}_+ = Q\vec{E}$ a $\vec{F}_- = -Q\vec{E}$, které tvoří dvojici sil (obrázek vlevo).



Otáčivý účinek této dvojice sil je charakterizován momentem dvojice sil

$$\vec{M} = \vec{l} \times \vec{F} = \vec{l} \times Q\vec{E} = Q\vec{l} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (1.73)$$

kde \vec{p} je elektrický moment dipólu.

Pro případ, kdy \vec{p} je souhlasně orientované s \vec{E} , hovoříme o *stabilní poloze* – $\vec{M} = 0$

Pro případ, kdy \vec{p} má opačnou orientaci vzhledem k \vec{E} ($\vec{p} \uparrow \downarrow \vec{E}$) je $\vec{M} = 0$, ale poloha je *labilní*.

b) Elektrický dipól v nehomogenním elektrostatickém poli (obrázek vpravo)

náboj $-Q$ je v místě o intenzitě \vec{E}_1 a náboj $+Q$ v místě o intenzitě \vec{E}_2 . Síly působící na dipól jsou $\vec{F}_+ = Q\vec{E}_2$ a $\vec{F}_- = -Q\vec{E}_1$.

Pro $E_1 > E_2$ bude $F_- > F_+$. Síly působí:

- otáčivým účinkem, charakterizovaným momentem $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}_2$,
- translační silou \vec{F} (vtahuje dipól do míst o větší intenzitě pole).

c) Elektrický kvadrupól – útvar složený ze 4 nábojů

d) Elektrické multipóly – obecnější útvary.

Poznámka: výpočet *translační síly*:

Určení z energetické bilance, neboť platí vztah $\vec{F} = -\text{grad } W_p$. Potenciální energii dipólu určíme jako součet potenciálních energií náboje $+Q$ a $-Q$.

$$W_p = Q(\varphi_2 - \varphi_1),$$

kde φ_2, φ_1 jsou potenciály vnějšího pole v místech nábojů $+Q$ a $-Q$.

Pro krátký dipól:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \vec{l} \cdot \text{grad } \varphi,$$

takže

$$W_p = Q\vec{l} \cdot \text{grad } \varphi = \vec{p} \cdot \text{grad } \varphi = -\vec{p} \cdot \vec{E}.$$

Pro translační sílu:

$$\vec{F} = -\text{grad } W_p = \text{grad } (\vec{p} \cdot \vec{E}) \quad (1.74)$$

1. Polarizace dielektrika

Dielektrikum (nevodič, izolant) – za normálních podmínek neobsahuje větší počet volných nábojů.

Nabité částice v dielektriku jsou vázány na atomy nebo molekuly látky (nepřemísťují se).

Polarizace dielektrika – odezva dielektrika na přítomnost elektrického pole.

Dielektrika – **polární**

– **nepolární**

Polární dielektrika mají nenulový dipólový moment ($\vec{p}_a \neq 0$) i bez přítomnosti vnějšího pole.

Nepolární dielektrika – vyznačují se středovou souměrností a mají nulový dipólový moment ($\vec{p} = 0$).

Dielektrika makroskopicky – na povrchu mají **vázaný náboj** (nelze ho od tělesa oddělit).

Náboj z nabitých vodičů lze odvést na jiné vodiče (**volný náboj**).

- Elektronová polarizace** – posunutí "těžiště" záporného náboje vzhledem k "těžišti" kladného náboje v atomu ($\vec{p}_a \neq 0$). Deformace elektronových obalů sleduje změny E až do kmitočtů 10^{15} Hz.
- Iontová polarizace** – změna relativní polohy iontů v molekulách dielektrika. Molekulová polarizace se uplatňuje i v polích o změně kmitočtu do 10^{13} Hz.
- Orientační polarizace** – projevuje se u dielektrik s polárními molekulami (nenulový moment bez přítomnosti pole). Elektrické momenty se *natočí* ve směru pole.

3. Vektor elektrické polarizace \vec{P}

Popis polarizace dielektrika makroskopicky:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{p}_a}{\Delta V} \quad (1.75)$$

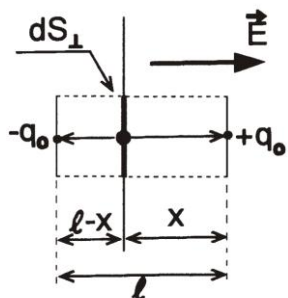
Vektor elektrické polarizace \vec{P} se rovná elektrickému momentu objemové jednotky dielektrika (jednotka – $C \cdot m^{-2}$).

Při popisu uvažujme, že všechny elementární dipóly \vec{p}_a jsou stejně velké a stejně orientované.

Elektrická polarizace je dána součtem všech momentů \vec{p}_a v objemové jednotce dielektrika

$$\vec{P} = n_0 \vec{p}_a, \quad (1.76)$$

n_0 – počet molekul v objemové jednotce.



Jiné vyjádření fyzikálního významu \vec{P} (obrázek):

Posun *kladných nábojů* při působení pole o x

záporných nábojů o vzdálenost $l - x$ opačným směrem.

Tím se v dielektriku vytvoří elementární dipóly s náboji q_0 a $-q_0$ posunutými o l ve směru elektrického pole.

Uvažujme v daném místě plošku dS_{\perp} , kolmou ke směru posunutí elektrických nábojů. Při polarizaci projdou plochou dS_{\perp} všechny

kladné náboje, které byly od dS_{\perp} ve vzdálenosti menší než x (proti směru pole) – viz obrázek.

Při polarizaci n_0 elementárních dipólů:

- kladný náboj $dQ_{p+} = n_0 q_0 x dS_{\perp}$
- záporný náboj (opačně) $dQ_{p-} = n_0 q_0 (l - x) dS_{\perp}$

Celkový náboj plochou dS_{\perp}

$$dQ_p = dQ_{p+} + dQ_{p-} = n_0 q_0 x dS_{\perp} + n_0 q_0 (l - x) dS_{\perp} = n_0 q_0 l dS_{\perp}.$$

Součin $q_0 l$ je velikost středního elektrického momentu p_a molekul dielektrika

$$dQ_p = n_0 q_0 l dS_{\perp} = n_0 p_a x dS_{\perp}. \quad (1.77)$$

Podle (1.76) je $n_0 p_a = P$, takže

$$P = \frac{dQ_p}{dS_{\perp}}. \quad (1.78)$$

Velikost vektoru polarizace je rovna náboji, který při polarizaci dielektrika prošel jednotkovou plochou, kolmou k vektoru polarizace.

V případě, že ploška dS není kolmá a její normála svírá s \vec{P} úhel α , potom její průmět do kolmého směru má velikost $dS_{\perp} = dS \cos \alpha$. Rovnice (1.77) má tvar

$$dQ_p = P dS \cos \alpha = \vec{P} \cdot d\vec{S}.$$

Celkový náboj Q_p

$$Q_p = \int_s \vec{P} \cdot d\vec{S}. \quad (1.79)$$

Další úvaha k objasnění fyzikálního významu \vec{P} :

- rozdělení elektrického náboje na elektrodách deskového kondenzátoru $+\sigma$ a $-\sigma$,

- homogenní elektrostatické pole o intenzitě E_0 ,
- mezi elektrodami je dielektrická deska o tloušťce l (viz obr.),
- vznik vázaného náboje na povrchu desky $-\sigma_p, +\sigma_p$,
- ze siločar vytvoříme tenkou trubici o plochách podstavy $dS_1 = dS_2 = dS$.

Vázané náboje na těchto ploškách

$$+dQ = \sigma_p dS \text{ a } -dQ = -\sigma_p dS$$

tvorí makroskopický dipól s elektrickým momentem

$$d\vec{p} = dQ\vec{l} = \sigma_p dS\vec{l},$$

kde \vec{l} je vektor určující polohu náboje $+dQ$ vzhledem k náboji $-dQ$.

Objem tohoto makroskopického dipólu je $dV = dSl$.

$d\vec{p} = \sum_{\Delta V} \vec{p}_a$ vektorový součet všech elementárních dipólů v objemu dV , potom

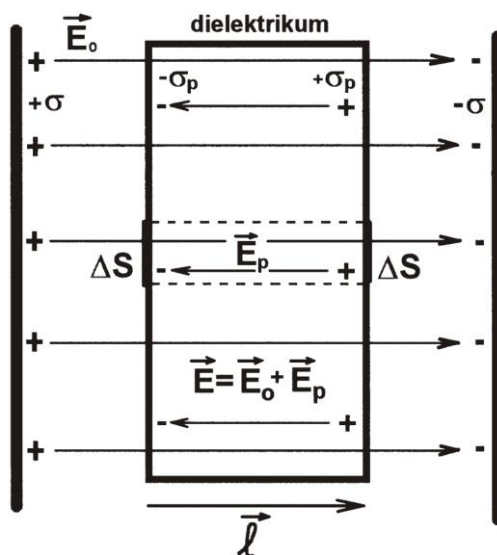
$$\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV} = \frac{\sigma_p dS\vec{l}}{dSl} = \sigma_p \vec{l}^0, \quad (1.80)$$

\vec{l}^0 je jednotkový vektor ve směru \vec{l} .

Velikost vektoru polarizace \vec{P} se rovná plošné hustotě σ_p vázaného náboje na povrchu dielektrika (je kolmý ke směru vnějšího pole)

4. Elektrostatické pole v dielektriku

Uvažujme situaci znázorněnou na obrázku.



Vázané náboje vytvoří uvnitř dielektrika pole o intenzitě \vec{E}_p , které má opačnou orientaci než intenzita \vec{E}_0 od volných nábojů na elektrodách kondenzátoru.

Intenzita výsledného elektrostatického pole \vec{E} v dielektriku

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p. \quad (1.81)$$

Příklad dielektrické desky:

$$\vec{E}_p = -\frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \vec{l}^0 \quad (1.82)$$

Použitím rovnice (1.80) dostaneme

$$\vec{E}_p = -\frac{\vec{P}}{\epsilon_0} \quad (1.83)$$

a výsledná intenzita pole v dielektriku

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}. \quad (1.84)$$

Intenzita \vec{E} v dielektriku je **menší** než \vec{E}_0 ve vakuu.

Uvažujme dále "**lineární dielektrika**", pro něž

$$\vec{p}_a = \alpha \vec{E}, \quad (1.85)$$

α – **polarizovatelnost dielektrika** (konstanta pro dané dielektrikum).

Dosazením (1.85) do (1.76) dostaneme

$$\vec{P} = n_0 \alpha \vec{E}. \quad (1.86)$$

Použitím (1.83) můžeme vyjádřit

$$\vec{E}_p = -\frac{n_0 \alpha}{\epsilon_0} \vec{E} = -\kappa_e \vec{E}, \quad (1.87)$$

kde konstanta

$$\kappa_e = \frac{n_0 \alpha}{\epsilon_0} \quad (1.88)$$

se nazývá **elektrická susceptibilita** dielektrika (nezáporné bezrozměrné číslo).

Výsledná intenzita \vec{E} pole v lineárním dielektriku s využitím (1.81) vychází

$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \kappa_e \vec{E}$$

a odtud

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{1 + \kappa_e}.$$

Konstanta

$$1 + \kappa_e = \epsilon_r \quad (1.89)$$

se nazývá **relativní permitivita dielektrika** a platí $\epsilon_r \geq 1$ (bezrozměrné číslo).

Intenzita elektrostatického pole v dielektriku je

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r} \quad (1.90)$$

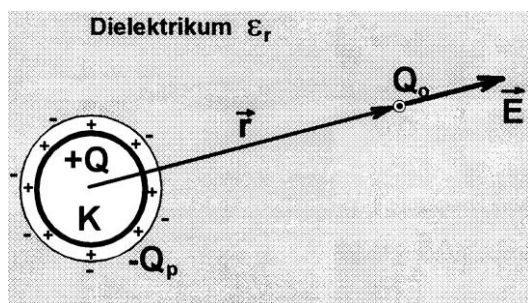
a je ε_r -krát menší než intenzita \vec{E}_0 pole od volných nábojů ve vakuu.

Poznámka: rozdíl mezi relativní permitivitou plynů a vakua je minimální (nepatrně se odlišují od 1), proto je zanedbáváme.

5. Síly mezi elektrickými náboji v dielektriku

V *plynech a kapalinách* je situace jednodušší.

V *pevném dielektriku* kromě elektrických sil působí síly vyvolané deformací krystalové mřížky (izotropní dielektrikum se v blízkosti rozhraní stává anizotropní).



Uvažujme případ (obrázek) – vodivá koule K nabitá nábojem $+Q$ umístěná v nekonečném homogenním izotropním dielektriku.

Na rozhraní dielektrika a koule se objeví vázaný náboj $-Q_p$, jehož pole se skládá s polem volného náboje $+Q$ na vodivé kouli.

Pole volného náboje bude zeslabeno. Intenzita elektrostatického pole v bodě určeném \vec{r} bude

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q - Q_p}{r^2} \vec{r}_0. \quad (1.91)$$

Podle (1.90) je intenzita pole v dielektriku:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon_r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{Q}{r^2} \vec{r}_0 \quad (1.92)$$

Porovnáním obou rovnic dostaneme pro účinný náboj

$$Q - Q_p = \frac{Q}{\varepsilon_r}. \quad (1.93)$$

Účinný náboj v homogenním, izotropním dielektriku je ε_r -krát menší než volný náboj Q .

Coulombův zákon pro dielektrikum:

$$\vec{F} = Q_0 \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{QQ_0}{r^2} \vec{r}_0 \quad (1.94)$$

je tedy nutné uvažovat účinný náboj, který je ε_r -krát menší než volný náboj Q .

Veličina $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ **permitivita prostředí** (jednotka $C^{-2} \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$) (1.95)

6. Zobecněná Gaussova věta. Vektor elektrické indukce

Uvažujme vodivé těleso v dielektriku nabitě volným nábojem Q . Dojde k polarizaci dielektrika a uzavřenou plochou S projde náboj

$$Q_p = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}. \quad (1.96)$$

Uvnitř uzavřené plochy bude vázaný náboj $-Q_p$. **Celkový náboj** (volný i vázaný) uvnitř plochy S bude

$$Q - Q_p$$

a Gaussovu větu (1.34) je nutno přepsat ve tvaru

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} (Q - Q_p). \quad (1.97)$$

Po vynásobení této rovnice ϵ_0 a dosazením do (1.96) dostaneme

$$\oint_S \epsilon_0 \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q - \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}.$$

Po úpravě

$$\oint_S (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot d\vec{S} = Q. \quad (1.98)$$

Na pravé straně je **celkový volný náboj** Q (uvnitř plochy S)

Na levé straně rovnice v závorce je **vektor elektrické indukce**

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (1.99)$$

Vztah platí i pro nehomogenní, případně anizotropní dielektrika.

Pro lineární dielektrika

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \epsilon_r) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E},$$

tedy

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}. \quad (1.100)$$

Obdobným způsobem jako byly zavedeny elektrické siločáry a tok intenzity plochou definujeme **elektrické indukční čáry** a **tok vektoru elektrické indukce** Φ_d plochou S (elektrický indukční tok)

$$\Phi_d = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}. \quad (1.101)$$

Zobecněná Gaussova věta v integrálním tvaru – dosazení (1.99) do (1.98)

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q. \quad (1.102)$$

Tok vektoru elektrické indukce libovolnou uzavřenou plochou S je roven celkovému náboji Q , který je touto plochou obklopen.

Diferenciální tvar zobecněné **Gaussovy věty**

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho, \tag{1.103}$$

kde ρ je hustota volného náboje v daném místě.

Poznámka:

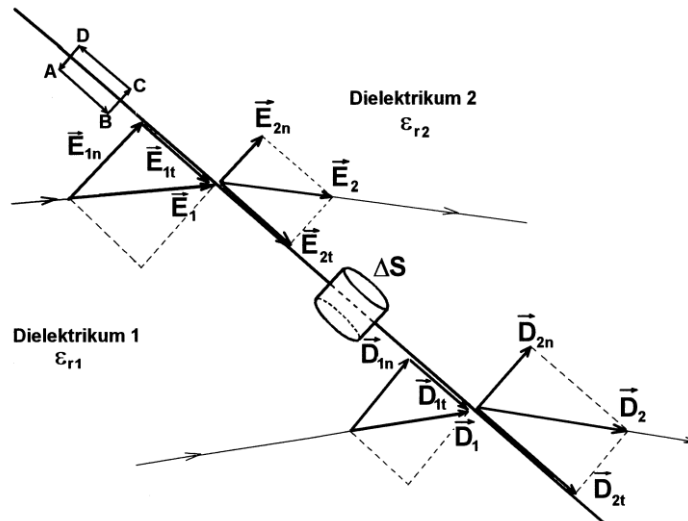
Zobecněná Gaussova věta platí nejen pro děje elektrostatické, ale i pro periodicky nebo neperiodicky proměnná elektrická pole a je proto jednou ze základních rovnic elektromagnetického pole.

7. Elektrostatické pole na rozhraní dvou dielektrik

Uvažujme rozhraní dvou dielektrik charakterizovaných ϵ_{r1} , ϵ_{r2}

V obecném případě musíme vektory charakterizující pole rozložit na složky E_n, D_n a E_t, D_t .

Zkoumejme, jak se tyto složky mění na rozhraní (obrázek)



Tečné složky:

v blízkosti rozhraní uzavřená dráha tvaru obdélníka ABCD.

Platí
$$\oint_{ABCD} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Rozepsaný integrál podle jednotlivých úseků uzavřené dráhy

$$\int_A^B E_{1t} dl + \int_B^C E_n dl - \int_C^D E_{2t} dl - \int_D^A E_n dl = 0.$$

Pro případ situace v těsné blízkosti rozhraní ($BC \rightarrow 0, DA \rightarrow 0$) se 2. a 4. integrál blíží k nule

$$\int_A^B E_{1t} dl - \int_C^D E_{2t} dl = 0.$$

Pro $AB = CD$ vyplývá

$$E_{1t} = E_{2t} \quad (1.104)$$

Velikost tečné složky intenzity elektrostatického pole se na rozhraní dvou dielektrik nemění.

Podle (1.100) můžeme tečné složky intenzity vyjádřit pomocí tečných složek elektrické indukce

$$\frac{D_{1t}}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} = \frac{D_{2t}}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}}$$

a po úpravě

$$\frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}. \quad (1.105)$$

Velikost tečné složky vektoru elektrické indukce se na rozhraní dvou dielektrik změní v poměru relativních permitivit.

Pro normálové složky volíme válcovou plochu orientovanou kolmo k rozhraní (základny ΔS zasahují do obou dielektrik).

Podle Gaussovy zobecněné věty

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0.$$

Integrál rozepíšeme (tok základnami a tok plochou pláště)

$$-\int_{\Delta S} D_{1n} dS + \int_{S_{pl}} D_{Sn} dS + \int_{\Delta S} D_{2n} dS = 0.$$

- u prvního integrálu – znamená vstup indukčních čar dovnitř plochy
- velikost $S_{pl} \rightarrow 0$ (druhý integrál se blíží nule)

Po úpravě

$$-\int_{\Delta S} D_{1n} dS + \int_{\Delta S} D_{2n} dS = 0,$$

odtud

$$D_{1n} = D_{2n}. \quad (1.106)$$

Velikost normálové složky vektoru elektrické indukce se na rozhraní dvou dielektrik nemění.

Vyjádření normálové složky vektoru \vec{E}_n

$$\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_{1n} = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_{2n}$$

a odtud

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}. \quad (1.107)$$

Velikost normálové složky vektoru elektrické intenzity se na rozhraní dvou dielektrik mění skokem a to v obráceném poměru elektrických permitivit.

Poznámka:

V případě, kdy elektrické pole není kolmé k rozhraní dvou dielektrik, dochází k lomu elektrických siločar i elektrických indukčních čar (případ $\varepsilon_{r1} < \varepsilon_{r2}$)

8. Anizotropní a nelineární dielektrika

V lineárním izotropním dielektriku je vektor polarizace \vec{P} přímo úměrný intenzitě \vec{E}

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \kappa_e \vec{E}, \quad (1.108)$$

kde elektrická susceptibilita κ_e nezávisí na intenzitě \vec{E} . Vektory \vec{P} , \vec{E} a \vec{D} mají proto v lineárním dielektriku stejný směr.

Neizotropní dielektrikum

Závislost \vec{P} na \vec{E} se vyjadřuje složitěji. V libovolné soustavě x, y, z

$$P_x = \varepsilon_0 \kappa_{11} E_x + \varepsilon_0 \kappa_{12} E_y + \varepsilon_0 \kappa_{13} E_z,$$

$$P_y = \varepsilon_0 \kappa_{21} E_x + \varepsilon_0 \kappa_{22} E_y + \varepsilon_0 \kappa_{23} E_z,$$

$$P_z = \varepsilon_0 \kappa_{31} E_x + \varepsilon_0 \kappa_{32} E_y + \varepsilon_0 \kappa_{33} E_z,$$

kde P_x, P_y, P_z a E_x, E_y, E_z jsou velikosti vektorů \vec{P} , \vec{E} a koeficienty $\kappa_{i,j}$ ($i, j = 1, 2, 3$) se nazývají elektrické susceptibility.

Z 9 koeficientů je 6 nezávislých, protože platí

$$\kappa_{ij} = \kappa_{ji}.$$

Poznámka:

Pouze v triklinické krystalografické soustavě budou všechny elektrické susceptibility různé od nuly.

Počet elektrických susceptibilit různých od nuly se bude zmenšovat s rostoucí symetrií krystalu.

Elektrické susceptibility jsou *složkami symetrického tenzoru*.

Lze nalézt soustavu souřadných os, kde se všechny nediagonální složky $\kappa_{i,j}$ ($i, j = 1, 2, 3$) pro $i \neq j$ rovnají nule. Tyto osy se nazývají *hlavní osy*.

Potom

$$P_x = \varepsilon_0 \kappa_1 E_x, \quad P_y = \varepsilon_0 \kappa_2 E_y, \quad P_z = \varepsilon_0 \kappa_3 E_z,$$

kde $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ se nazývají *hlavními susceptibilitami*

Obdobně lze v anizotropním dielektriku vyjádřit velikosti složek vektoru elektrické indukce \vec{D} rovnicemi

$$D_x = \varepsilon_0 \varepsilon_{11} E_x + \varepsilon_0 \varepsilon_{12} E_y + \varepsilon_0 \varepsilon_{13} E_z,$$

$$D_y = \varepsilon_0 \varepsilon_{21} E_x + \varepsilon_0 \varepsilon_{22} E_y + \varepsilon_0 \varepsilon_{23} E_z,$$

$$D_z = \varepsilon_0 \varepsilon_{31} E_x + \varepsilon_0 \varepsilon_{32} E_y + \varepsilon_0 \varepsilon_{33} E_z,$$

kde $\varepsilon_{i,j}$ ($i, j = 1, 2, 3$) jsou složky **dielektrického tenzoru**.

Vektory \vec{E} , \vec{P} , \vec{D} v anizotropních dielektrikách **nejsou rovnoběžné** (mají různé směry).

Pro technické aplikace jsou významné krystalické látky s $\varepsilon_r = 10^3 - 10^4$ – **feroelektrické látky** tzv. seignettoelektrické – *Seignettova sůl* (vinan sodno-draselno-amonný $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$), *kyselý fosforečnan draselný* (KH_2PO_4) a jemu příbuzné látky.

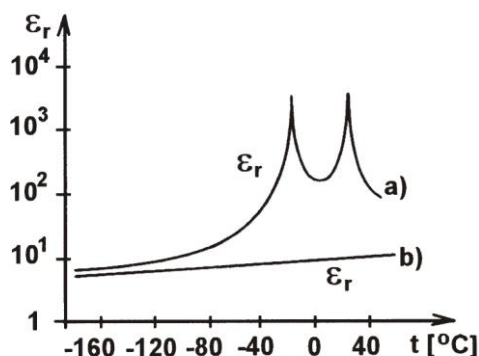
Pro výrobu kondenzátorů, v elektrooptických a elektronických zařízeních má význam *barium titanitá keramika* (BaTiO_3).

Feroelektrické látky se vyznačují **doménovou strukturou** (oblasti s rovnoběžnými elementárními dipólovými momenty) – *spontánně polarizované*. Působením vnějšího pole se domény orientují do směru pole (proto velké hodnoty ε_r).

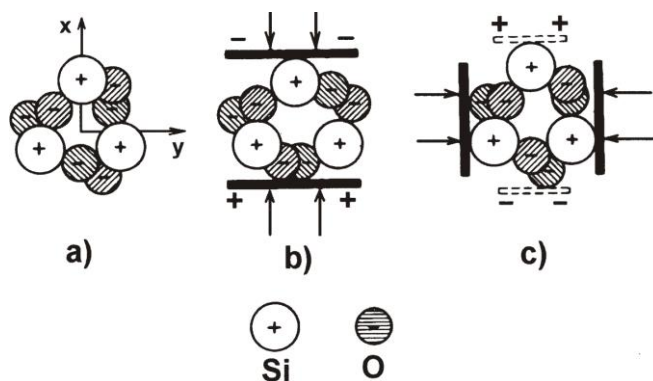
Vlastnosti některých feroelektrických látek:

- **Nelineární** závislost \vec{P} na \vec{E} – tzv. **hystereze** (zpoždění).
- Závislost ε_r na směru, teplotě a kmitočtu (obrázek).
- Působením elektrického pole na iontové krystaly dochází při polarizaci k **deformaci krystalové mřížky**.

Elektrostriktce – obrácený piezoelektrický jev (použití u generátorů ultrazvuku a v krystalových elektronických oscilátorech)



Vlastní piezoelektrický jev (obrázek)



Mechanickým namáháním krystalu (tah, tlak, ohyb, apod.) se objeví mezi deformovanými plochami elektrické napětí.

Projevuje se u látek s elektricky nesymetrickou krystalovou buňkou (např. *barium-titanová keramika*, *křemen* – SiO_2).

1.10 ENERGIE SOUSTAVY NÁBOJŮ A ELEKTROSTATICKÉHO POLE

Potenciální energie náboje Q v bodě M

$$W_{PM} = Q\varphi_M$$

Při buzení pole soustavou nábojů v klidu je tato energie jen částí celkové potenciální energie

a) Energie soustavy bodových nábojů

Pro dvojici bodových nábojů Q_1 a Q_2 ve vzdálenosti r_{12} od sebe

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_{12}}$$

a potenciální energie náboje Q_2 v tomto místě je

$$W_{p2} = Q_2\varphi_2 = Q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r_{12}}. \quad (1.109)$$

Stejnou energii bude mít náboj Q_1 v poli náboje Q_2

$$W_{p1} = Q_1\varphi_1 = Q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{r_{21}}. \quad (1.110)$$

Celková energie soustavy dvou bodových nábojů

$$W_p = \frac{1}{2}(W_{p1} + W_{p2}). \quad (1.111)$$

Zobecnění pro soustavu n nábojů

$$W_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n W_{pi} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i, \quad (1.112)$$

kde φ_i je potenciál elektrostatického pole v místě náboje Q :

$$\varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{Q_j}{r_{ji}}$$

b) Energie osamocené nabitý vodič

Představa postupného nabíjení vodiče po množstvích dq do konečné hodnoty Q .

Je-li vodič nabit nábojem q , je potenciál na jeho povrchu $\varphi_s = \frac{q}{C}$, kde C je kapacita vodiče.

Práce vykonaná vnější silou při přemístění dq z nekonečna na jeho povrch

$$dA = \varphi_s dq = \frac{q}{C} dq,$$

kteřá se projeví přírůstkem energie $dW = dA$. Celková práce na nabití vodiče nábojem Q je rovna součtu elementárních prací, čili

$$A = W_p = \int_0^Q dA = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}.$$

Analogicky lze vztah vyjádřit v různých tvarech

$$W_p = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C \varphi_s^2 = \frac{1}{2} Q \varphi_s. \quad (1.113)$$

c) Energie nabitého kondenzátoru

Použití předchozího postupu – náboj dq je postupně přenášen z jedné desky na druhou.

Je-li kondenzátor nabit nábojem q , je mezi elektrodami napětí $U = \frac{q}{C}$ a vnější síla vykoná práci

$$dA = dqU = \frac{1}{C} q dq.$$

Celková práce na nabití kondenzátoru nábojem Q je rovna jeho energii (energii jeho pole)

$$A = W_p = \int_0^Q dA = \frac{1}{2} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C},$$

analogicky

$$W_p = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU. \quad (1.114)$$

Poznámka:

Za nositele energie můžeme spíše pokládat elektrostatické pole, než samotné náboje.

d) Energie elektrostatického pole

Vyjádření energie elektrického pole pomocí vektorů pole.

Potenciální energie nábojů na elektrodách kondenzátoru

$$W_p = \frac{1}{2} CU^2$$

souvisí s existencí pole o stejné energii

$$W_e = \frac{1}{2} CU^2.$$

Uvažujme pro jednoduchost nabitý deskový kondenzátor s homogenním polem

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} \quad \text{a} \quad U^2 = E^2 d^2.$$

Dostaneme

$$W_e = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} E^2 d^2 = \frac{1}{2} E \varepsilon_0 \varepsilon_r E S d .$$

Součin $Sd = V$ – objem pole v kondenzátoru a $\varepsilon_0 \varepsilon_r E = D$

Takže

$$W_e = \frac{1}{2} EDV . \quad (1.115)$$

V případě anizotropního prostředí, kdy \vec{E} a \vec{D} nemají stejný směr

$$W_e = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} V . \quad (1.116)$$

Veličina

$$w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \quad (1.117)$$

se nazývá ***hustota energie*** elektrostatického pole.

Známe-li závislost hustoty energie $w_e(x, y, z)$ na poloze, můžeme celkovou hodnotu energie elektrostatického pole stanovit:

$$W_e = \int_V w_e dV = \frac{1}{2} \int_V \vec{E} \cdot \vec{D} dV \quad (1.118)$$

Poznámka:

K vytvoření elektrostatického pole je nutno oddělit od sebe kladné a záporné náboje a dosáhnout převahy kladných nábojů na jednom tělese a převahy záporných na jiném tělese.

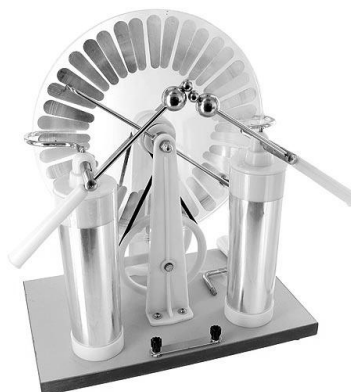
Přitom je třeba překonávat přitažlivé síly mezi souhlasnými náboji a vykonaná práce se projeví jako energie elektrostatického pole.

Zařízení, kterými toho dosahujeme, se nazývají ***elektrostatické zdroje*** nebo ***generátory*** (např. Van de Graaffův generátor (obrázek vlevo) nebo (obrázek vpravo)).

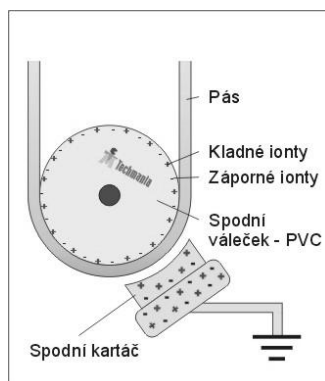
Fyzika, technika, příroda



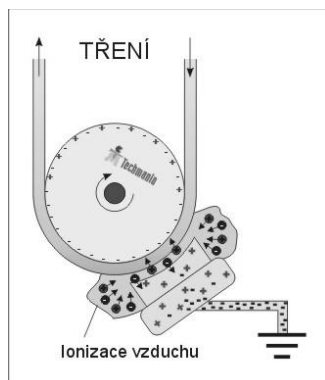
Van de Graaffův generátor



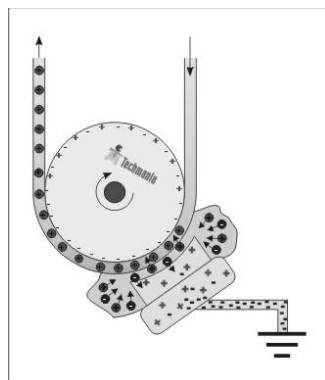
Wimshurstův přístroj



Princip nabíjení koule Van de Graaffova generátoru si popíšeme s využitím následujících obrázků (použito podle Techmanie). První obrázek znázorňuje rozložení náboje při vypnutém motoru a popis dolních částí van de Graaffova generátoru.

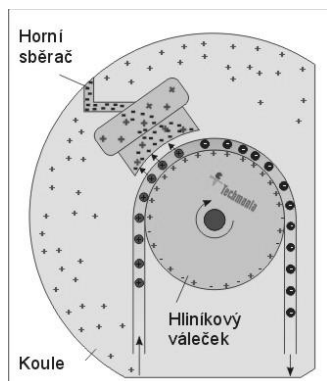


Na druhém obrázku je vidět změna rozložení nábojů při pohybu částí. Motorem nebo ručně roztáčíme dolní váleček a posouváme tak celým pásem. Pás je vyroben z vhodné pryže a váleček je vyroben z PVC. Kombinace těchto materiálů je důležitá pro dosažení dostatečného zelectrování.



Třením pásu o váleček získává pás kladný náboj, protože PVC má velkou schopnost zachycovat elektrony uvolněné při tření z pásu. Pro fungování van de Graaffova generátoru je podstatné, že se náboj na válečku hromadí mnohem více než na pásu, takže kolem dolního válečku je pole mnohem silnější než pole kolem pásu. Získané záporné pole PVC válečku způsobuje odpuzování elektronů z dolního kovového kartáče. Jelikož jsou kovy dobré vodiče elektrického proudu, snadno odvádí tyto elektrony až k uzemněné kostře motoru. Sběrač kartáče, zbavený volných elektronů, se ztrátou elektronů nabíjí kladně. Mezi sběračem a PVC válečkem tak vzniká značný rozdíl potenciálu, který způsobuje ionizaci vzduchu v okolí a následný vznik volných iontů. Záporné ionty (anionty) jsou odpuzovány z okolí válečku a vtahovány do sběračů kartáče. Kladné ionty (kationty) jsou naopak přitahovány záporným polem válečku.

Následující obrázek znázorňuje kladně nabitě ionty vzduchu, které se snaží dostat k válečku. V tom jim ovšem brání otáčející se pás, na kterém se pak tento kladný náboj zachytává a postupně je dopravován až k hornímu válečku.



Poslední čtvrtý obrázek znázorňuje předání náboje kouli Van de Graaffova generátoru. Horní váleček je na rozdíl od dolního vyroben z hliníku. Hliník je kov, který snadno uvolňuje elektrony, takže na rozdíl od PVC se vlivem tření stává kladně nabitým. Kladný náboj dopravený pásem je tedy polem horního válečku vypuzován ke sběrači horního kartáče. Na kartáči se tedy hromadí kationty, tedy atomy, kterým chybí v elektronovém obalu elektrony. Tyto chybějící elektrony jsou doplňovány z kovové koule vodivě spojené s kartáčem. Koule generátoru, zbavena elektronů, kolem sebe vytváří kladné pole. Stejně jako v horní části generátoru je vzduch v okolí kartáče ionizován, ale tentokrát jsou přitahovány ke kartáči kationty. Anionty vzniklé ionizací vzduchu jsou naopak přitahovány k pásu. Tak je kladný náboj jednak odebírán z pásu a jednak je zdrojem kladného náboje ionizovaný vzduch v okolí horního válečku.

Dokud je vzduch mezi dolním válečkem a kartáčem bude se van de Graaffův generátor stále nabíjet. Teoreticky by mohl van de Graaffův generátor pokračovat v nabíjení pořád. Špína a jiné nečistoty prostředí limitují množství náboje vytvořené na kouli. Když je použit na horní váleček neutrální materiál, tak se pás stává neutrálním po té, co z něj koule odsaje přebytečný náboj. Při použití hliníku (který dobře odebírá elektrony) dosáhneme toho, že se stává se záporně nabitým, anionty vzniklémi ionizací vzduchu v okolí horního válečku. Kdybychom připojili k van de Graaffovu generátoru stejnosměrný mikroampérmetr, zjistili bychom, že jím protéká malý proud. Jedná se o konvekční proud vznikající výše popsaným principem. Konvekční proud je pohyb nabitých částic, které jsou nepohyblivě vázány na pohybující se těleso. V našem případě je toto pohybující se těleso gumový pás van de Graaffova generátoru.

S elektrostatickými generátory lze realizovat celou řadu atraktivních pokusů. Populárně vědecká centra jsou obvykle vybavena extrémními generátory, které vytváří velmi silná elektrická pole. Jsou jimi vybaveny i zkušebny vysokého napětí.



Školní generátory jsou menší a lze například vytvořit náboj, který se přenáší na jiná tělesa, lze demonstrovat sršení náboje z hrotu (z vlasů studentů po jejich umístění na izolační vrstvu), nebo dokázat stínění náboje s využitím Faradayovy klece (viz obr.).

Wimshurstova elektrika se používá na školách minimálně, proto zde její princip neuvádíme.

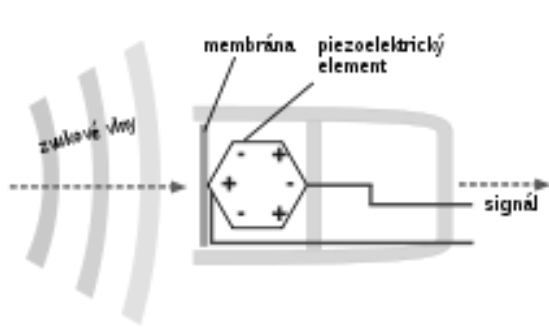
Z anizotropních dielektrických látek se můžeme setkat v optice s dvojlomnými skly (viz optika) nebo v celé řadě oborů s piezoelektrickými krystaly, které mají široké použití v praxi.

Přímý piezoelektrický jev se využívá např. u zapalovačů, které při stlačení krystalu vyvolají elektrické napětí, jenž vytvoří při vybití slabý jiskrový výboj, jiskra výboje pak zapálí plyn ve sporáku či v plynových kamnech. Piezoelektrické krystaly jsou umístěné v gramofonových přenoskách. Na ně je převáděn mechanický pohyb přes gramofonovou jehlu (chvějka) a deformace krystalu je úměrná napětí, které na něm vzniká. V piezoelektrických mikrofonech je chvění membrány spojeno s deformací piezoelektrického krystalu a na něm se vytváří deformací úměrný rozdíl potenciálů. Ten je zesílen a přenesen na reproduktorovou soustavou. Piezorezistivní jev je využí-

ván například v polovodičových tenzometrech, které měří velmi malé deformace nejrůznějších konstrukcí od malých součástek po mosty.



Piezoelektrický zapalovač



Piezoelektrický mikrofón

Využití obráceného piezoelektrického jevu je založeno na působení elektrického pole na krystal. Je-li pole časově periodicky proměnné s kmitočtem, který odpovídá kmitočtu vlastních elastických kmitů krystalu, vzniká mechanická rezonance. Přímý i obrácený (nepřímý) piezoelektrický jev se využívá například v lékařských sonografech, generujících ultrazvuk. Velmi rozsáhlé možnosti využití piezoelektrického jevu zajistila také oblast digitálních tiskáren. U těchto se momentálně využívá tzv. termo princip (hlavním zástupcem je společnost HP) a právě piezo (Epson). Výhodou piezoelektrické technologie je, nedochází k zahřívání inkoustu a proto lze tisknout i velmi agresivními médii, jakými jsou solventní (ředidlové) inkousty, UV inkousty (k jejich vytvrzení dochází až po dopadu na tiskové médium pomocí UV záření), a nebo například inkousty, u kterých by při zahřátí v tiskové hlavě došlo k degradaci – sublimační inkousty. Ultrazvuková čidla jsou dnes běžná při měření vzdálenosti, které usnadňuje parkování vozidel. Zde je ultrazvuková sonda, založená na piezoelektrickém jevu, použita jako generátor ultrazvukového vlnění a zároveň jako přijímač odražených ultrazvukových vln od překážky.



Ultrazvuková sonda pro vyšetření břišní dutiny

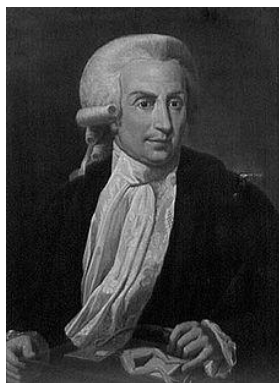


Ultrazvukové čidlo

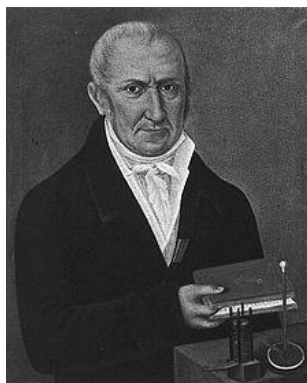
Kapitola 2 STACIONÁRNÍ ELEKTRICKÉ POLE. USTÁLENÝ ELEKTRICKÝ PROUD

Historie

Až do konce 18. stol. byly známy pouze jevy elektrostatické. Nová epocha začíná objevem galvanických článků, tedy zdrojů ustáleného proudu. Experimenty s ustáleným proudem prováděl **Luigi Galvani** (1737–1798). Zabýval se anatomii živočichů i elektřinou. Náhodně zpozoroval, že v okamžiku, kdy se dotkne navzájem železo a měď na konci svalů nebo nervů preparátu (žabích nožek), nastane jejich kontrakce. Z toho usoudil, že kontrakce je elektrického původu a spojoval ji s tzv. „živočišnou elektřinou“. Na tyto poznatky navázal **Alessandro Giuseppe Antonio Anastasio Volta** (1745–1827), který Galvaniho tvrzení odmítl a vytvořil fyzikální teorii těchto jevů. Podle ní vzniká mezi kovy napětí již při jejich kontaktu a mnohonásobně se zvětší při vložení elektrolytu mezi ně. Jeho největším přínosem bylo sestavení galvanické baterie, tvořené zinkovými a měděnými kotoučky, oddělenými sukem navlhčeným slanou nebo okyselenou vodou. Tento významný vynález nesl název „Voltův sloup“ (1800).



Luigi Galvani



Alessandro Volta

2.1 VZNIK A ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI ELEKTRICKÉHO PROUDU

1. Elektrický proud a jeho druhy

Uvažujeme jevy související s *uspořádaným pohybem* elektrického náboje.

Uspořádaný pohyb elektricky nabitých částic nazýváme *elektrickým proudem*.

Tři druhy elektrického proudu:

a) **Kondukční proud**

Vzniká působením elektrického pole ve vodiči na *nositele náboje*.

Podmínka vzniku indukčního proudu: $\vec{E} \neq 0$

K udržení pole ve vodiči – nutnost *zdroje elektromotorického napětí*.

Významný účinek indukčního proudu – vznik *Jouleova tepla*.

b) **Konvekční proud**

Vzniká při pohybu nabitého makroskopického tělesa (např. nabitá kuličky, pásu Van de Graafova generátoru apod.)

Konvekční proud nemá tepelné účinky.

c) **Posuvný proud**

Vzniká v dielektriku při časové změně polarizace dielektrika.

2. Základní charakteristiky elektrického proudu

Fyzikální veličina *elektrický proud (proud)* – zavedení

Uvažujme orientovanou plochu S , kterou procházejí náboje.

Předpokládáme, že za Δt projde v kladném směru ΔQ_{kl} a v záporném směru $-\Delta Q_{zap}$

Celkový náboj ΔQ za čas Δt orientovanou plochou S

$$\Delta Q = \Delta Q_{kl} - (-\Delta Q_{zap}) = \Delta Q_{kl} + \Delta Q_{zap}.$$

Průměrný proud:

$$I_p = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (2.1)$$

Okamžitý proud pro $\Delta t \rightarrow 0$:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \quad (2.2)$$

Proud I je skalární veličina (může být kladný nebo záporný).

Pro případ *ustáleného (stacionárního)* proudu je $I_p = I$:

$$I = \frac{Q}{t} \quad (2.3)$$

V soustavě SI je jednotkou proudu **ampér (A)** – základní jednotka definovaná na základě magnetických účinků elektrického proudu.

Poznámky:

- ze vztahu (2.3) vyplývá odvozená jednotka coulomb
- ve vodiči s ustáleným proudem jsou náboje obou znamének rovnoměrně rozloženy a elektrické pole v okolí vodičů s proudem můžeme zanedbat. Vlivem pohybu nabitých částic vzniká v okolí vodičů s proudem **pole magnetické**
- **směr proudu** je historicky zaveden jako směr pohybu kladných nositelů nábojů (tj. od místa s vyšším potenciálem k místu s nižším potenciálem)
- v případě ustáleného proudu prochází průřezem vodiče **velký náboj Q** i při **malém napětí**, které na vodiči udržuje zdroj (v elektrostatice se nabil vodič na velký potenciál i velmi malým nábojem). **Měřicí přístroje** pro měření ustáleného proudu jsou založeny na jiném principu (magnetické účinky proudu) než elektrostatické přístroje.

3. Hustota proudu

Vystihuje na rozdíl od I rozložení proudu po ploše S .

Zavádí se vektorová veličina \vec{J} **hustota proudu**.

Zvolíme v libovolném místě orientované plochy S elementární plošku dS jejíž vektor

$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}_0$. Proud touto ploškou je dI .

Pro hustotu proudu \vec{J} platí

$$dI = \vec{J} \cdot d\vec{S} = J dS \cos \alpha, \quad (2.4)$$

kde α je úhel mezi vektory $d\vec{S}$ a \vec{J} .

Pro velikost hustoty proudu vyplývá

$$J = \frac{dI}{dS \cos \alpha} = \frac{|dI|}{dS_{\perp}}, \quad (2.5)$$

kde $dS_{\perp} = |dS \cos \alpha|$ je velikost průmětu elementární plošky dS do roviny kolmé k \vec{J} .

Velikost hustoty proudu je číselně rovna velikosti proudu procházejícího kolmou plochou jednotkové velikosti. Jednotkou je $A \cdot m^{-2}$.

Souvislost hustoty proudu s veličinami charakterizujícími uspořádaný pohyb nositelů proudu

Rozložení náboje s objemovou hustotou náboje $\rho_+ = n_0 q_0$, procházející plochou dS rychlostí \vec{v}_+ .

Za dobu dt projdou všechny náboje ploškou dS z objemu $dV = v_+ dt dS_{\perp}$ ($dQ = \rho_+ v_+ dt dS_{\perp}$)

Proud dI ploškou dS podle (2.3)

$$dI = \frac{dQ}{dt} = \rho_+ v_+ dS_{\perp} = \rho_+ \vec{v}_+ \cdot d\vec{S}.$$

Porovnáním s rovnicí (2.5) dostaneme pro \vec{J} :

$$\vec{J}_+ = \rho_+ \vec{v}_+ = n_0 q_0 \vec{v}_+$$

Obdobnou úvahou pro záporně nabitě částice

$$dI = \rho_- \vec{v}_- \cdot d\vec{S}$$

a pro hustotu proudu

$$\vec{J}_- = \rho_- v_- = -n_0 q_0 \vec{v}_-.$$

Vektor $\vec{J}_- = \rho_- \vec{v}_-$ má stejnou orientaci jako \vec{J}_+ .

Z toho plyne: **vektor hustoty proudu má vždy souhlasnou orientaci jako vektor rychlosti kladných nositelů proudu.**

Bude-li proud dI způsoben současně pohybem nábojů $+$ a $-$, potom

$$\vec{J} = \vec{J}_+ + \vec{J}_- = \rho_+ \vec{v}_+ + \rho_- \vec{v}_-. \quad (2.6)$$

Známe-li hustotu proudu jako funkci místa na uvažované ploše, pak pro I orientovanou plochou S

$$I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}. \quad (2.7)$$

Proud I je tokem vektoru hustoty proudu \vec{J} orientovanou plochou S .

Pro $\vec{J} = \text{konst.}$ a S je rovinná, pak

$$I = J S \cos \alpha. \quad (2.8)$$

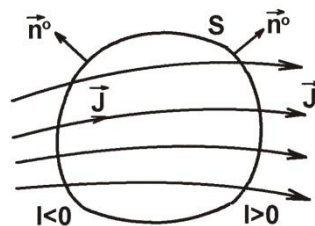
V každém bodě prostoru, kterým prochází elektrický proud lze stanovit vektor \vec{J} a hovoříme o **proudovém poli**.

Proudové čáry – vektorové čáry tohoto pole.

Proudová trubice – svazek proudových čar.

4. Rovnice kontinuity (spojitosti) proudu

Při stacionárním proudu se nositelé proudu nemohou nikde hromadit ani ztrácet – proudové čáry jsou uzavřené křivky (uzavírají se přes zdroj EMN).



Uzavřená orientovaná plocha v proudovém poli (obrázek).

Jednotkový vektor normály \vec{n}^0 orientujeme ve smyslu vnější normály.

V místech, kde proudové čáry vstupují dovnitř uzavřené plochy, \vec{J} svírá s \vec{n}^0 úhel $\alpha > 90^\circ$ (+ proud), v místech kde vystupují z uzavřené plochy, \vec{J} svírá s \vec{n}^0 úhel $\alpha < 90^\circ$ (– proud).

Celkový proud libovolnou uzavřenou plochou je roven 0

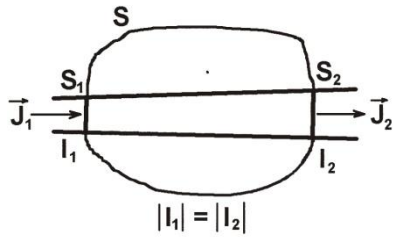
$$I = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0, \quad (2.9)$$

což je **rovnice kontinuity stacionárního proudu**.

Pomocí Gaussovy (matematické) věty

$$\int_V \operatorname{div} \vec{J} dV = 0 \text{ odtud } \operatorname{div} \vec{J} = 0. \quad (2.10)$$

Rovnice kontinuity stacionárního proudu v diferenciálním tvaru.



Uvažujme jediný vodič v izolujícím prostředí. Jeho dvěma kolmými průřezy S_1 a S_2 proložíme uzavřenou orientovanou plochu S (obrázek). S_1 proud vstupuje, S_2 proud vystupuje (jinde je proud roven nule – izolant).

Podle rovnice kontinuity platí

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{J}_1 d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{J}_2 d\vec{S} = 0.$$

Podle (2.7) vyjadřuje integrál přes S_1 proud $I_1 < 0$ průřezem vodiče S_1 a integrál přes S_2 proud $I_2 > 0$ průřezem vodiče S_2 , tedy $I_1 + I_2 = 0$, nebo $-|I_1| + |I_2| = 0$ a tedy $|I_1| = |I_2|$.

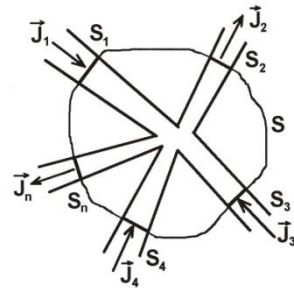
Při ustáleném proudu protéká každým průřezem vodiče proud stejné velikosti.

Z rovnice kontinuity odvodíme První Kirchhoffův zákon.

5. První Kirchhoffův zákon

V určitém místě je vodivě spojeno n vodičů ($n \geq 3$) – **uzel**.

S_1, S_2, \dots, S_n kolmé průřezy vodičů stýkajících se v uzlu a proložíme jimi libovolnou uzavřenou plochu S (viz obr.). Vodiči procházejí proudy I_1, I_2, \dots, I_n .



Hustota proudu je nenulová jen ve vodičích – v rovnici kontinuity $I = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0$ se integrál redukuje na součet integrálů přes její

části S_1, S_2, \dots, S_n :

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_{S_1} \vec{J}_1 d\vec{S} + \int_{S_2} \vec{J}_2 d\vec{S} + \dots + \int_{S_n} \vec{J}_n d\vec{S} = 0,$$

což lze stručně vyjádřit

$$\sum_{j=1}^n I_j = 0. \quad (2.11)$$

První Kirchhoffův zákon: součet všech proudů stýkajících se v uzlu je roven nule.

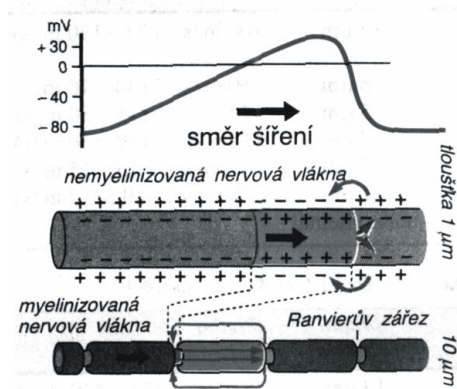
S přihlédnutím k vzájemné orientaci vektoru hustoty proudu \vec{J} a vektoru elementu plochy $d\vec{S}$ můžeme proudy vyjádřit pomocí velikostí proudů a dostáváme

$$-|I_1| + |I_2| - |I_3| - |I_4| + |I_n| = 0,$$

tedy proudy přitékající do uzlu jsou záporné, proudy odtékající z uzlu jsou kladné.

Fyzika, technika, příroda

Ač se to zdá neuvěřitelné, i v lidském těle vznikají velmi slabé elektrické proudy, které udržují v chodu naše srdce, mozek i pohybový aparát. Zdrojem napětí v orgánech těla jsou membrány buněk (nervových, svalových, srdečních), na kterých se přesouvají elektricky nabitě částice (ionty). Tyto velmi slabé proudy je možné zachytit na povrchu těla elektrodami. Jejich změny svědčí o poruše funkce toho kterého orgánu.



Vznik a průběh akčního potenciálu

Energii bere naše tělo z potravy. Proto musí být naše strava vydatná a musí obsahovat živiny, tolik potřebné na udržení chodu našeho složitého organismu. Někteří z vás určitě slyšeli o elektrických úhořích. Ti mají v těle speciální buňky, které vyrábějí elektřinu. Malá napětí pak úhoři využívají k nalezení potravy, k navigaci v kalné vodě nebo k dorozumívání. V případě ohrožení však může úhoř ochromit útočníka elektrickým výbojem o velikosti napětí dokonce až 600 V.

Historie

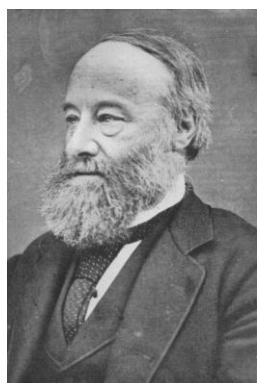
*Tepelné a světelné účinky elektrického proudu byly prozkoumány poměrně pozdě, přestože byly známy nejdéle. **Joule** (1841) a nezávisle na něm petrohradský akademik **Lenz** (1842) odvodili zákon pro množství tepla vyvinutého při průchodu proudu vodičem. Přesnou formulaci zákona umožnily teprve znalosti zákonů elektrického proudu objevené **Ohmem** (1826) a **Kirchhoffem** (1841). První podmínkou, bez které by nebyla formulace těchto zákonů možná, byla definice ampéru (Ampère), napětí (Volta) a odporu (Ohm).*



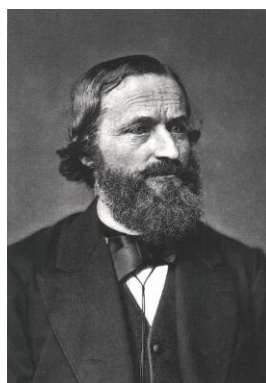
Georg Simon Ohm
(1789–1854)



Heinrich Friedrich Emil Lenz
(1804–1865)



James Prescott Joule
(1818–1889)



Gustav Robert Kirchhoff
(1824–1887)

2.2 OHMŮV ZÁKON A JEHO APLIKACE

1. Ohmův zákon v diferenciálním tvaru pro homogenní vodič

Zdroj napětí U vytváří pole \vec{E}_{st} .

Na volné elektrony s nábojem $q_0 = -e$ působí pole ve vodiči $\vec{F} = -e\vec{E}_{st}$.

Působením této síly získá elektron rychlost \vec{v} (pohyb je brzděn ionty krystalové mřížky).

Srážkami částic volných a vázaných vzrůstá vnitřní energie – vodič se zahřívá.

Makroskopicky můžeme nerovnoměrný pohyb elektronů nahradit pohybem rovnoměrným s průměrnou rychlostí \vec{v}_p .

Pro *lineární vodiče* je tato průměrná rychlost přímo úměrná \vec{E}_{st} .

$$\vec{v}_p = -k_e \vec{E}_{st},$$

kde konstanta k_e se nazývá *pohyblivost* volných elektronů v daném vodivém prostředí.

Počet volných elektronů v kovu n_0 ($n_0 \approx 10^{28}$ v m^3) je rozložen v objemové jednotce s

$$\rho_- = -en_0.$$

Hustota proudu ve vodiči je pak

$$\vec{J} = \rho_- \vec{v}_p = (-en_0)(-k_e \vec{E}_{st}) = en_0 k_e \vec{E}_{st}.$$

Veličina $\gamma = en_0 k_e$ závisí na materiálu vodiče a jeho fyzikálním stavu a nazývá se *měrná vodivost (konduktivita)*.

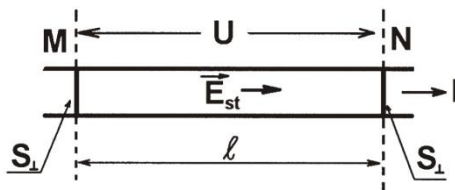
$$\vec{J} = \gamma \vec{E}_{st}. \quad (2.12)$$

Ohmův zákon v diferenciálním tvaru (v daném místě lineárního vodiče je hustota proudu \vec{J} přímo úměrná intenzitě \vec{E}_{st} elektrického pole v tomto místě.

Závisí-li měrná vodivost na intenzitě, pak hustota proudu není přímo úměrná intenzitě \vec{E}_{st} a takové vodiče nazýváme *nelineární*.

2. Ohmův zákon (v integrálním tvaru) pro úsek homogenního vodiče

V elektrickém obvodu se stacionárním proudem uvažujme úsek vodiče mezi body M a N (neprocházející zdrojem) – viz obrázek.



Uvažujme konstantní průřez S_{\perp} . Mezi body M a N zdroj udržuje konstantní rozdíl potenciálů $\varphi_M - \varphi_N = U$, je-li ve vodiči $\vec{E}_{st} = \text{konst.}$, pro napětí platí

$$U = \int_M^N \vec{E}_{\text{st}} \cdot d\vec{l} = \vec{E}_{\text{st}} \int_M^N dl = E_{\text{st}} l.$$

Odtud vyjádříme
$$E_{\text{st}} = \frac{U}{l}.$$

Velikost hustoty proudu ve vodiči

$$J = \frac{I}{S_{\perp}}.$$

Výrazy pro E_{st} a J dosadíme do Ohmova zákona v diferenciálním tvaru a obdržíme

$$\frac{I}{S_{\perp}} = \gamma \frac{U}{l}.$$

Odtud po úpravě

$$I = \frac{U}{\frac{1}{\gamma} \frac{l}{S_{\perp}}} = \frac{U}{R}, \quad (2.13)$$

kde

$$R = \frac{1}{\gamma} \frac{l}{S_{\perp}} = \rho \frac{l}{S_{\perp}} \quad (2.14)$$

je **elektrický odpor** uvažovaného úseku vodiče.

Veličina $\rho = \frac{1}{\gamma}$ je **měrný odpor** materiálu vodiče.

Vztah (2.13) je **Ohmův zákon pro úsek homogenního vodiče**.

Pro $R = \text{konst.}$ (**lineární vodič**) je proud I **přímo úměrný** napětí U na tomto vodiči.

Jednotka odporu je **ohm** (Ω). Ohm je odpor vodiče, jímž prochází proud 1 A, je-li mezi konci tohoto vodiče napětí 1 V.

Převrácená hodnota odporu R je **elektrická vodivost** G , tj.

$$G = \frac{1}{R}.$$

Jednotkou vodivosti je **siemens** (S). Platí $S = \Omega^{-1} = A \cdot V^{-1}$.

Ekvivalentní tvar Ohmova zákona (2.13), zapsaného pomocí elektrické vodivosti, je

$$I = GU \quad \text{nebo} \quad U = \frac{I}{G}.$$

Jednotka měrného odporu ρ v jednotkách SI je $\Omega \cdot m$ (ohmmetr).

Měrný odpor závisí na druhu materiálu vodiče a na jeho fyzikálním stavu (teplotě).

Typické hodnoty měrného odporu:

- $10^{-8} \Omega \cdot m$ až $10^{-7} \Omega \cdot m$ – kovy
- $10^{-6} \Omega \cdot m$ až $10^7 \Omega \cdot m$ – polovodiče

- $10^8 \Omega \cdot \text{m}$ až $10^{19} \Omega \cdot \text{m}$ – izolanty

Hodnoty ovlivňují příměsi, mechanické a tepelné zpracování

Poznámka: V technické praxi se obvykle průřez vodiče vyjadřuje v mm^2 a délka v m, proto se používá jednotka měrného odporu $\Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{m}^{-1}$.

3. Práce a výkon stacionárního elektrického proudu

Práce při přemístění náboje Q z místa o různých potenciálech

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2) = QU.$$

Uvedený vztah platí i pro stacionární elektrické pole \vec{E}_{st} , které ve vodiči vyvolává ustálený proud.

$$A = QU = UIt,$$

což lze vyjádřit pomocí Ohmova zákona

$$A = UIt = RI^2t = \frac{U^2}{R}t. \quad (2.15)$$

Výkon elektrického proudu ve vodiči je

$$P = \frac{A}{t} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}. \quad (2.16)$$

Jednotka výkonu v soustavě SI je **watt** (W); $W = J \cdot s^{-1} = V \cdot A$ (v praxi μW , mW , kW , MW , GW).

Jednotka práce je **joule** (J). Při odběru se často vyjadřuje součinem výkonu a času $P \cdot t$. Proto se práce vyjadřuje ve **wattsekundách** ($W \cdot s$) nebo násobcích ($\text{kW} \cdot s$, $W \cdot h$, $\text{kW} \cdot h$ apod.).

Průchodem proudu vodičem se vodič zahřívá.

Vzniklé (Jouleovo) teplo ve vodiči

$$Q_J = UIt = RI^2t = \frac{U^2}{R}t. \quad (2.17)$$

Tento vztah se nazývá **Jouleův zákon**. (Objevil jej v roce 1844 anglický fyzik J. P. Joule.)

Poznámka:

Pozitivní praktický význam – ohřev v odporových pecích, topení, sušení apod., rozžhavená vlákna žárovek jako zdroj světla.

Negativní důsledky – ztráty elektrické energie. Nutnost zajištění odvodu tepla u různých elektrických spotřebičů. Spotřebiče chráníme např. *tavnými pojistkami*.

4. Závislost odporu na teplotě

Odpor všech vodivých látek závisí na teplotě.

Pro kovy a většinu vodivých látek platí závislost

$$R_T = R_{T_0} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}, \quad (2.18)$$

kde R_T je odpor vodiče při teplotě T , R_{T_0} odpor při teplotě T_0 , B je konstanta materiálu vodiče, která má rozměr teploty (pro kovy je záporná, pro polovodiče kladná).

Závislost odporu vodiče na teplotě charakterizujeme tzv. **teplotním součinitelem odporu** α_T , který se číselně rovná změně odporu 1Ω při změně teploty o 1 K , tedy

$$\alpha_T = \frac{1}{R_T} \frac{dR_T}{dT}. \quad (2.19)$$

Jednotka teplotního součinitele odporu α_T je K^{-1} .

Stanovení souvislosti α_T s konstantou B

Provedeme derivaci odporu R_T podle T :

$$\frac{dR_T}{dT} = R_{T_0} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \left(-\frac{B}{T^2}\right) = R_T \left(-\frac{B}{T^2}\right)$$

Dosazením do (2.19)

$$\alpha_T = -\frac{B}{T^2}. \quad (2.20)$$

Pro řadu vodičů je konstanta B malá a můžeme proto vztah (2.18) zjednodušit, pokud rozdíl $(T - T_0)$ není příliš velký.

Rozvoj mocniny ve vztahu (2.18) podle vzorce

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

tedy

$$R_T = R_{T_0} \left[1 + B \frac{T_0 - T}{TT_0} + \dots \right] = R_{T_0} \left[1 - B \frac{T - T_0}{TT_0} + \dots \right].$$

Pokud se T příliš neliší od T_0 můžeme se v rozvoji omezit na první dva členy a označit součinn $TT_0 \approx T_0^2$. Potom

$$-\frac{B}{T_0^2} = \alpha_{T_0}$$

a po dosazení do předchozího výrazu dostaneme pro odpor vodiče

$$R_T = R_{T_0} [1 + \alpha_{T_0} (T - T_0)]. \quad (2.21)$$

Rozdíl je stejný v absolutní i Celsiově teplotní stupnici.

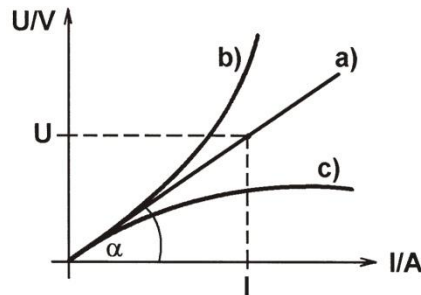
Obdobná závislost platí i pro měrný odpor

$$\rho_t = \rho_{t_0} [1 + \alpha_{t_0} (t - t_0)]. \quad (2.22)$$

Pro kovy je teplotní součinitel odporu kladný (10^{-3} K^{-1}) – odpor kovového vodiče s teplotou roste.

Pro uhlík, elektrolyty a polovodiče $\alpha_{T_0} < 0$, tj. odpor s rostoucí teplotou se zmenšuje.

Grafické vyjádření závislosti napětí U na proudu I procházejícího vodičem (resp. I na U) se nazývá **voltampérová (ampérvoltová) charakteristika** daného vodiče.



Pro lineární vodič ($R = \text{konst.}$) – přímka procházející počátkem (obrázek a).

Směrnice $\text{tg } \alpha = \frac{U}{I} = R$ se rovná odporu R daného vodiče.

Pro nelineární vodiče ($R \neq \text{konst.}$) je závislost U na I složitější funkcí $U = f(I)$ a voltampérovou charakteristika je určitá křivka (obrázek b) a c)) – určujeme měřením.

Nelinearita může být způsobena vnitřní stavbou látky, odpor může záviset i na směru proudu ve vodiči.

Supravodivost

Při jisté **kritické teplotě** T_K se odpor vodiče zmenší téměř k nule.

1911 – H. Kammerling Onnes (holadský fyzik) provedl pokus na rtuti ($T_K = 4,2 \text{ K}$).

1933 – Meissner a Ochsenfeld ukázali **levitaci supravodiče** (vnější magnetické pole je "vytlačované" ze supravodiče a uvnitř je $B = 0$).

Důležitým parametrem je i **kritická magnetická indukce** B_K , která může narušit supravodivý stav

Dělení supravodičů:

1. *Supravodiče 1. typu* – jedná se většinou o čisté kovy s jedinou hodnotou B_K jejíž hodnota je nízká (supravodivý stav je možné narušit slabým magnetickým polem)
2. *Supravodiče 2. typu* – dvě hodnoty B_K ($B_{K2} > B_{K1}$) Vhodné pro konstrukci supravodivých elektromagnetů a velmi silným magnetickým polem.
3. *Vysokoteplotní supravodiče* – keramické oxidy s T_K od 30 K do 135 K. ($\text{LN}_2 - 77 \text{ K}$)

Vysvětlení supravodivosti – kvantově mechanický popis systému elektronů ve vodiči (1957 – J. Bardeen, L. N. Cooper aj. R. Schriffer).

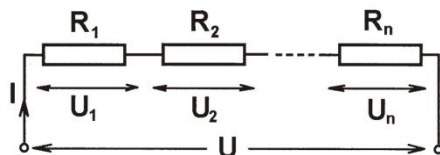
Dvojice elektronů s opačně orientovanými spiny si nevyměňují energii s ionty krystalové mřížky kovu, a proto se mohou v ní pohybovat téměř bez odporu.

5. Spojování rezistorů

Rezistor – elektrotechnická součástka, jejíž hlavní parametr je elektrický odpor (drátové, vrstevové, hmotové apod.)

Dvě možnosti spojování *sériové (za sebou)*, *paralelní (vedle sebe)*

a) Sériové zapojení rezistorů (za sebou)



Rezistory o odporech R_1, R_2, \dots, R_n spojené sériově – výstupní svorka je spojená se vstupní svorkou dalšího rezistoru ... (obrázek) – po připojení rezistorů ke zdroji napětí U bude jimi procházet **stejný proud I** .

Napětí na jednotlivých rezistorech $U_1 = R_1 I, U_2 = R_2 I, U_n = R_n I$.

Sečtením dostaneme celkové napětí U

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = (R_1 + R_2 + \dots + R_n)I.$$

Pro celkový odpor platí

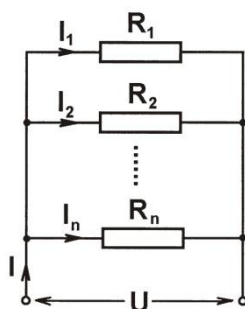
$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (2.23)$$

Dáme-li do poměru napětí na jednotlivých rezistorech, vyjde

$$U_1 : U_2 : \dots : U_n = R_1 : R_2 : \dots : R_n. \quad (2.24)$$

Celkové napětí se rozdělí na jednotlivé rezistory v přímém poměru k jejich odporům. Sériově řazené rezistory vytvářejí **dělič napětí**.

b) Paralelní zapojení rezistorů (vedle sebe)



Vstupní svorky jsou spojeny do uzlu 1, výstupní do uzlu 2 (obrázek) – na všech rezistorech je stejné napětí U , proudy stanovíme podle Ohmova zákona

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, I_2 = \frac{U}{R_2}, \dots, I_n = \frac{U}{R_n}.$$

Označíme-li R odpor celého obvodu mezi uzly 1 a 2, pak podle 1. Kirchhoffova zákona platí

$$-I + I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0.$$

Dosazením do této rovnice za jednotlivé proudy

$$I = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right).$$

Označíme-li R odpor celého obvodu mezi uzly 1 a 2, potom podle Ohmova zákona je vodivost rovna

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (2.25)$$

Tedy

$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n. \quad (2.26)$$

Tedy výsledná vodivost je rovna součtu vodivostí jednotlivých rezistorů.

Pro poměr proudů

$$I_1 : I_2 : \dots : I_n = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \dots : \frac{1}{R_n} = G_1 : G_2 : \dots : G_n \quad (2.27)$$

6. Zdroj elektromotorického napětí. Ohmův zákon pro uzavřený obvod.

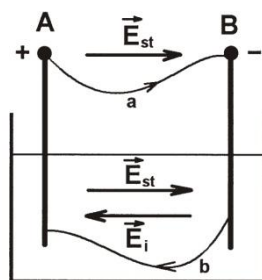
Zdroj EMN udržuje na vodičích připojeného obvodu konstantní rozdíl potenciálů – nenulová intenzita stacionárního elektrického pole \vec{E}_{st} .

Proudové čáry se uzavírají přes zdroj EMN.

Elektrické náboje se uvnitř zdroje přesouvají proti směru elektrických sil (*síly neelektrického původu* – mechanické, chemické apod. – tzv. *vtištěné síly*).

Intenzita vtištěných sil \vec{E}_i . Na udržení elektrického pole (elektrického proudu) zdroj EMN koná práci na úkor neelektrické energie (mechanické, chemické apod.)

Předpokládejme galvanický článek jako zdroj EMN (obrázek).



a) Nezatížený zdroj EMN

Zdrojem neprochází proud. Kladná svorka (A) má vyšší potenciál, záporná svorka (B) nižší potenciál – mezi elektrodami je elektrické pole o intenzitě \vec{E}_{st} .

Elektrody jsou ponořené do vodivého prostředí (elektrolytu) – kdyby nepůsobily vtištěné síly, potenciály by se okamžitě vyrovnaly.

Intenzita vtištěných sil \vec{E}_i je stejně velká, ale opačné orientace jako \vec{E}_{st} .

Výsledná intenzita uvnitř zdroje: $\vec{E} = \vec{E}_{st} + \vec{E}_i = 0$

Intenzita vně zdroje: $\vec{E} = \vec{E}_{st}$

Uvažujme nyní uzavřenou dráhu A-a-B-b-A z níž "a" probíhá vně zdroje mezi svorkami A a B, část "b" probíhá vnitřkem zdroje.

Cirkulace \vec{E} po této dráze

$$\oint_{A-a-B-b-A} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{A-a-B} \vec{E}_{st} \cdot d\vec{l} + \underbrace{\int_{B-b-A} (\vec{E}_{st} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l}}_0 = U_0,$$

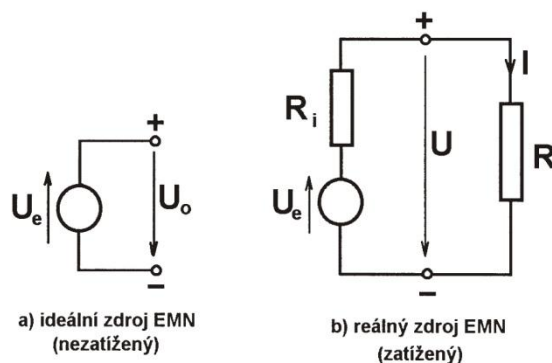
kde U_0 je **svorkové napětí nezátíženého zdroje** (svorkové napětí naprázdno).

Jiné vyjádření cirkulace:

$$\oint_{A-a-B-b-A} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{A-a-B} \vec{E}_{st} \cdot d\vec{l} + \int_{B-b-A} (\vec{E}_{st} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} = \underbrace{\oint_{A-a-B-b-A} \vec{E}_{st} \cdot d\vec{l}}_0 + \int_{B-b-A} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = U_e,$$

kde U_e je **elektromotorické napětí zdroje** (vlivem vtištěných sil uvnitř zdroje).

Schematická značka nezátíženého (ideálního zdroje EMN je na obrázku):



b) Zatížený zdroj EMN

Mezi elektrodami je uvnitř vodivé prostředí, které klade procházejícímu elektrickému proudu jistý odpor R_i – **vnitřní odpor** zdroje EMN.

Ideální zdroj EMN – R_i je velmi malý – nulový R_i .

Po připojení vnějšího odporu R ke svorkám zdroje, bude obvodem procházet proud I . Tím vznikne na vnitřním odporu úbytek napětí

$$U_i = IR_i.$$

Na vnějším odporu bude napětí $U = IR$, což je **svorkové napětí zatíženého zdroje**.

Musí platit

$$U_e = IR + IR_i. \quad (2.29)$$

Vyjádříme z této rovnice proud I procházející obvodem

$$I = \frac{U_e}{R + R_i}. \quad (2.30)$$

c) Zkratovaný zdroj EMN

Pro $R \ll R_i$ je proud v obvodu omezen jen vnitřním odporem zdroje a obvodem protéká **zkratový proud** I_{zk}

$$I_{zk} = \frac{U}{R_i}. \quad (2.31)$$

Tvrde zdroje napětí (malý vnitřní odpor) – I_{zk} řádově stovky ampérů \Rightarrow nutnost chránit je před poškozením pojistkami nebo jističi.

Měkké zdroje napětí (velký vnitřní odpor) – $U \rightarrow 0$.

d) Zatěžovací charakteristika zdroje

Závislost svorkového napětí U na odebíraném proudu I : $U = f(I)$

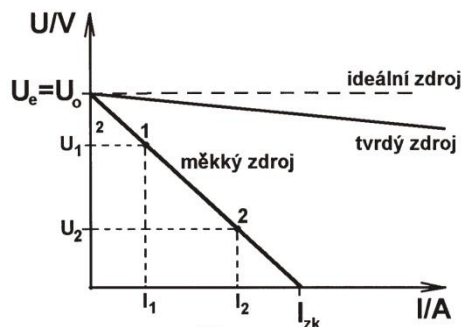
Pro svorkové napětí $U = RI$ dostaneme

$$U = U_e - R_i I. \quad (2.32)$$

Lineární zdroj – $R_i = \text{konst.}$

Nelineární zdroj – $R_i \neq \text{konst.}$

Grafem je přímka, viz obrázek. Sklon přímky závisí na vnitřním odporu zdroje R_i .



Ze dvou bodů zatěžovací charakteristiky $(U_1, I_1)(U_2, I_2)$ můžeme určit hodnotu vnitřního odporu zdroje:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_e - R_i I_1 \\ U_2 &= U_e - R_i I_2 \end{aligned}$$

Po odečtení obou rovnic a úpravě dostaneme pro vnitřní odpor

$$R_i = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1}. \quad (2.33)$$

e) Účinnost zdroje

Část výkonu se spotřebuje na vnitřním odporu zdroje a zbývající část na vnějším odporu.

Výkon $P_{\text{int.}}$ spotřebovaný na vnitřním odporu zdroj zahřívá – ztráty energie.

Výkon $P_{\text{ext.}}$ – vnější výkon a celkový výkon $P_{\text{celk.}}$ určíme ze vztahu $P = RI^2$:

$$P_{\text{int.}} = R_1 I^2 = R_1 \left(\frac{U_e}{R + R_1} \right)^2$$

$$P_{\text{ext.}} = R I^2 = R \left(\frac{U_e}{R + R_1} \right)^2$$

$$P_{\text{celk.}} = P_{\text{int.}} + P_{\text{ext.}} = \frac{U_e^2}{R + R_1}$$

Účinnost

$$\eta = \frac{P_{\text{ext.}}}{P_{\text{celk.}}} = \frac{R}{R + R_1}.$$

Pro $R_1 \ll R$ se účinnost zdroje blíží 1, pro měkké zdroje $\eta < 1$.

f) Optimální výkonové přizpůsobení zátěže zdroji EMN

V některých případech (např. u zesilovačů výkonu) požadujeme maximální $P_{\text{ext.}}$.

Hledáme extrém funkce $P_{\text{ext.}} = f(R)$

$$\frac{\partial P_{\text{ext.}}}{\partial R} = 0.$$

Dosazením a derivací

$$U_e^2 \frac{\partial}{\partial R} \left[R(R + R_1)^{-2} \right] = \dots = U_e^2 \frac{R_1 - R}{(R + R_1)^3}.$$

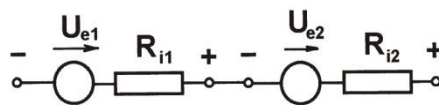
Maximální vnější výkon pro

$$R = R_1.$$

Účinnost je pouze 50 %.

g) Spojování zdrojů EMN

Sériové spojení – záporná svorka se spojí s kladnou dalšího zdroje (obrázek)

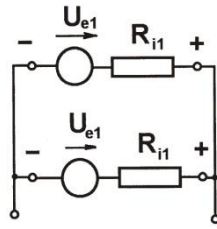


$$U_e = U_{e1} + U_{e2} + \dots + U_{en}. \quad (2.34)$$

Vnitřní odpory jsou zapojeny sériově

$$R_i = R_{i1} + R_{i2} + \dots + R_{in}. \quad (2.35)$$

Paralelní spojení – (obrázek) je použitelný jen pro **stejně zdroje** (se stejným EMN).



Výsledné EMN

$$U_e = U_{e1}.$$

Vnitřní odpory paralelně

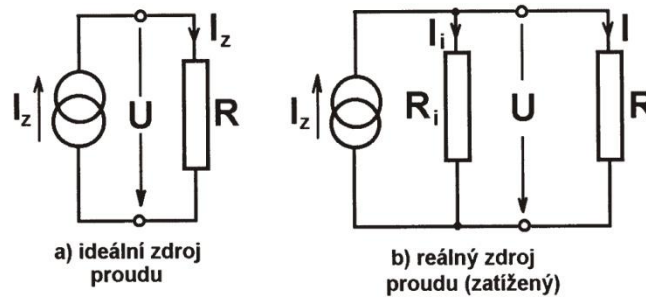
$$R_i = \frac{R_{i1}}{n}.$$

Spojení umožní odebírat n -krát větší proud než z jednoho zdroje.

7. Zdroj proudu

Ideální zdroj proudu – nekonečně velký vnitřní odpor – dodává $I_z = \text{konst.}$

značka ideálního zdroje – obrázek a.



Reálný zdroj proudu – jistý R_i

Náhradní schéma je **paralelní kombinace** ideálního zdroje proudu a vnitřního odporu R_i (obrázek b)

a) Nezatížený reálný zdroj (naprázdno)

Celý proud I_z ideálního zdroje proudu protéká vnitřním odporem R_i

Na vnitřním odporu je napětí odpovídající

$$U_0 = R_i I_z. \quad (2.36)$$

b) Zatížený zdroj proudu

Připojením zátěže o odporu R se proud I_z rozdělí do dvou paralelních větví:

I_i protéká vnitřním odporem R_i ,

I prochází odporem R .

Podle I. Kirchhoffova zákona musí platit

$$I_z = I_i + I$$

a podle (2.27)

$$\frac{I}{I_i} = \frac{R}{R_i}.$$

Vyjádřením I_i a dosazením do druhé rovnice

$$I = I_z \frac{R_i}{R + R_i}. \quad (2.37)$$

Svorkové napětí zdroje proudu $U = RI$

$$U = RI = I_z \frac{RR_i}{R + R_i}. \quad (2.38)$$

c) Zkratovaný zdroj proudu

Pro případ, kdy $R \rightarrow 0$ – při zkratu bude procházet zkratový proud I_{zk} , který určíme z (2.37) pro $R \rightarrow 0$.

Z (2.38) vyplývá
$$I_{zk} = I_z, U = 0. \quad (2.39)$$

d) Ekvivalentní nahrazení zdroje EMN zdrojem proudu

Lineární zdroj EMN U_e a s R_{in}

Lineární zdroj proudu I_z s vnitřním odporem R_{ip}

Podmínky, za nichž se poměry mezi proudy a napětím v obvodu záměnou nezmění.

Stavy naprázdno: porovnání

$$U_e = I_z R_{ip}$$
$$\frac{U_e}{R_{in}} = I_z.$$

Odtud vyplývají podmínky pro ekvivalentní náhradu zdroje EMN:

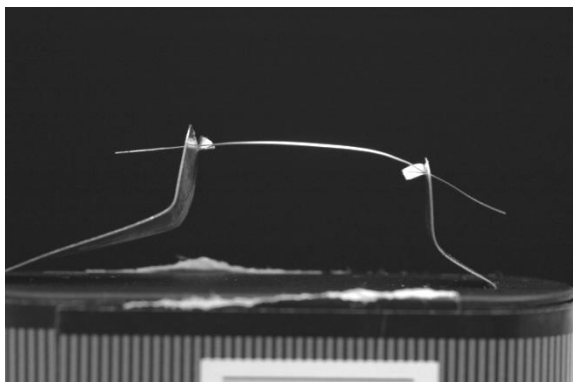
$$R_{ip} = R_{in}, I_z = \frac{U_e}{R_{in}}. \quad (2.40)$$

Poznámka: použití při řešení elektrických sítí.

Fyzika, technika, příroda

Příklad značení rezistorů. Základní jednotkou pro značení rezistorů je 1Ω (1 ohm). Pokud je jasné, že se jedná o rezistor, znak Ω se obvykle nepíše. Např. rezistor označený „100k“ má hodnotu 100 k Ω . Značka řádu (k, M, G...) slouží současně jako desetinná tečka, takže např. odpor „6k8“ má hodnotu 6,8 k Ω , odpor „k100“ má hodnotu 0,1 k Ω . Hodnota rezistorů se dnes často označuje barevným proužkovým kódem, který je na miniaturních součástkách lépe čitelný, než nápis. V poslední době se častěji používá třímístné značení např. 102, kde 10 značí hodnotu a třetí místo představuje počet nul za hodnotou. Takže tato hodnota je jinak 1 000 ohmů.

Tepelné spotřebiče. Elektrický proud prochází obvodem, je-li obvod uzavřen a obsahuje-li zdroj elektrického napětí. Že obvodem prochází elektrický proud, poznáme podle spotřebiče zapojeného v obvodu – žárovka svítí, zvonek zvoní... Z kovové drátěnky na nádobí odstraňte kousek drátu. Jeho konce opatrně upevněte k pólům ploché baterie. Sledujte, co se děje. Drátek se zahřívá, začíná se barvit do červena, nakonec se možná i přepálí. Z výsledku pokusu je tedy zřejmé, že pokud vodičem prochází elektrický proud, dochází ke zvyšování teploty vodiče. Této skutečnosti se využívá v tzv. tepelných spotřebičích. Zvýšení teploty vodiče závisí na materiálu, ze kterého je vodič vyroben. V tepelných elektrických spotřebičích se používají materiály, které při průchodu elektrického proudu svou teplotu zvyšují velmi výrazně. Mají totiž velký měrný odpor. Průchodem elektrického proudu spirálou varné konvice například dochází k velkému zvyšování teploty spirály. Ta potom zvyšuje i teplotu vody v konvici. Ve vysoušeči vlasů je nasátý vzduch vyfukován přes rozžhavené topné spirály, o které se ohřívá. V žehličce spirála zahřívá žehlicí plochu a podobné je to i u plotýnky na elektrickém sporáku. U těchto tepelných spotřebičů (plotýnkový vaříč, žehlička) by mohlo od rozžhavených kovových spirál dojít ke vznícení hořlavých částí spotřebiče (kryty z umělé hmoty, rukojeti, držadla apod.). Jako izolant se používají keramické kroužky nebo azbestové pláty. Pozor! Ve varné konvici musí být dostatečné množství vody, a teprve potom je možné konvici připojit do spotřebitelské sítě.



Plochá baterie – na její póly je položen tenký drátek.



Proud procházející vláknem žárovky

Tepelným spotřebičem je i žárovka. **Vlákno žárovky** je vyrobeno z wolframu, z kovu, který se taví až při 3 000 °C. Vlákno zahřáté na velmi vysokou teplotu se zbarví podle velikosti procházejícího proudu. Platí, že čím vyšší proud, tím vyšší teplota. U žárovky proud vlákno zbarví téměř až do bílého žáru.

Průchodem elektrického proudu se nezahřívají jen součásti elektrických zařízení, ale také samy přívodní vodiče. Protože jsou zhotoveny z materiálu o malém měrném odporu, zahřívají se vlivem procházejícího proudu, pro který jsou dimenzovány, méně. Nebezpečí představuje především zkrat v elektrickém obvodu – při zkratu protéká vodiči značně velký elektrický proud, který dokáže vodiče už za krátkou dobu zahřát až na tak vysokou teplotu, že hrozí požár. Zkrat v obvodu nastává, když se vzájemně dotknou dva neizolované vodiče, mezi nimiž je napětí. Sestavte elektrický obvod ze žárovky, ploché baterie a dvou neizolovaných vodičů (holých drátů). Žárovka svítí. Nyní přes oba dráty položte kovový vodič, například šroubovák. Žárovka zhasla, v obvodu nastal zkrat. Elektrický proud neprotéká celou délkou vodičů k žárovce, ale prochází šroubovákem, tedy kratší cestou – proto mluvíme o zkratu.

Poznámka: Baterie se při zkratu rychle vybíjí, proto šroubovák po několika sekundách odstraníme.



El. obvod – žárovka, plochá baterie, vodiče nejsou izolované – žárovka svítí



El. obvod – žárovka, plochá baterie, vodiče nejsou izolované. Přes vodiče položen šroubovák – žárovka nesvítí

Pojistky. Pojistku tvoří tenký drátek z lehce tavitelného kovu. V případě, že obvodem prochází proud, jehož velikost přesahuje přípustnou hodnotu, dojde k přetavení tohoto drátku, a elektrický obvod se tak přeruší. Drátek v pojistce je totiž dimenzován tak, aby tento proud nevydržel. Pojistky do různých přístrojů se od sebe liší. Mohou se lišit materiálem, tloušťkou a délkou drátku, což způsobí, že každá pojistka se přetaví při jiné velikosti proudu. **Tavné pojistky** jsou určeny k jištění elektrické sítě. Mají skleněné nebo keramické pouzdro.



Skleněné pojistky



Keramická pojistka



Automobilová pojistka



Nožová pojistka



Jistič

Pojistky určené k jištění v rozvaděčích elektrického proudu o velmi vysokých hodnotách se označují jako „nožové“. Tavný drátek je v nich nahrazen páskem kovu, který je umístěn v keramickém pouzdře naplněném pískem, aby se zabránilo požáru. Také v automobilech se používají tavné pojistky. Přístrojové pojistky bývají zabudovány přímo v přístrojích, které mají chránit. Pojistky nikdy neopravujeme, musíme je pokaždé vyměnit za nové.

V domech se místo tavných pojistek používají automatické jističe. V porovnání s pojistkami mají jednu velkou výhodu. Po vypnutí přívodu proudu, nalezení a odstranění příčiny závady, je můžeme znovu zapnout překlopením páčky. Jistič lze rovněž záměrně vypnout a přívod elektrického proudu tak přerušit, například při výměně žárovky v lustru apod. Pracují však na jiném principu, který bude vysvětlen v části o elektromagnetismu.

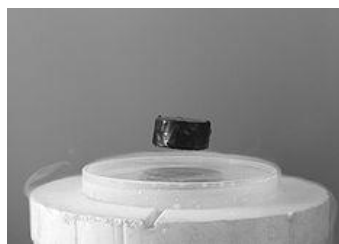
V našem předchozím výkladu jsme se seznámili s celou řadou zařízení, které využívají ke svému provozu elektrický proud. Tato zařízení nás obklopují a každý den nám usnadňují nebo zpřjemňují život. Jsou to přístroje v kuchyni (mixér, elektrický vařič, varná konvice, mikrovlnná trouba, lednička, myčka nádobí...), koupelně (fén, holicí strojek, pračka,...), na údržbu domu i zahrady (vysavač, vrtačka, sekačka na trávu, míchačka,...), ale i pro

využití volného času (televizní a rozhlasové přijímače, CD a DVD přehrávače, počítače, ...). Ve všech místnostech jsou instalována světla, venkovní prostranství jsou také osvětlena veřejným osvětlením. Mezi domácími elektrospotřebiči mají důležité postavení ty, které zajišťují teplo v bytě nebo zahřívání vody či potravin. V řadě domácností najdete „bojler“ (z angl. *boiler* – ohřívač) na ohřev vody ke koupání nebo umývání nádobí. Elektrické ohřívače dodávají teplou vodu do systému ústředního topení v bytech nebo rodinných domech. V řadě přístrojů objevíte topnou spirálu, která ohřívá vzduch (např. fén) nebo vodu v pračce, myčce, žehličce, varné konvici nebo již zmiňovaném boileru. Určitě jste si všimli, že některá nářadí (kleště, šroubováky) mají masivní plastové rukojeti. Kovové části jsou obaleny izolačním materiálem, který chrání člověka před úrazem elektrickým proudem, pokud se manipuluje s elektrickým zařízením. Elektrické vrtačky mají rovněž kryty z umělých hmot, aby nedošlo k průrazu proudu např. při neopatrném vyvrtání otvoru přes kabel elektrického rozvodu vedený ve zdi. V automobilech jsou rovněž elektrické obvody, které jsou napájeny z elektrického zdroje – akumulátorové baterie, která zajišťuje vznik jiskry v zapalovací svíčke, kterou se zapálí pohonná směs automobilu. Z akumulátoru je zajištěno osvětlení uvnitř auta, ale i napájení žárovek světlometů. Jak je vidět, není možné ani vyjmenovat všechna elektrická zařízení, která známe. Museli bychom k nim přidat elektrická zařízení v průmyslových podnicích, nemocnicích, výzkumných ústavech atd. Zvláštní kapitolu (bude uvedeno v souvislosti se střídavými proudy) by si zasloužila výroba elektrické energie, ať už v nejrůznějších elektrárnách nebo v tzv. alternativních zdrojích elektrické energie (ze vzduchu, Slunce, mořského příboje, ...). Přemýšleli jste někdy o zapojení světel v bytě? Jak je možné, že když přestane svítit jedna žárovka, ostatní svítí dál? Světla jsou totiž zapojena „vedle sebe“ (paralelně). Každé je napájeno stejným napětím ze spotřebitelské sítě. Kdyby byla světla zapojena „za sebou“ (sériově), obvod by se přerušil a elektrický proud by spojovacími vodiči, které jsou vedeny ve zdi, neprocházel. Připomeňme si, že bytové vypínače jsou právě těmi spínači, o kterých jsme hovořili při popisu elektrického obvodu.



Halogenová žárovka do auta

Žárovky. Vlákno se žhaví na teplotu 2 600 °C. Vlákno 40 W žárovky je dlouhé asi 70 cm, po stočení má délku 5,5 cm. Je tenčí než vlas a je umístěné v baňce, která obsahuje dusík. Žárovka je jen ze 2 % zdrojem světla, zbytek představuje teplo, které se ze žárovky šíří. Běžná životnost žárovky je 1 000 hodin. U **halogenové žárovky** je baňka plněna parami, které zpomalují odpařování žhavicího drátu. Vyradí 2 až 3krát déle než běžné žárovky. 40 wattová halogenka je jen ze 3 % zdrojem světla. Nelze je připojit přímo na 230 V, potřebujeme nižší napětí nebo transformátor.



Levitace supravodiče

v nádobce s kapalným dusíkem (77 K), kdy supravodivý keramický materiál obsahující diamagnetickou měď (Bi-Sr-Ca-Cu-O) při dosažení kritické teploty „vytlačí“ ze svého objemu magnetické pole.

Některé látky ztrácejí při nízké teplotě svůj elektrický odpor a jsou schopné vést elektrický proud po velmi dlouhou dobu, aniž by bylo nutné obvod napájet ze zdroje napětí. Takové látky se nazývají supravodiče. Pro některé kovy (Hg) a slitiny kovů se supravodivý jev objeví při teplotách 4 až 26 K (–269 °C až –247 °C). V dnešní době se provádějí pokusy s polykrystalickými, keramickými materiály na bázi Bi-Sr-Ca-Cu-O, Y-Ba-Cu-O apod., které lze přivést do supravodivého stavu již při teplotách 99 K až 130 K (–174 °C až 143 °C). Tyto materiály řadíme mezi vysokoteplotní supravodiče. Průkaz uvedení supravodiče do supravodivého stavu dokazuje Meissnerův a Ochsenfeldův pokus s levitací supravodiče (vznášení) nad magnetem umístěným

Supravodivost a její využití. Při supravodivé levitaci se magnet může vznášet nad supravodičem nebo supravodič se vznáší nad magnetem. Dokud je supravodič chlazen, je tento stav stálý. Vzájemná poloha magnetu a supravodiče je do té míry stabilní, že magnet unese i značnou zátěž. Pokud umístíme podobné zařízení do vakuua, kde odpadá tření o vzduch, a použijeme magnet rotačně dokonale symetrický (nejen svými rozměry, ale i tvarem magnetického pole), pak při roztočení magnetu získáme bezetrátové ložisko (setrvačnick). Stejného principu se využívá v supravodivém motoru. Setrvačnický tohoto typu se dnes vyvíjejí pro stabilizaci polohy družic. Teplota ve vesmíru je dostatečně nízká, takže odpadá problém chlazení supravodiče. Ke stabilizaci polohy dochází v důsledku sil, které vznikají při odchýlení osy otáčení setrvačnicku z původního směru. Setrvačnický obřích rozměrů s velkou hmotností jsou pak potenciálním zásobníkem kinetické energie, kterou je možné ve vhodný okamžik převést na energii elektrickou a zásobovat tak např. vesmírnou stanicí.



MagLev

Trochu jinak se supravodivosti využívá u magneticky levitujícího vlaku, nazývaného MagLev. Ten má na bocích svých vagónů supravodivé cívky, vytvářející silné magnetické pole. Toto pole indukuje při pohybu vlaku elektrické proudy v měděných cívkách na bocích “kolejiště”. Magnetické pole, které tyto proudy vytváří, interaguje s magnetickým polem supravodivých cívek tak, že se vlak vznáší dostatečně vysoko nad kolejí. Takovýto vlak jezdí rychlostmi okolo 500 km za hodinu – současný rekord je 563 km/hod. Supravodivé cívky jsou vyrobeny z klasických supravodičů, musejí se chladit kapalným heliem a provoz je proto velmi drahý. V budoucnosti se počítá s nahrazením supravodivých cívek permanentními magnety z vysokoteplotních supravodičů, které jsou pro tento účel intenzívně vyvíjeny. Možností využití supravodivosti je hodně. Od superrychlých supravodivých přechodů – základu budoucích počítačů, až po vysokoproudé transformátory, přerušovače proudu v elektrárnách nebo obří lodi s magneto-hydrodynamickým pohonem. Stovky těchto aplikací jsou ve stadiu laboratorních zkoušek a čekají na své využití v praxi.

Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“)

VYBERTE JEDNU SPRÁVNOU ODPOVĚĎ ZE ČTYŘ NABÍDNUTÝCH

1. Tři rezistory o odporech $R_1 = 30 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, a $R_3 = 10 \Omega$ jsou připojeny ke zdroji elektrického napětí za sebou (sériově). Na kterém rezistoru je největší napětí?

- A) na prvním
- B) na druhém
- C) na třetím
- D) na všech stejné

2. Tři rezistory o odporech $R_1 = 30 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, a $R_3 = 10 \Omega$ jsou připojeny ke zdroji elektrického napětí za sebou (sériově). Kterým rezistorem prochází největší proud?

- A) prvním
- B) druhým
- C) třetím
- D) všemi stejný

3. Tři rezistory o odporech $R_1 = 30 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, a $R_3 = 10 \Omega$ jsou připojeny ke zdroji elektrického napětí za sebou (sériově). Který rezistor má největší elektrický příkon?

- A) první
- B) druhý
- C) třetí
- D) všechny stejný

4. V malém intervalu teplot můžeme předpokládat, že elektrický odpor vodiče:

- A) roste přibližně lineárně s teplotou
- B) je nepřímo úměrný teplotě
- C) je přímo úměrný druhé mocnině teploty
- D) roste exponenciálně s narůstající teplotou

5. Jako odporové materiály se používají pevné látky:

- A) s malým měrným elektrickým odporem
- B) s měrným odporem zcela nezávislým na teplotě
- C) s velkým měrným elektrickým odporem
- D) s jakoukoliv hodnotou měrného elektrického odporu

6. Ampérhodina (Ah) je:

- A) hlavní jednotkou elektrické energie
- B) hlavní jednotkou elektrického výkonu
- C) vedlejší jednotkou elektrického náboje
- D) vedlejší jednotkou výkonu elektrického proudu

VYBERTE DVĚ SPRÁVNÉ ODPOVĚDI ZE ŠESTI NABÍDNUTÝCH

1. Elektrický proud je skalární fyzikální veličina závislá:

- A) přímo úměrně na velikosti náboje, který projde příčným řezem vodiče
- B) přímo úměrně na době, za kterou projde celkový náboj částic
- C) přímo úměrně elektrickému napětí U mezi konci vodičů
- D) přímo úměrně na měrném odporu vodiče
- E) přímo úměrně na délce vodiče, kterým proud prochází
- F) nepřímo úměrně na rychlosti pohybu elektronů v elektrickém poli

2. Elektrický odpor kovových vodičů:

- A) se snižuje se zvyšujícím se měrným odporem, ze kterého je vodič vyroben
- B) se přímo úměrně zvyšuje s délkou vodiče
- C) je tím větší, čím je větší obsah příčného řezu vodiče
- D) se s rostoucí teplotou zvyšuje přibližně lineárně
- E) extrémně narůstá při teplotách blízkých absolutní nule
- F) závisí jen na látce, ze které je vodič, nikoliv na geometrických rozměrech vodiče
- F) proud elektronů a děr stejným směrem vytváří elektrický proud v polovodiči

ODPOVĚZTE

- Vysvětlete mechanismus *vedení elektrického proudu*.
- K čemu je nutný v elektrickém obvodu *zdroj napětí*?
- Co jsou to *supravodiče*?
- K jaké přeměně energie obecně dochází v elektrickém spotřebiči?
- Vysvětlete rozdíl mezi *svorkovým* a *elektromotorickým napětím zdroje*.
- Jak vysvětlíte, že vlákno žárovky se zahřeje na vysokou teplotu, zatímco přívodní vodiče jsou studené?
- Proč se vlákno žárovky nejčastěji přepálí při zapnutí proudu a méně často při svícení?

PŘÍKLADY

1. Vodič má odpor 4Ω a za 60 s jím prošel náboj 40 C. Jaké napětí je na koncích vodiče? $[U = 2,7 \text{ V}]$
2. Spirálou elektrického vařiče s odporem $R_1 = 100 \Omega$ prochází proud 1,1 A. Spočítejte napětí zdroje, ke kterému je připojený a určete odpor spirály vařiče, jestliže jí bude procházet stejný proud při napětí 220 V? $[U = 110 \text{ V}, R = 200 \Omega]$
3. Elektromotorické napětí akumulátoru je 12 V. Připojíme-li k němu žárovku, poklesne napětí na svorkách akumulátoru na 10 V, přičemž žárovkou prochází proud 2 A. Jaký odpor má vlákno žárovky? $[R = 5 \Omega]$
4. Elektromotorické napětí akumulátoru je 12 V. Připojíme-li k němu žárovku, poklesne napětí na svorkách akumulátoru na 10 V, přičemž žárovkou prochází proud 2 A. Jaký je vnitřní odpor akumulátoru? $[R_i = 1 \Omega]$
5. Elektromotorické napětí akumulátoru je 12 V. Připojíme-li k němu žárovku, poklesne napětí na svorkách akumulátoru na 10 V, přičemž žárovkou prochází proud 2 A. Jaký je elektrický příkon žárovky? $[P = 20 \text{ W}]$
6. Odpor spotřebiče je $R_1 = 38 \Omega$, odpor spojovacích vodičů $R_2 = 1,9 \Omega$. Určete proud v obvodu, jestliže elektromotorické napětí zdroje je 40 V a jeho vnitřní odpor je 0,01 Ω . $[I = 1,002 \text{ A}]$

7. Měděný drát o průměru 4 mm má být nahrazen hliníkovým drátem. Jaký průměr bude mít hliníkový drát, aby měl stejný elektrický odpor? ($\rho_{Cu} = 0,02 \cdot 10^{-6} \Omega m$, $\rho_{Al} = 0,03 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$). [d = 4,9 mm]
8. Jak se změní odpor drátu, jehož délka se oproti původní délce 5krát zvýší při nezměněném průměru? [5krát se zvětší]
9. Platinový odporový teploměr má při teplotě 0 °C odpor 500 Ω . Odpor teploměru v rozpálené peci je 3 600 Ω . Jaká je teplota pece? Teplotní součinitel odporu platiny pro příslušnou oblast teplot je $3,9 \cdot 10^{-3} K^{-1}$. [t = 1 590 °C]
10. Odpor rozsvícené žárovky je při teplotě wolframového vlákna 2 400 °C $R_t = 440 \Omega$. Jak velký je nárazový proud v okamžiku rozsvícení žárovky při teplotě 20 °C, jestliže je připojena na napětí 220 V? (Teplotní součinitel odporu wolframového vlákna je $5 \cdot 10^{-3} K^{-1}$) [I = 6,45 A]
11. Tři rezistory mají odpory $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$. Jaký je celkový odpor, zapojíme-li rezistory sériově? [R = 14 Ω]
12. Tři rezistory mají odpory $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$. Jaký je celkový odpor, zapojíme-li rezistory paralelně? [R = 1,14 Ω]
13. Jaký je celkový odpor, zapojíme-li rezistory podle schématu na obrázku? [R = 9 Ω]
14. Čtyři stejné elektrické zdroje, každý o elektromotorickém napětí $U_e = 36V$ a vnitřním odporu 1 Ω jsou zapojené paralelně. Připojíme-li k této baterii rezistor s odporem $R = 5 \Omega$, naměříme svorkové napětí $U = 20 V$. Jaký proud prochází obvodem? [I = 4 A]
15. Tři vodiče s odpory $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$ jsou spojené za sebou (sérově). Jaké napětí je na jednotlivých vodičích, jestliže celkové napětí je $U = 90 V$? [15 V, 30 V, 45 V]
16. Topné tělísko do akvária zapojené na nejnižší stupeň vyhřívání má při zapojení do sítě na napětí 220 V příkon 15 W. Jaký odpor má tělísko a jaký proud jím prochází? [R = 3,23 k Ω , I = 0,068 A]
17. Zjistěte, kolik elektrické energie spotřebovala za 12 hodin 100 W žárovka, jestliže jste ji zapoměli vypnout? [W = 4,3 MJ (1,2 kWh)]
18. Elektrický průtokový ohřívač vody připojený na síť 220 V ohřeje za minutu jeden litr vody z vodovodu o teplotě 14 °C na teplotu 80 °C. Jaký je příkon a elektrický odpor výhřevné spirály ohřívače? (měrná tepelná kapacita vody $c = 4,2 kJ kg^{-1} K^{-1}$). [P = 4,6 kW, R = 10,5 Ω]
19. Žárovka má příkon 9,8 W a odpor 20 Ω . Jaký nejmenší počet žárovek zapojených sériově můžeme připojit na 220 V? [16 žárovek]
20. Ve sterilizátoru se 80 % příkonu mění na užitečné teplo. Jaké množství tepla bude nevyužité během jedné hodiny, jestliže jeho příkon je 2 kW? [1,44 MJ]

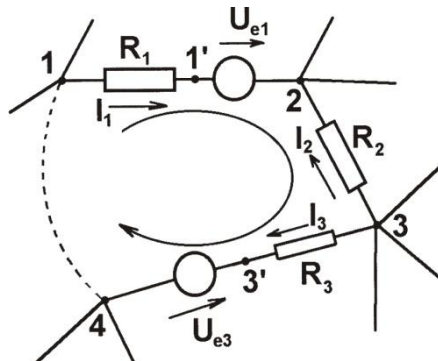
2.3 ŘEŠENÍ STEJNOSMĚRNÝCH ELEKTRICKÝCH SÍTÍ

Uzel – místo vodivého spojení alespoň 3 vodičů.

Větev – část obvodu spojující 2 uzly (neprocházející dalšími uzly).

Jednoduchý uzavřený obvod (uzavřená smyčka – vybraná z rozvětvené sítě) – od jednoduchého uzavřeného obvodu se liší tím, že v různých jejích větvích jsou obecně různé proudy.

Pro uzavřené smyčky, libovolně vybrané z lineární rozvětvené sítě platí II. Kirchhoffův zákon.



1. Druhý Kirchhoffův zákon

- Výběr z elektrické sítě (obrázek) libovolné uzavřené smyčky, např. 1-2-3-4-...-1.
- Označení směrů EMN.
- Označení směrů proudu u rezistorů, jimiž protékají.
- Volby směru postupu a výpočet cirkulace \vec{E} po této smyčce.

Platí

$$\oint_l \vec{E}_{st} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \text{a} \quad \int_M^N \vec{E}_{st} \cdot d\vec{l} = U_{MN}.$$

Napětí U_{MN} je kladné, když $\vec{E}_{st} \uparrow \uparrow d\vec{l}$ a záporné v případě $\vec{E}_{st} \uparrow \downarrow d\vec{l}$ a můžeme je též vyjádřit pomocí Ohmova zákona jako RI .

Upozornění: ve zdrojích EMN je integrál z intenzity vtištěných sil od elektrody – k elektrodě + roven U_e :

$$\int_{-}^{+} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = U_e$$

Cirkulace \vec{E} kolem smyčky:

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= \int_1^{1'} \underbrace{\vec{E}_{st} \cdot d\vec{l}}_{\uparrow\uparrow} + \int_{1'}^2 (\vec{E}_{st} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l} + \int_2^3 \underbrace{\vec{E}_{st} \cdot d\vec{l}}_{\uparrow\downarrow} + \int_3^{3'} \underbrace{\vec{E}_{st} \cdot d\vec{l}}_{\uparrow\uparrow} + \int_{3'}^4 \underbrace{(\vec{E}_{st} + \vec{E}_i) \cdot d\vec{l}}_0 + \dots = \\ &= R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_3 I_3 \pm \dots = \sum_{j=1}^n \pm R_j I_j \end{aligned}$$

Církulaci \vec{E} kolem smyčky lze vyjádřit ještě jiným způsobem:

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \underbrace{\oint_l \vec{E}_{st} \cdot d\vec{l}}_0 + \int_{1'}^2 \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{3'}^4 \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = U_{e1} - U_{e2} = \sum_{j=1}^n \pm U_{ej}$$

Levé strany předcházejících výrazů jsou stejné, takže musí se rovnat i pravé strany, tj.

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_3 I_3 \pm \dots = U_{e1} - U_{e2} \pm \dots,$$

nebo

$$\sum_{j=1}^n \pm R_j I_j = \sum_{j=1}^n \pm U_{ej}. \quad (2.41)$$

Rovnice (2.41) vyjadřuje **Druhý Kirchhoffův zákon**:

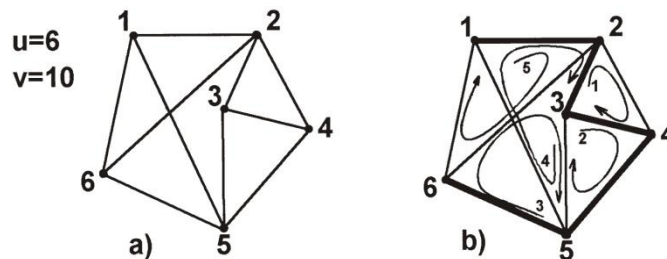
V uzavřené smyčce libovolně vybrané z elektrické sítě se algebraický součet úbytků napětí na jednotlivých rezistorech rovná algebraickému součtu všech elektromotorických napětí.

2. Řešení jednoduché elektrické sítě metodou postupného zjednodušování

Jednoduchou síť s jedním zdrojem EMN řešíme postupným nahrazováním výslednými odpory sériově či paralelně řazených rezistorů. Následně z U a celkového I vypočítáme proudy v jednotlivých větvích.

3. Řešení elektrických sítí užitím Kirchhoffových zákonů

Analýza elektrické sítě – při známých hodnotách odporů rezistorů a EMN zdrojů a jejich spojení vypočítat proudy přes jednotlivé větve.



Elektrická síť – n uzlů, v větví. (v nezávislých rovnic pro stejný počet proudů).

Podle I. Kirchhoffova zákona sestavíme $u - 1$ nezávislých rovnic.

podle II. Kirchhoffova zákona sestavíme zbytek.

Celkový počet

$$v - (u - 1) = v - u + 1. \quad (2.42)$$

Je tedy třeba ze sítě vybrat $v - u + 1$ nezávislých uzavřených smyček.

Kostra sítě – větve sítě a uzly v podobě jednoduchých čar (obrázek a).

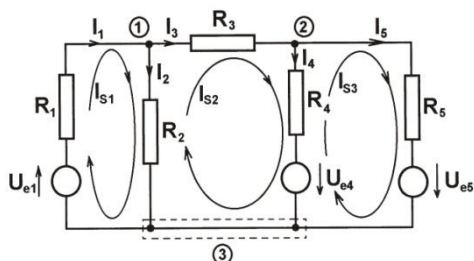
Úplný strom – neuzavřená čára spojující všechny uzly (obrázek b).

Nezávislé větve – **nepatří** do úplného stromu – počet $v - u + 1$.

Do každé smyčky zařadíme jednu nezávislou větev, která ještě nebyla použita v předchozích smyčkách.

Postup řešení:

Síť: 3 uzly ($u = 3$), 5 větví ($v = 5$) (obrázek)



Úkol: Určit 5 neznámých proudů.

Podle I. K. z. = 2 nezávislé rovnice.

Podle II. K. z. = 3 rovnice (pro vyznačené smyčky):

- a) vyznačíme směry proudů ve větvích (libovolně),
- b) určíme tři uzavřené nezávislé smyčky a zvolíme směr, kterým budeme ve smyčkách postupovat,
- c) Napíšeme I. K. z. pro uzly 1 a 2:

$$\begin{aligned} -I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \\ -I_3 + I_4 + I_5 &= 0 \end{aligned} \tag{2.43}$$

d) Napíšeme II. K. z. pro vyznačené smyčky:

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + R_2 I_2 &= U_{e1} \\ -R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 &= U_{e4} \\ -R_4 I_4 + R_5 I_5 &= U_{e5} - U_{e4} \end{aligned} \tag{2.44}$$

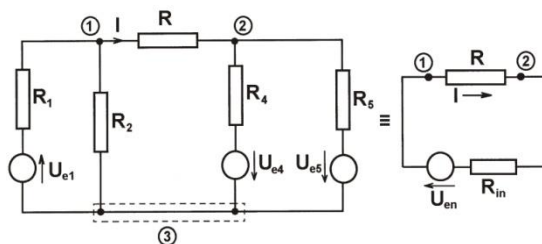
- e) Řešíme soustavu 5 rovnic pro 5 neznámých proudů $I_1 - I_5$.
- f) Po ukončení výpočtu opravíme směry proudů, jejichž hodnoty vyšly záporné.

4. Věta o náhradním zdroji napětí (věta Théveninova)

Někdy potřebujeme znát jen proud v jedné větvi a ostatní nás nezajímají.

Nahradíme celou elektrickou síť vzhledem ke dvěma uzlům jedním náhradním zdrojem EMN.

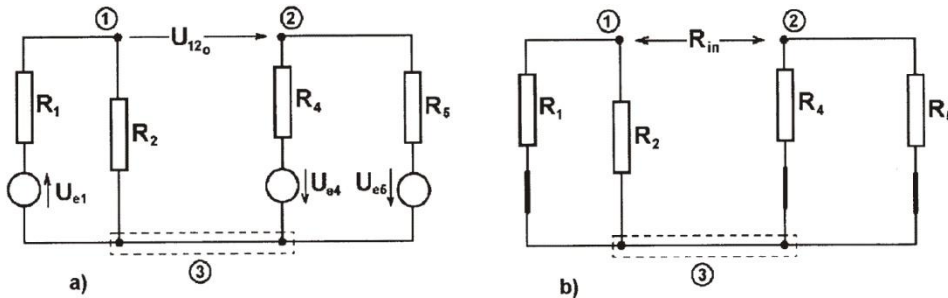
Uvažujme síť na obrázku, ve které potřebujeme určit proud I jen ve větvi mezi uzly 1 a 2, jejíž odpor je R .



Věta o náhradním zdroji napětí:

- náhradní zdroj napětí** o vnitřním odporu R_{in} a EMN U_{en} .
- Elektromotorické napětí** U_{en} náhradního zdroje je rovno napětí mezi rozpojenými uzly.
- Vnitřní odpor** R_{in} náhradního zdroje EMN je roven odporu elektrické sítě mezi rozpojenými uzly, nahradíme-li všechny zdroje spojkami nakrátko (obrázek).

Znázornění konkrétního postupu při určení parametrů náhradního zdroje (obrázek).



- Odpojení větve mezi uzly 1 a 2.
- Stanovení (výpočtem nebo měřením) napětí mezi uzly U_{120} :

$$U_{en} = U_{120} - \text{EMN náhradního zdroje napětí}$$

- Nahrazení všech zdrojů EMN spojkami nakrátko (silně vyznačené).
- Stanovení odporu sítě mezi rozpojenými uzly 1 a 2 (výpočtem nebo měřením) \Rightarrow **vnitřní odpor** R_{in} **náhradního zdroje napětí**.

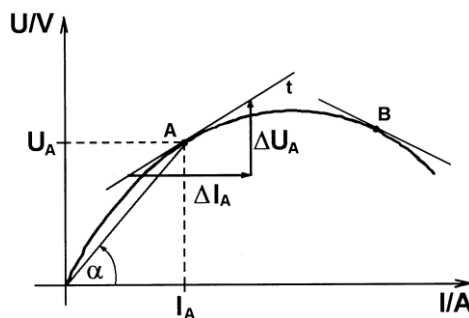
Zapojíme-li v síti mezi uzly 1 a 2 větev o odporu R , platí pro proud I

$$I = \frac{U_{en}}{R + R_{in}}. \quad (2.52)$$

6) Řešení obvodů s nelineárními rezistory

a) Statický a dynamický (diferenciální) odpor nelineárního rezistoru.

Elektrické vlastnosti nelineárního rezistoru nejlépe vystihuje jeho V-A charakteristika (obrázek).



Statický odpor v daném bodě V-A charakteristiky:

$$(R_s)_A = \frac{U_A}{I_A} = \text{tg } \alpha \quad (2.53)$$

V každém bodě je jiná hodnota $(R_S)_A$.

Nahrazení části křivky v okolí **pracovního bodu** přímkou (tečna t ke křivce ve zvoleném pracovním bodě)

Dynamický (diferenciální) odpor nelineárního rezistoru $(R_d)_A$

$$(R_d)_A = \frac{\Delta U_A}{\Delta I_A} = \left(\frac{dU}{dI} \right)_A, \quad (2.54)$$

$R_d = 0$ na vrcholu V-A charakteristiky,

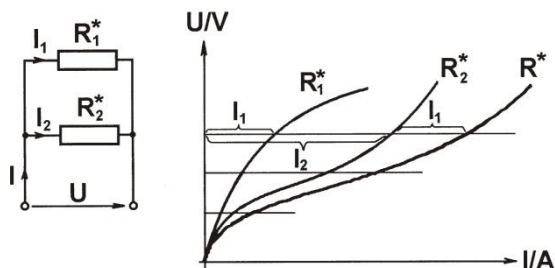
$R_d > 0$ na vzestupné části V-A charakteristiky,

$R_d < 0$ na sestupné části V-A charakteristiky.

Případ $R_d < 0$ je **nestabilní** (připojením k dostatečně tvrdému zdroji by proud neustále narůstal, dokud by nedošlo ke zničení – proto proud omezujeme zapojením lineárního rezistoru do série s nelineárním rezistorem).

b) Řešení obvodu s paralelně zapojenými nelineárními rezistory

Uvažujme dva nelineární rezistory R_1^* a R_2^* zapojené paralelně a připojené ke zdroji o napětí U (obrázek).



Napětí je stejné, proud I se rozdělí na proudy I_1 a I_2 .

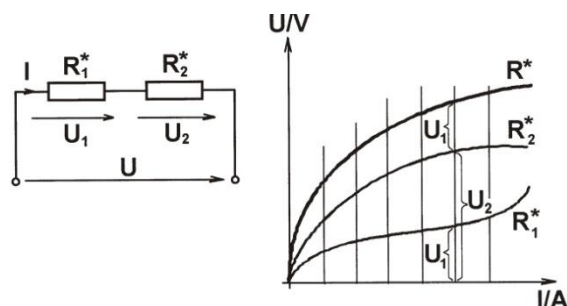
Podle I. Kirchhoffova zákona platí: $I = I_1 + I_2$.

Při známé V-A charakteristice jednotlivých rezistorů, určíme výslednou V-A charakteristiku graficky (obrázek). Tak můžeme nahradit uvažované zapojení jediným nelineárním rezistorem R^* .

c) Řešení obvodu se sériově zapojenými nelineárními rezistory (obrázek)

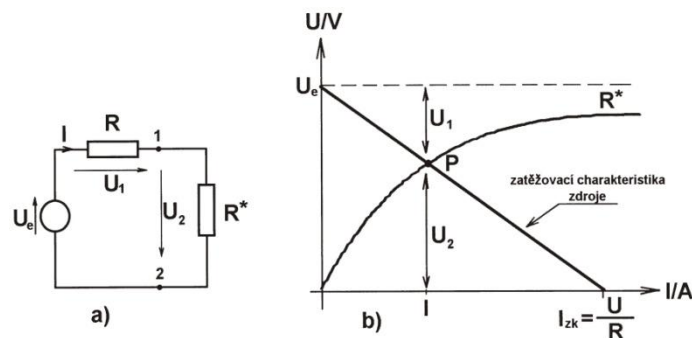
Oběma rezistory prochází stejný proud I , napětí se rozdělí $U = U_1 + U_2$

Výsledná V-A charakteristika je nalezena sečtením hodnot napětí na jednotlivých rezistorech \Rightarrow V-A charakteristika celkového nelineárního rezistoru R^* .



d) Stanovení ustáleného stavu v obvodu se sériovým zapojením lineárního a nelineárního rezistoru

Ustálený stav zjišťujeme po připojení této kombinace ke zdroji o U_e (obrázek).



Vnitřní odpor zdroje R_i zahrnujeme do hodnoty R lineárního rezistoru.

Řešení:

- stanovíme proud I po připojení ke zdroji EMN,
- napětí U_1 na lineárním rezistoru R a napětí na nelineárním rezistoru R^* .

Výhodnější postup:

- Svorky 1 a 2 považujeme za svorky zdroje o U_e a vnitřním odporu R .
- Sestrojíme zatěžovací charakteristiku tohoto zdroje (prochází body $I = 0, U = U_e$ a $I_{zk} = U_e/R, U = 0$) – viz obrázek.
- Zakreslíme do soustavy os V-A charakteristiku nelineárního rezistoru.
- U_2 je jednak svorkovým napětím uvažovaného zdroje a napětím nelineárního rezistoru.
- \Rightarrow **Průsečík P** zatěžovací charakteristiky s V-A charakteristikou vyhovuje oběma podmínkám.

Ustálený stav odečteme z grafu – určíme proud I a napětí na lineárním rezistoru U_1 a U_2 na nelineárním rezistoru.

2.4 MĚŘENÍ ZÁKLADNÍCH ELEKTRICKÝCH VELIČIN

1. Měření proudu a napětí

Využití magnetických účinků elektrického proudu

Nejrozšířenější systémy:

- deprezské,
- elektromagnetické,
- elektronické měřicí přístroje s digitální indikací na displeji.

Měřidla proudu:

- ampérmetry (miliampérmetry, mikroampérmetry apod.),
- galvanoměry (s citlivostí menší než 10^{-6} A).

Měřidla napětí:

- voltmetry (milivoltmetry, kilovoltmetry apod.).

Měřicí systém má vnitřní odpor R_i . Při průchodu proudem I tímto odporem je na svorkách měřicího systému napětí $U = R_i I \Rightarrow$ lze tedy stejným systémem měřit i napětí (ocejchování stupnice).

Základní proudový rozsah $I_{zakl.} \Rightarrow$ proud registrovaný na posledním číslovaném dílku stupnice.

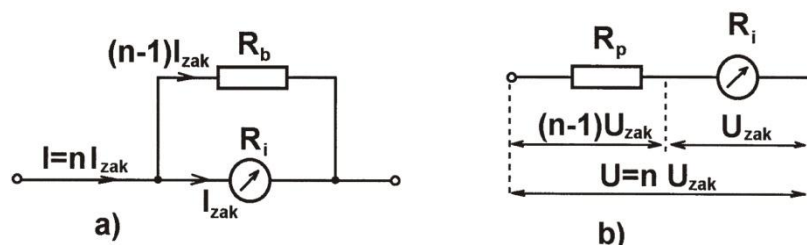
Základní napěťový rozsah $U_{zakl.} \Rightarrow$ napětí na svorkách měřicího systému, které způsobí výchylku na posledním číslovaném dílku stupnice.

Oba parametry splňují Ohmův zákon

$$U_{zakl.} = R_i I_{zakl.}$$

b) Změna rozsahu měřicích přístrojů

Nutnost měřit napětí a proudy v širokých rozmezech hodnot.



- **Změna měřicího rozsahu ampérmetru** (obrázek a):

zvětšení rozsahu n -krát ($I = nI_{zakl.}$),

připojení **bočnicku** o odporu R_b (paralelně),

proud bočníkem $(n - 1)I_{zakl.}$,

proudy paralelně zapojenými rezistory

$$\frac{R_b}{R_i} = \frac{I_{zakl.}}{(n-1)I_{zakl.}}$$

Odtud hodnota odporu bočnicku

$$R_b = \frac{R_i}{n-1}. \quad (2.55)$$

- **Změna rozsahu voltmetru** (obrázek b).
- Zvětšení rozsahu n -krát ($U = nU_{zakl.}$):
- zapojení **předřadného rezistoru** do série s měřicím systémem,
- napětí na sériově zapojených rezistorech jsou ve stejném poměru jako jejich odpory

$$\frac{R_p}{R_i} = \frac{(n-1)U_{zakl.}}{U_{zakl.}},$$

odtud hodnota odporu předřadného rezistoru

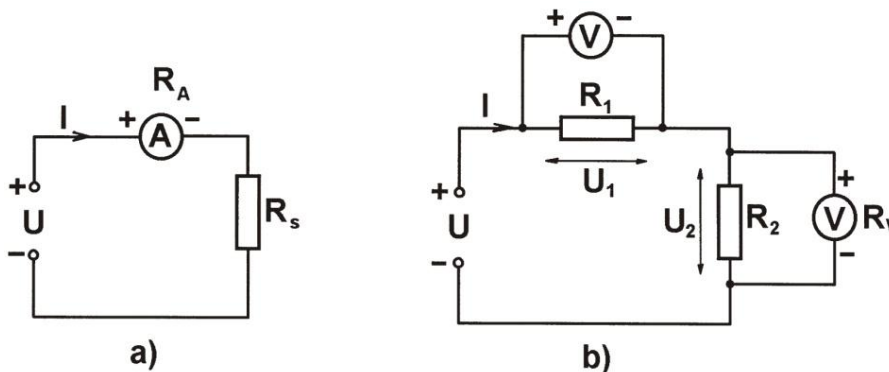
$$R_p = (n-1)R_i. \quad (2.56)$$

b) Zapojování měřicích přístrojů do elektrického obvodu

Při měření proudu rezistorem R_s : **ampérmetr do série**

Vnitřní odpor R_A musí být co nejmenší (aby nedošlo k podstatné změně proudu)

Ampérmetr nemůžeme připojit přímo ke svorkám tvrdého zdroje napětí (zkratový proud by ho zničil) \Rightarrow omezení proudu v obvodu do série zapojeným spotřebičem (rezistorem R_s), viz obrázek a.



Měření napětí: **voltmetr do série**

Vnitřní odpor voltmetru R_V musí být co největší (zapojený paralelně) jinak se zmenší celkový odpor měřené části obvodu a dojde k poklesu napětí v této části obvodu.

Elektronické voltmetry – odpor 10 – 100 M Ω .

Voltmetr lze připojit přímo ke svorkám zdroje EMN

c) Třída přesnosti měřidla. Konstanta přístroje

Nejistoty způsobené náhodnými příčinami < nejistoty způsobené použitím měřicího přístroje.

Třída přesnosti – vyznačení v pravém dolním rohu stupnice nad značkou proudu (0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 2,5; 5,0).

Přístroje normálové – třída přesnosti 0,1 nebo 0,2 – slouží pro kalibraci laboratorních a technických měřidel.

Příklad: třída přesnosti $p = 2,5$ (%) na rozsahu 100 V \Rightarrow každá hodnota napětí na tomto rozsahu má *absolutní nejistotu* $\delta U = 2,5$ V.

relativní nejistota pro $U = 50$ V $\pm 2,5$ V $\Rightarrow 5$ %,

pro $U = 25$ V $\pm 2,5$ V $\Rightarrow 10$ %.

Obecně: 1/2 výchylky stupnice \Rightarrow relativní nejistota $2p$ %,

1/4 výchylky stupnice \Rightarrow relativní nejistota $4p$ %,

1/10 výchylky stupnice \Rightarrow relativní nejistota $10p$ %,

z toho plyne: snažíme se měřit v druhé polovině stupnice.

U digitálních měřidel (dnes nejběžnější) bývá absolutní nejistota měřených hodnot udávána výrobcem v technické dokumentaci.

Konstanta přístroje:

na daném rozsahu udává hodnotu měřené veličiny připadající na jeden dílek stupnice

pro 600 mA při stupnici 120 dílků je konstanta miliampérmetru K

$$K = \frac{600}{120} = 5 \text{ mA/dílek} .$$

Při měření odečítáme měřené hodnoty v dílcích stupnice a později je vynásobíme konstantou přístroje (hodnoty v mA).

2. Měření odporů

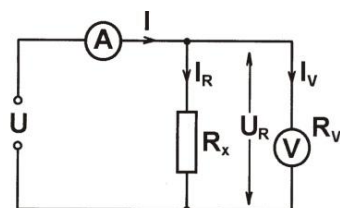
Základní metody (z praktických cvičení)

a) Přímá metoda

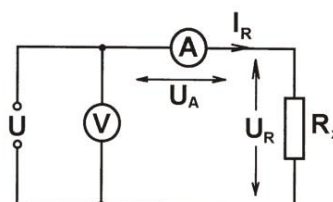
Změříme U_R , I_R a odpor R_x určíme z Ohmova zákona.

Vyloučení soustavné chyby měření – v úvahu bereme vnitřní odpory měřidel.

Zapojení podle obrázku a



a)



b)

Voltmetr V měří napětí U_R přímo na rezistoru R_x avšak ampérmetr měří celkový proud I rezistorem a voltmetrem.

Proud voltmetrem podle Ohmova zákona

$$I_R = I - \frac{U_R}{R_V}.$$

Měřený odpor

$$R_x = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U_R}{I - \frac{U_R}{R_V}}. \quad (2.57)$$

Pro $I_V \ll I_R$

$$R_x = \frac{U_R}{I}.$$

Zapojení je vhodné pro $R_x \ll R_V$.

Zapojení podle obrázku b

Ampérmetrem měříme proud I_R procházející měřeným rezistorem, avšak voltmetr V měří celkové napětí U na sériové kombinaci odporu ampérmetru a měřeného odporu.

Napětí na měřeném rezistoru je $U_R = U - R_A I_R$,

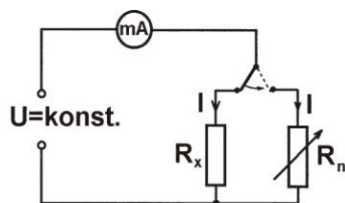
hodnotu odporu měřeného rezistorem vypočteme z Ohmova zákona

$$R_x = \frac{U_R}{I_R} = \frac{U - R_A I_R}{I_R}. \quad (2.58)$$

Pro napětí $U_A \ll U_R$ můžeme člen $R_A I_R$ zanedbat.

Zapojení je vhodné pro $R_A \ll R_x$.

b) Substituční metoda měření odporů



Vychází z podmínky:

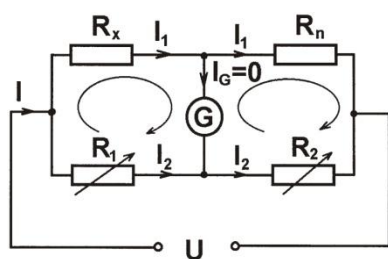
Dvěma rezistory prochází stejný proud I při stejném napětí U na rezistorech v případě, že odpory obou rezistorů jsou stejné, viz zapojení na obrázku.

- Při konstantním napětí změříme I měřeným rezistorem R_x .

- Přepnutí přepínače P do polohy odpovídající zařazenému R_n (odporová dekáda).
- Vyhledání takové hodnoty R_n až obvodem prochází stejný proud I jako v případě R_x

$$R_x = R_n.$$

c) Můstková metoda (Wheatstoneův můstek), obrázek



Pokud prochází galvanoměrem proud $I_G \neq 0$ – **nevyvážený můstek**.

Dosažením rovnováhy změnou odporů R_1 nebo R_2 , tedy $I_G = 0$ – **vyvážený můstek**

Podle II. Kirchhoffova zákona platí pro vyznačené uzavřené smyčky:

$$I_1 R_x - I_2 R_1 = 0 \text{ tedy } I_1 R_x = I_2 R_1,$$

$$I_1 R_n - I_2 R_2 = 0 \text{ tedy } I_1 R_n = I_2 R_2.$$

vydělením obou rovnic

$$R_x = R_n \frac{R_1}{R_2}. \quad (2.59)$$

Odpory 1 a 2 můžeme nahradit odporovým drátem s posuvným kontaktem.

Potom

$$R_x = R_n \frac{l_1}{l_2}.$$

Můstkové metody jsou přesné a používají se i pro měření kapacit a indukčností v obvodech střídavého proudu.

3. Měření výkonu

Pomocí voltmetru a ampérmetru $P = UI$.

Wattmetr pro přímá měření (dvě cívky: proudová a napěťová, které se ovlivňují svými magnetickými poli).

Poznámka: proudová cívka se zapojuje sériově a napěťová paralelně do obvodu.

4. Regulace napětí a proudu

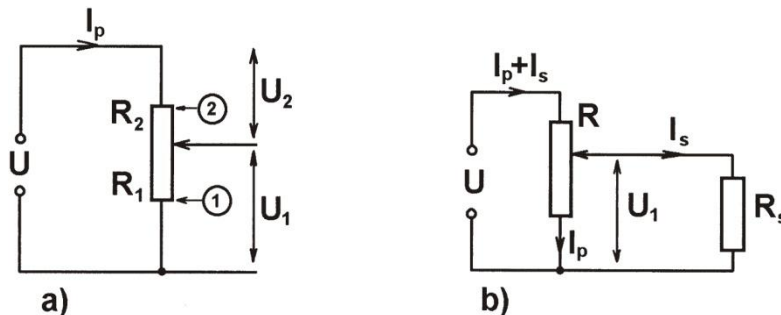
v případě zdroje konstantního napětí používáme pro regulaci proudu a napětí **posuvných válcových rezistorů**. (odporová drát navinutý na keramickém válci – dvě stejně označené svorky)

Jezdec – posuvný kontakt vyvedený na třetí, odlišně označenou svorku.

Na štítku je uvedena:

- hodnota celkového odporu R ,
- hodnota maximálního přípustného proudu I_{\max} .

a) **Dělič napětí (potenciometr)**, obrázek



Napětí zdroje se rozdělí v poměru odporu jednotlivých částí

$$U_1 + U_2 = U \text{ a } \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Do polohy "1", kde $U_1 = 0$ umísťujeme jezdcu pŕed začátkem mĕření.

V poloze "2" je $U_1 = U$.

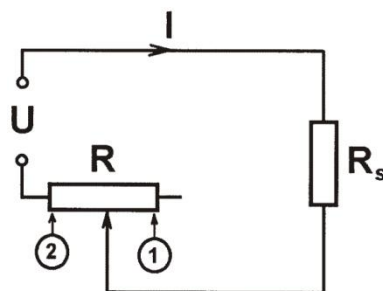
Na obr. b) je zatížený dělič napětí spotřebičem o odporu R_s . V tomto případě prochází spotřebičem proud $I_s = \frac{U_1}{R_s}$ a horní částí děliče proud $I = I_p + I_s = \frac{U}{R} + \frac{U_1}{R_s}$.

Celkový proud I musí být menší (maxim. roven) maximálnímu proudu I_{\max} .

Poznámka: Pro $R_s \ll R$ je regulace napětí na spotřebiči výrazně nelineární.

b) Reostat

Změna proudu v obvodu při konstantním napětí změnou odporu obvodu, viz obrázek.



V poloze "1" (celý odpor R) prochází obvodem **nejmenší proud** I_1

Celkový odpor obvodu

$$R + R_s$$

a proud

$$I_1 = \frac{U}{R + R_s}.$$

Posunem jezdcu směrem k poloze "2" proud zvyšujeme.

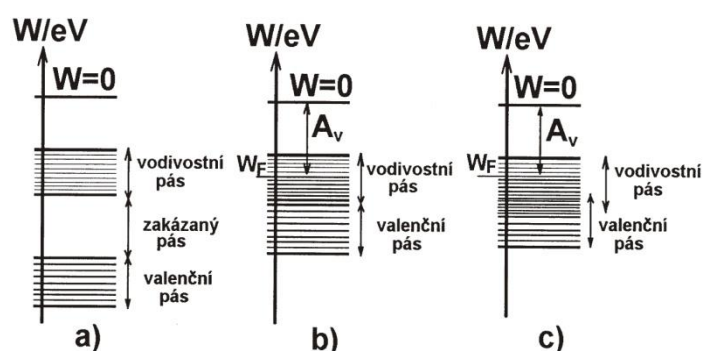
největší hodnota proudu I_2 pro úplně vyřazený posuvný válcový rezistor

$$I_2 = \frac{U}{R_s}.$$

2.5 TERMOELEKTRICKÉ JEVY

1. Pásový model pevných látek. Výstupní práce elektronu z kovu

- Elektrony v látce se nachází v poli kladných jader atomů.
- Elektrony $-e$ mají v tomto poli zápornou potenciální energii $W_p = -e\phi$.
- $W_k < W_p$ tedy jejich celková energie je záporná.
- Elektrony (fermiony) jsou částice se spinem $1/2$ a tedy jejich energie je *kvantovaná* (v osamoceném atomu tvoří diskrétní energetické hladiny).
- V pevné látce (interakce více atomů) se tyto hladiny rozpadají do *pásů* (velký počet velmi blízkých hladin energie), viz obrázek.



Elektrony ve valenční slupce atomů jsou v elektrickém poli o větším potenciálu (mají tedy potenciální energii nižší než volné elektrony, které se v krystalové mřížce pohybují a způsobují *vodivost látky*).

Pásový diagram dielektrik a polovodičů, obrázek a.

Energie *elektronvolt*, $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Valenční pás – vyjadřuje povolené hodnoty energie valenčních elektronů v atomech látky.

Volný elektron \Rightarrow přechod z valenčního pásu přes *zakázaný pás* (nutná dostatečná energie) do *vodivostního pásu*.

Šířka zakázaného pásu:

- U *dielektrik* velmi široká (více než 3 eV) \Rightarrow neobsazené hladiny ve vodivostním pásu a tedy *látka nevede elektrický proud*.
- U *polovodičů* šířka kolem 1 eV \Rightarrow za pokojové teploty jistá část elektronů z valenčního pásu přechází do vodivostního a způsobuje *částečnou vodivost látky*.

Pásový diagram u kovů, obrázek b, c.

vodivostní pás navazuje (překrývá se) s valenčním pásem \Rightarrow vodivost kovů je velmi dobrá.

Způsob obsazení hladin závisí na teplotě látky. U kovů při teplotách blízkých 0 K se nejvyšší obsazená hladina ve vodivostním pásu označuje W_F – *Fermiho energie*.

Poznámka: u izolantů a polovodičů prochází hladina Fermiho energie W_F středem zakázaného pásu.

Vně kovu je $\phi = 0$ a tedy i $W_p = 0$.

Výstupní práce A_v energie potřebná pro uvolnění volného elektronu ze systému hladin. (A_v je dáno rozdílem energií mezi hladinou $W = 0$ a hladinou Fermiho energie $W = W_F$.)

Různé kovy mají různé hodnoty výstupní práce elektronů z kovů \Rightarrow při dotyku těchto kovů vzniká **kontaktní potenciál**.

2. Kontaktní rozdíl potenciálů

Elektrony přecházejí z kovu o menší A_v do kovu s větší $A_v \Rightarrow$ kov s menší A_v se **nabíjí kladně** a kov s větší A_v se **nabíjí záporně**.

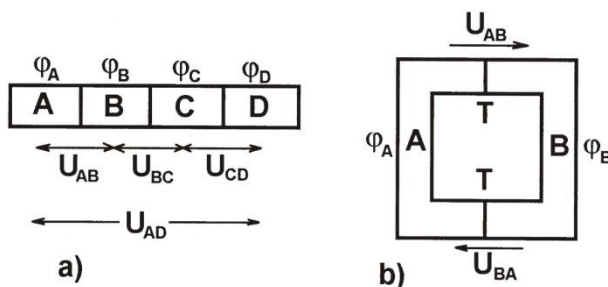
Rozdíl jejich potenciálů se nazývá **kontaktní rozdíl potenciálů (kontaktní napětí)**.

Koncem 18. stol. A. Volta experimentálně sestavil následující řadu kovů:

+ Al, Zn, Sn, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd –.

Každý kov v řadě při dotyku s libovolným následujícím kovem se nabíjí kladně (čím je větší vzdálenost v této řadě, tím je větší kontaktní rozdíl potenciálů).

Uvažujme řadu kovů A, B, C a D (obrázek a).



Kovy se nabíjí na potenciály $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C, \varphi_D$ a jejich kontaktní napětí

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B, U_{BC} = \varphi_B - \varphi_C, U_{CD} = \varphi_C - \varphi_D.$$

Kontaktní napětí mezi prvním a posledním kovem je

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} = \varphi_A - \varphi_B + \varphi_B - \varphi_C + \varphi_C - \varphi_D = \varphi_A - \varphi_D.$$

KN závisí na materiálu prvního a posledního kovu v řadě a nezávisí na složení vnitřních kovů řady.

Uzavřený obvod, obrázek b.

Celkové kontaktní napětí U

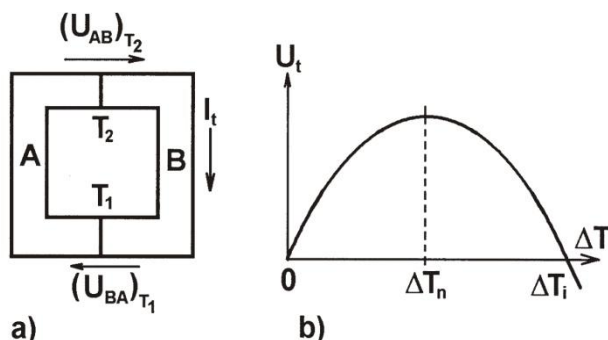
$$U = U_{AB} + U_{BA} = \varphi_A - \varphi_B + \varphi_B - \varphi_A = 0.$$

Součet všech kontaktních napětí v uzavřeném obvodu je roven nule v případě, že teplota T všech spojů je stejná.

1) Seebeckův jev

Velikost kontaktního rozdílu potenciálů závisí na teplotě.

V obvodu z kovů A a B na obrázek a je jeden konec udržován na teplotě T_1 a druhý na teplotě $T_2 > T_1$.



$|(U_{AB})_{T_2}| \neq |(U_{BA})_{T_1}| \Rightarrow$ obvodem bude procházet **termoelektrický proud** (objevil Seebeck r. 1821).

Termoelektrický proud v uzavřeném obvodu je způsoben **termoelektrickým napětím** U_t (důsledkem rozdílných teplot spojů – velikost závisí na materiálu a na ΔT mezi spoji).

Přibližně platí

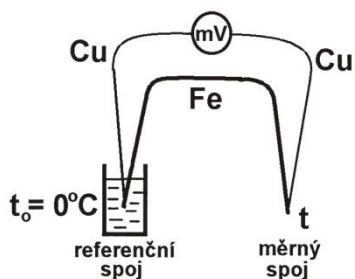
$$U_t = (a_A - a_B)\Delta T + \frac{1}{2}(b_A - b_B)(\Delta T)^2. \quad (2.60)$$

Koeficienty a_A, a_B, b_A, b_B – Seebeckovy koeficienty kovu A a kovu B.

Grafem této závislosti je parabola znázorněná na obrázku b, **neutrální teplotní rozdíl** ΔT_n odpovídá vrcholu paraboly, kde U_t dosahuje maximum, ale je málo závislé na změnách teploty.

Při **inverzním teplotním rozdílu** ΔT_i je U_t rovno nule.

Dalším zvýšením rozdílu teplot se dosáhne změny polarity U_t .

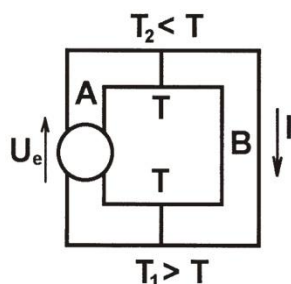


Termočlánek – zařízení pro regulační účely nebo k měření teploty (známe-li průběh závislosti U_t na ΔT , můžeme stanovit teplotu). V praxi se termočlánek realizuje třemi dráty (krajní jsou ze stejného materiálu), obrázek

Referenční spoj se udržuje na konstantní teplotě 0°C (směs vody a ledu)

Měrný spoj je v tepelném kontaktu s předmětem, jehož teplotu zjišťujeme.

2) Peltierův jev



Jedná se inverzní Seebeckův jev objevený J. Peltierem r. 1834.

Zařadíme-li do uzavřeného obvodu složeného ze dvou kovů zdroj EMN U_e , který v obvodu vyvolá proud I , začne se jeden spoj zahřívat a druhý ochlazovat, viz obrázek. (Vyvolá-li zdroj EMN proud stejného směru jako při Seebeckově jevu, začne se ochlazovat spoj, který měl při Seebeckově jevu vyšší teplotu).

Peltierovo teplo

$$Q_p = pIt.$$

Kontaktní napětí v jednom spoji elektrony urychluje (zahřívá se) v druhém brzdí (teplo se odnímá mřížce a spoj se ochlazuje).

Peltierovy baterie – spojení kovu s polovodičem.

Ochlazované spoje jsou na jedné straně a zahříváné na druhé (chladí se).

Lze dosáhnout snížení až o 20 °C od okolní teploty.

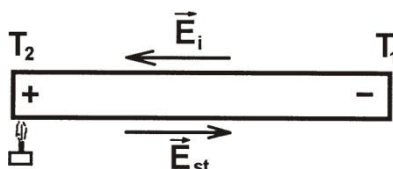
Peltierova baterie se napájí velkým proudem (až 20 A) při malém napětí napájecího zdroje.

3) Thomsonův jev

W. Thomson r. 1851 zjistil, že při vyvolání teplotního spádu na vodiči jednoho druhu vznikne na koncích nepatrné termoelektrické napětí (nemá praktický význam).

Elektrické pole ve vodiči \vec{E}_{st} směřuje od teplejšího konce ke studenějšímu.

Intenzita vtištěných sil \vec{E}_i vyvolaná teplotním spádem a způsobující přemístění elektronů má směr opačný (obrázek).



$$\vec{E}_i = \mathcal{G} \text{grad } T = \mathcal{G} \frac{dT}{dl},$$

kde \mathcal{G} je Thomsonův koeficient (kladný nebo záporný, pro olovo nulový).

Thomsonovo termoelektrické napětí

$$U_T = \int_l \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \int_l \mathcal{G} \frac{dT}{dl} dl = \int_{T_1}^{T_2} \mathcal{G} dT = \mathcal{G}(T_2 - T_1).$$

Historie

Michael Faraday v r. 1833 zákony elektrolýzy významně přispěl k rozvoji elektrochemie. Faradayovy zákony elektrolýzy patří k nejpřesnějším fyzikálním zákonům a umožňují přesně měřit elektrický náboj a proud. Faraday zavedl terminologii jako elektroda, katoda, anoda, elektrolyt, vodiče první třídy (kovy) a druhé třídy (elektrolyty).



Michael Faraday

2.6 VEDENÍ ELEKTRICKÉHO PROUDU V POLOVODIČÍCH

Měrný elektrický odpor polovodičů $10^{-6} \Omega \cdot \text{m} - 10^8 \Omega \cdot \text{m}$

Silná závislost vodivosti polovodičů na:

- teplotě,
- osvětlení,
- čistotě látky,
- jiných fyzikálních faktorech.

Do skupiny polovodičů patří řada *anorganických a organických látek*.

Největší praktické využití mají Se, PbS, CuO, Ge, Si, GaAs, CdTe atd.

Teorie polovodičů pro Si (Ge)

Dva mechanismy vodivosti: *vlastní vodivost a nevlastní vodivost*.

1. Vlastní polovodiče

Vlastní vodivostí se vyznačují všechny polovodiče.

Nevlastní vodivost existuje jen u *příměsových polovodičů*.

- Vlastní polovodič se při 0 K podobá izolantu (prázdný vodivostní pás).
- Při vyšších teplotách dochází k tepelné excitaci některých atomů polovodiče (elektrony přejdou z valenčního do vodivostního pásu).

Elektron musí z excitace (tepelné nebo jiné) získat energii potřebnou k překonání šířky zakázaného pásu energií (Ge – 0,72 eV, Si – 1,12 eV).

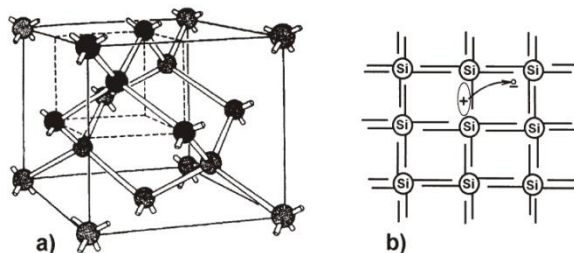
- Počet uvolněných elektronů rychle roste s rostoucí teplotou \Rightarrow měrný elektrický odpor s rostoucí teplotou rychle klesá.

Díra – neobsazené místo po elektronu ve valenčním pásu (přesouvá se v elektrickém poli jako kladný náboj).

Ve vlastním polovodiči jsou nosiči proudu elektrony a díry (vznikají v párech).

Ge a Si – prvky ve 4. sloupci Mendělejevova periodického systému \Rightarrow čtyřmocné prvky (krystalizují v diamantové mřížce – obrázek a).

Kolem každého atomu jsou v prostoru symetricky rozmístěné čtyři atomy (obrázek b), se kterým je středový atom vázán kovalentní vazbou.



2. Nevlastní polovodiče

Nevlastní vodivost – zabudováním jiných atomů s odlišným počtem valenčních elektronů do krystalové mřížky.

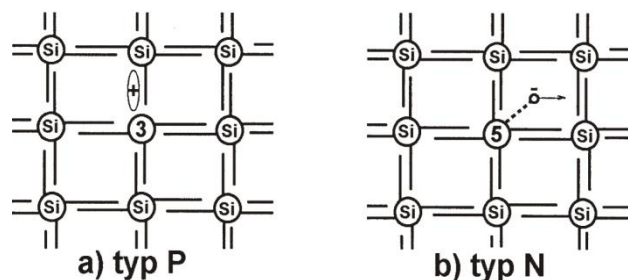
Zabudování 3 mocného atomu (Al, B, In) do krystalové mřížky se 4 mocnými atomy (Si) \Rightarrow vznik díry – **akceptor**. (obrázek)

Polovodič typu P – v polovodiči dotovaném 3 mocnými atomy převládá **děrová vodivost**.

Nahrazením atomu Si 5 mocným atomem (As, P) \Rightarrow vznik volného elektronu (vazební energie jen 0,05 eV) – **donor**.

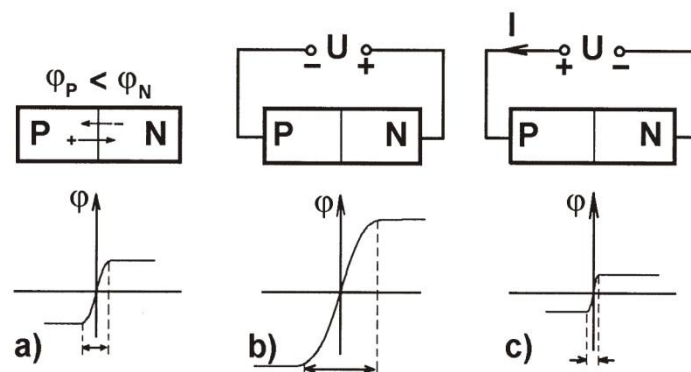
Polovodič typu N – polovodič s převládající elektronovou vodivostí.

Majoritní (ve většině) **a minoritní** (menšinoví nositelé proudu opačného znaménka).



3. Jevy na přechodu PN

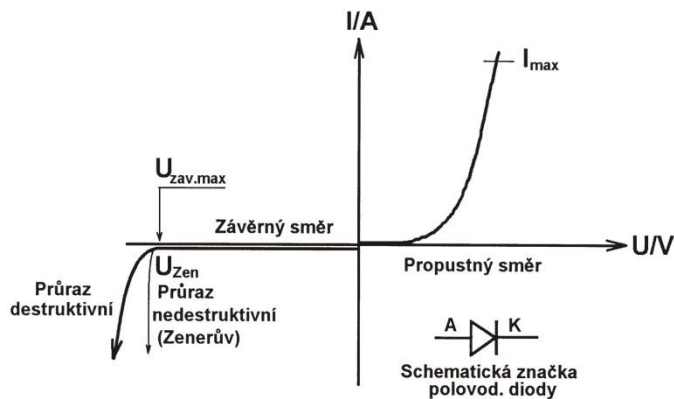
- Elektrony přecházejí z míst o velké koncentraci do míst o nižší koncentraci, tedy z polovodiče N do polovodiče P, díry difundují z polovodiče P do polovodiče N ($\varphi_P < \varphi_N$) – na přechodu vznikne potenciálová překrada, viz obrázek a).



Přivedení napětí na přechod PN

- **záporný** pól k polovodiči **P**, **kladný** pól k polovodiči **N** (obrázek b), majoritní nositelé budou odpuzováni od přechodu \Rightarrow šířka potenciálové bariéry se rozšíří vlivem napětí U – **zapojení v závěrném směru**,
- **kladný** pól zdroje k **P** polovodiči, **záporný** pól k **N** polovodiči (obrázek c), potenciálová bariéra se sníží a zúží (majoritní nositelé jsou odpuzováni směrem k přechodu PN) – **zapojení přechodu v propustném směru**.
- Přechod PN má nesouměrnou vodivost – záleží na polaritě připojeného zdroje napětí (základ polovodičových diod).

4. Polovodičové diody



V-A charakteristika, obrázek.

V *propustném směru* – proud prochází po překonání potenciálové bariéry (Ge dioda 0,2 V až 0,3 V, Si dioda 0,65 V).

Pro každý typ diody výrobce udává I_{max} v propustném směru (jinak přehřátí a zničení).

V *závěrném směru* – malý **závěrný proud** tvořený minoritními nosiči. Překročením $U_{zav.max}$ dojde k lavinovitému narůstání proudu (destruktivní průraz).

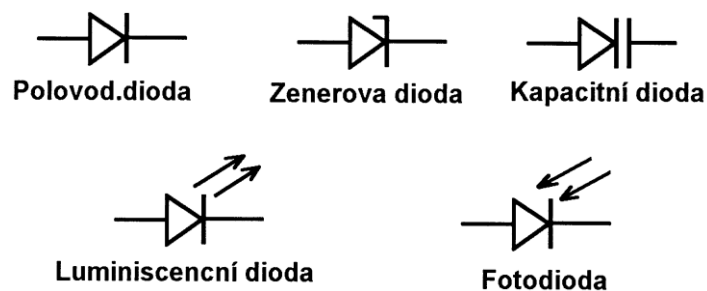
Zenerova dioda

speciálně zkonstruovaná dioda s malou šířkou přechodu PN a nedestruktivním průrazem v závěrném směru (po snížení napětí se přechod vrátí do původního stavu) \Rightarrow **stabilizace napětí**.

Využití diod:

- *Usměrňování střídavých proudů* – využití nesymetrické vodivosti polovodičových diod.
- *plošné diody* – usměrnění větších proudů technických frekvencí (velká kapacita přechodu),
- *hrotové diody* – usměrnění malých proudů (malá kapacita přechodu),
- *kapacitní diody (varikapy)* – velikostí závěrného napětí lze řídit šířku přechodu (kapacitu přechodu). Pracuje jako proměnný kondenzátor řízený napětím,
- *luminiscenční diody* – pro indikační a signalizační účely (napětí vyvolá na přechodu emisi světla),
- *fotodiody* – světlo dopadající na přechod vyvolá zvětšení napětí na přechodu PN.

Schematické značky jednotlivých typů polovodičových diod, obrázek



2.7 VEDENÍ ELEKTRICKÉHO PROUDU V ELEKTROLYTECH

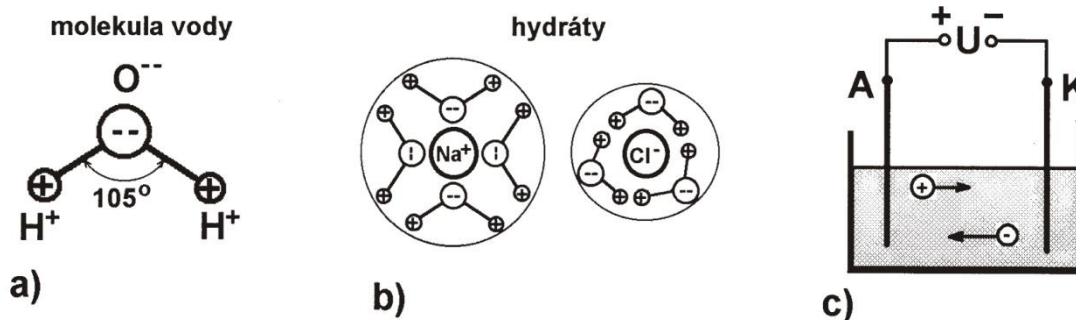
1. Elektrolyty. Elektrolytická disociace a rekombinace

Elektrolyty – roztoky vedoucí elektrický proud – *vodiče II. třídy*,

Schopnost rozpouštědel vytvářet vodivé roztoky závisí na ε_r (větší $\varepsilon_r \Rightarrow$ větší schopnost. H_2O má $\varepsilon_r = 80$),

Elektrolytická disociace – rozštěpení části molekul na kladné a záporné ionty vlivem působení molekul rozpouštědla.

- rozpouštění heteropolárních látek (dva ionty opačných znamének),
- nenulový elektrický dipólový moment molekul rozpouštědla – molekula $+\text{H}_2\text{O}-$ (obrázek a).



Solváty – ionty rozpuštěné látky obklopené molekulami rozpouštědla.

Hydráty – totéž ve vodných roztocích (obrázek b).

V elektrickém prostředí se útvary pohybují jako celek (překonávají odpor prostředí).

Rekombinace iontů – spojování kladných a záporných iontů na neutrální molekuly.

Pro n_0 molekul rozpuštěné látky v 1 m^3 elektrolytu a n disociovaných molekul v 1 m^3

stupeň disociace

$$\alpha = \frac{n}{n_0} \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (2.61)$$

počet disociovaných molekul n a nedisociovaných molekul n'

$$n = n_0 \alpha, \quad n' = n_0 - n = n_0 (1 - \alpha), \quad (2.62)$$

$$n_+ = n_- = n,$$

počet disociujících molekul Δn_d za 1 s v 1 m^3 je úměrný počtu dosud nedisociovaných molekul n'

$$\Delta n_d = k_d n_0 (1 - \alpha), \quad (2.63)$$

počet rekombinujících molekul Δn_r za 1 s v 1 m^3 je úměrný jak počtu $+$, tak $-$ iontů (n^2)

$$\Delta n_r = k_r n_0^2 \alpha^2, \quad (2.64)$$

dynamická rovnováha mezi disociací a rekombinací $\Delta n_d = \Delta n_r$

$$k_d n_0 (1 - \alpha) = k_r n_0^2 \alpha^2,$$

po úpravě

$$\frac{1 - \alpha}{\alpha^2} = \frac{k_r}{k_d} n_0 = \text{konst. } n_0. \quad (2.65)$$

Je-li roztok koncentrovaný n_0 je velké a proto i výraz na levé straně musí být velký ($\alpha \ll 1$).

V silně koncentrovaných roztocích je nízký stupeň disociace.

V slabě koncentrovaných roztocích jsou téměř všechny molekuly rozpuštěné látky disociovány.

Koncentraci roztoků vyjadřujeme jako:

- ***hmotnostní koncentraci*** ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\text{g} \cdot \text{l}^{-1}$),
- ***molární koncentrace*** ($\text{mol} \cdot \text{m}^{-3}$, mol/l).

Voda je slabě disociována (obsahuje H^+ OH^-), koncentrace vodíkových iontů $[\text{H}^+] = 10^{-7}$

pH roztoku:

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+], \quad (2.66)$$

U *neutrálních roztoků* (např. voda) $\text{pH} = 7$, *zásadité roztoky* $\text{pH} > 7$, *kyselé roztoky* $\text{pH} < 7$.

2. Vedení elektrického proudu v elektrolytu

Katoda (záporná elektroda) a ***anoda*** (kladná elektroda) v elektrolytu \Rightarrow pole \vec{E}_{st} viz obrázek c.

Náboj iontů: $\pm q_0 = \pm ze$,

z – mocenství iontu.

Elektrické síly $\vec{F}_e = \pm ze \vec{E}_{\text{st}}$ způsobí pohyb iontů – ***záporné ionty (anionty), kladné ionty (kationty)***.

Proti pohybu iontů-solvátů působí síly odporu prostředí \vec{F}_t (přímo úměrně rychlosti iontů)

Ustálený stav – síly odporu prostředí

$$\vec{F}_{t+} = -k_+ \vec{v}_{p+}, \quad \vec{F}_{t-} = -k_- \vec{v}_{p-}.$$

Ustálený stav

$$\vec{F}_{e+} + \vec{F}_{t+} = 0, \quad \vec{F}_{e-} + \vec{F}_{t-} = 0.$$

Po dosazení

$$ze \vec{E}_{\text{st}} - k_+ \vec{v}_{p+} = 0,$$

$$-ze\vec{E}_{st} - k_-\vec{v}_{p-} = 0.$$

Odtud průměrné rychlosti pohybu kladných a záporných iontů:

$$\vec{v}_{p+} = \frac{ze}{k_+} \vec{E}_{st} = u_+ \vec{E}_{st},$$

$$\vec{v}_{p-} = -\frac{ze}{k_-} \vec{E}_{st} = -u_- \vec{E}_{st},$$

kde u_+ a u_- jsou pohyblivosti iontů.

Hustota proudu v elektrolytu

$$\vec{J} = \vec{J}_+ + \vec{J}_- = n_0 \alpha z e (u_+ + u_-) \vec{E}_{st} = \gamma \vec{E}_{st}, \quad (2.67)$$

tj. Ohmův zákon v diferenciálním tvaru pro elektrolyty.

3. Elektrolýza

Pohyby iontů k elektrodám.

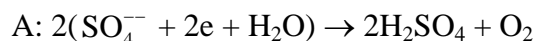
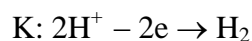
Neutralizace iontů – předání náboje elektrodám,

Elektrolýza – vyloučení iontů na elektrodách, chemická reakce s materiálem elektrod, reakce s elektrolytem ...

Průchod elektrického proudu v elektrolytu je zprostředkován anionty a kationty.

Příklad 1: Vodný roztok kyseliny sírové H_2SO_4 a Pt elektrody,
disociace SO_4^{--} (anionty) a H^+ (kationty),

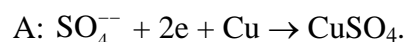
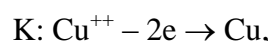
Po připojení na napětí: kationty se neutralizují na katodě,
anionty na anodě (chemicky reagují s vodou, s Pt nemohou).



Na katodě se vylučuje vodík, na anodě kyslík (v elektrolytu ubývá molekul vody) \Rightarrow elektrolytický rozklad vody.

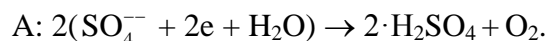
Příklad 2: vodný roztok modré skalice ($CuSO_4$), (A – Cu, K – C)
disociace Cu^{++} a SO_4^{--} .

Po připojení napětí: Cu^{++} se neutralizují na katodě (vyloučí se jako atomy mědi),
 SO_4^{--} reagují s anodou (molekula $CuSO_4$).



Měď ubývá na anodě a počet molekul modré skalice a ani molekul vody se nemění.

Zaměníme-li Cu elektrodu za C nebo Pt elektrodu, ionty SO_4^{2-} nereagují s materiály elektrod, ale s vodou v okolí anody podle schématu



V elektrolytu ubývá mědi a přibývá molekul kyseliny sírové, jejíž molekuly disociují a dochází rovněž k elektrolytickému rozkladu vody.

4. Faradayovy zákony elektrolýzy

Uvažujme jednu elektrodu (katodu), na které se při elektrolýze za 1 s vyloučí p iontů látky.

Označme z mocenství iontu,
 ze náboj iontu,
 m_0 hmotnost iontu,
 M hmotnost vyloučené látky za dobu t ,
 I proud procházející elektrolytem.

Platí $M = pm_0t$,
 $I = zep$.

Vydělením obou rovnic a po úpravě pro M

$$M = \frac{m_0}{ze} It = AIt = AQ, \quad (2.68)$$

kde $Q = It$ je celkový náboj prošlý elektrolytem za čas t , A je **elektrochemický ekvivalent**

$$A = \frac{m_0}{ze}. \quad (2.69)$$

Jednotkou A je $\text{kg} \cdot \text{C}^{-1}$.

1. Faradayův zákon elektrolýzy – hmotnost vyloučené látky je přímo úměrná náboji, který prošel elektrolytem.

Jiné vyjádření A – rozšíření zlomku Avogadrovou konstantou ($N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

$$A = \frac{N_A m_0}{N_A ez} = \frac{M_m}{Fz}, \quad (2.70)$$

kde M_m je molární hmotnost, F je **Faradayova konstanta**

$$F = N_A e = 9,64867 \cdot 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}. \quad (2.71)$$

F vyjadřuje náboj, kterým by se vyloučil jeden mol jednomocné látky.

Vyjádření Faradayova zákona (2.68)

$$M = \frac{M_m}{Fz} It. \quad (2.72)$$

Projde-li dvěma elektrolyty při elektrolýze též náboj $Q = It$, pak podíl hmotností vyloučených látek je

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{M_{m1}}{Fz_1} Q}{\frac{M_{m2}}{Fz_2} Q} = \frac{\frac{M_{m1}}{z_1}}{\frac{M_{m2}}{z_2}} = \frac{B_1}{B_2}. \quad (2.73)$$

B_1 a B_2 jsou kilovaly (kilogramekvivalenty) příslušných látek.

2. Faradayův zákon – hmotnosti látek vyloučených týmž nábojem jsou v poměru jejich kilovalů.

5. Elektrodotový potenciál

Při transportu iontů mezi elektrodou a elektrolytem po čase nastane *dynamická rovnováha* – počet iontů přicházejících z elektrody do elektrolytu bude stejný jako počet iontů vracejících se zpět na elektrodu.

Elektroda se rozpouští – kationty katody přechází do elektrolytu – *elektroda se nabíjí záporně*. Pokud kationty přecházejí z elektrolytu na elektrodu – *elektroda se nabíjí kladně*,

Poznámka: mechanismus závisí na *chemickém složení elektrody, elektrolytu, rozdílem potenciálů*.

Elektrodotový potenciál – potenciál elektrody vzhledem k elektrolytu.

Standardní elektroda – (např. vodíková) vzhledem k této elektrodě měříme potenciály ostatních elektrod (standardní elektrodotové potenciály).

Skutečnost, že elektrody různých kovů mají různý elektrodotový potenciál, umožňuje konstrukci galvanických článků.

Tabulka 1: Standardní elektrodotové potenciály různých kovů

Elektroda	Standardní elektrodotový potenciál [V]	Elektroda	Standardní elektrodotový potenciál [V]
Li	-3,04	H	0,000
Al	-1,66	Cu	+0,34
Zn	-0,76	Ag	+0,80
Fe	-0,44	Hg	+0,80
Cd	-0,40	Au	+1,50
Ni	-0,25	Pt	+1,60
Pb	-0,12	O	+1,68

6. Polarizace elektrod

Nastane tehdy, když původně stejné elektrody (např. C) se stanou elektrodami z různých materiálů.

polarizační napětí – napětí naměřené mezi zpolarizovanými elektrodami.

Polarizační napětí při elektrolyze působí proti napětí přiloženého zdroje.

Aby elektrolytem procházel elektrický proud, musí být napětí připojeného zdroje větší než polarizační napětí mezi elektrodami.

- nepříznivý vliv u galvanických článků
- + záměrné vyvolání polarizace elektrod u akumulátorů

7. Galvanické články a akumulátory

18. století A. Volta – *Voltův galvanický článek*.

Anoda – Cu, katoda – Zn ve vodném roztoku H_2SO_4 – $U_e \approx 1,05 \text{ V}$.

Odběrem proudu dochází k polarizaci elektrod, anoda se pokryje bublinkami H_2 a na katodě je O_2 . Polarizační napětí klesne téměř na 0.

Danielův článek – potlačení polarizace elektrod (Cu je v CuSO_4 vodném roztoku, Zn je v ZnSO_4 vodném roztoku.) Elektrolyty jsou oddělené polopropustnou vrstvou propouštějící jen ionty SO_4^{--} .

Při zátěži Cu z elektrolytu na Cu anodu, Zn z elektrody do elektrolytu (složení elektrod se nemění).

Monočlánky a suché baterie – úpravou *Laclanchéova článku*, obrázek a

Kladnou elektrodu tvoří uhlíková tyčinka.

Zápornou elektrodu Zn nádobka, elektrolyt – vodný roztok salmiaku (NH_4Cl).

Zabránění polarizace elektrod – burel a tuha.

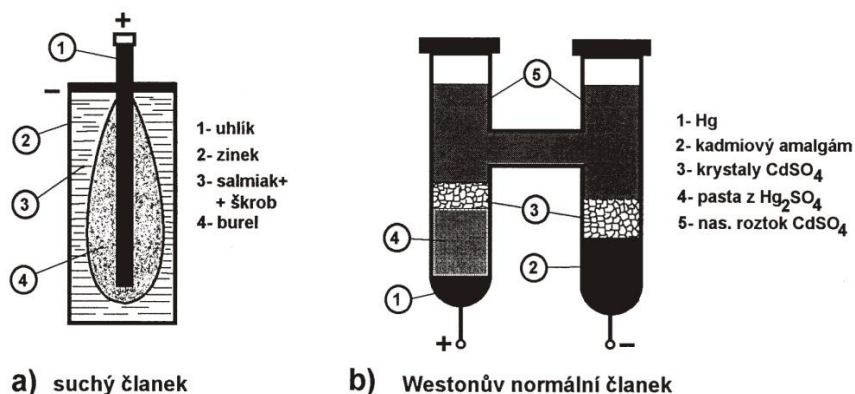
EMN článku = 1,5 V.

Plochá baterie – 3 články sériově = 4,5 V.

Westonův normální článek – $U_e = 1,017934 \text{ V}$ (obrázek b).

Článek je *neklopný* (nesmí se promíchat tekutiny)

Měří se s ním v bezproudovém stavu (max. zatížení proudem $I = 1 \mu\text{A}$)



Primární galvanické články – elektrochemické děje jsou v nich nevratné.

Sekundární galvanické články – akumulátory.

Akumulátor

využívají se v něm vratné elektrochemické děje, využívá se polarizace elektrod (záměrně se vytváří při nabíjení akumulátoru).

Olověný akumulátor

- Dvě soustavy Pb elektrod.
- Elektrolyt – H_2SO_4 (hustota $1,28 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$).
- Nabítí akumulátoru – (+ na +, – na –) předepsaným proudem (katoda se pokryje pórovitým Pb, anoda PbO_2).
- Současně dochází k rozkladu vody (vody ubývá, hustota elektrolytu roste $+0,2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$)
- U_e je asi 2 V (při poklesu pod 1,85 je třeba ji nabít).
- Pb akumulátor má velmi malý $R_i < 0,01 \Omega$ (může krátkodobě dodat do obvodu velký proud – startování automobilu).
- Při zkratu však může způsobit požár (roztavením vodičů).
- Účinnost Pb akumulátoru je asi 80 %.
- **Kapacita (náboj) akumulátoru** se udává v Ah (jak dlouho můžeme odebírat proud 1 A).

Alkalický oceloniklový akumulátor (NiFe)

- K – Fe, A – Ni, elektrolyt – vodný roztok 21 % KOH + 5 % LiOH.
- $U_e = 1,3 \text{ V}$,
- při stejné hmotnosti má větší kapacitu,
- 10krát delší životnost,
- může po jistou dobu zůstat nenabitý,
- má velký R_i .

Další typy akumulátorů: NiCd, HgAg ...

2.8 VEDENÍ ELEKTRICKÉHO PROUDU V PLYNECH. VÝBOJ V PLYNECH

Výboj v plynu – označení pro průchod elektrického proudu plynem.

Za normálních podmínek jsou čisté plyny velmi dobrými izolanty (vzduch obsahuje v 1 cm³ jen 10³ iontů vznikajících vlivem radioaktivního a kosmického záření).

Ionizační činidla – umělé vytvoření nositelů proudu (zahřátím, působením UV záření, RTG záření, radioaktivního záření apod.).

Nesamostatné vedení proudu v plynu – vedení podmíněné působením vnějšího ionizačního činidla.

Samostatné vedení proudu – nositelé proudu vznikají v plynu vlivem procesů vyvolaných elektrickým polem.

1. Ionizace, rekombinace a neutralizace iontů

Na vedení proudu v plynu se podílí kladné a záporné ionty a volné elektrony.

Ionizační energie – energie W_i potřebná na odtržení elektronu z atomu nebo molekuly.

Ionizační energie se často vyjadřuje pomocí elementárního náboje e a *ionizačního potenciálu* φ_i

$$W_i = e\varphi_i, \text{ tedy } \varphi_i = \frac{W_i}{e}. \quad (2.74)$$

Kladně a záporně nabitě částice vznikají ve dvojicích (počet se rovná počtu ionizovaných atomů nebo molekul)

$$n_+ = n_- = n \quad (2.75)$$

n – počet ionizovaných molekul v 1 m³.

Tabulka 2. První ionizační potenciály některých plynů

Prvek	φ_i [V]	Prvek	φ_i [V]
H	13,6	Ne	21,56
He	24,56	Kr	14,0
O	13,62	Xe	12,13
Ar	15,76	Na	5,14

Rekombinace iontů – vytvoření neutrálního iontu nebo molekuly po setkání + a – iontu nebo + iontu a elektronu.

Předpokládejme, že za dobu dt ubude rekombinací v 1 m³ – dn párů iontů

$$-\frac{dn}{dt} = \gamma_r n_+ n_- = \gamma_r n^2, \quad (2.76)$$

koeficient rekombinace – konstanta úměrnosti γ .

Separací proměnných
$$-\frac{dn}{n^2} = \gamma_r dt,$$

integrací
$$\frac{1}{n} = \gamma_r t + C.$$

Integrační konstanta je určena z počáteční podmínky:

pro $t = 0$ je počet + a – iontů $n_0 \Rightarrow C = 1/n_0$

$$n = \frac{n_0}{1 + n_0 \gamma_r t}. \quad (2.77)$$

Rychlost úbytku iontů se zvyšuje s *časem* a závisí na *koeficientu rekombinace*, který závisí zejména na tlaku plynu (nízký tlak \Rightarrow prodloužení střední volné dráhy iontů \Rightarrow snížení pravděpodobnosti setkání).

Působením elektrického pole jsou ionty urychlovány elektrickým polem a zkracuje se tak doba interakce mezi ionty.

Rovnovážná koncentrace iontů: **Vzniká** Δn_i párů iontů v 1 m^3 za 1 sekundu, **zaniká rekombinací** $\gamma_r n^2$ párů iontů. Pro ustálený stav platí

$$\Delta n_i = \gamma_r n^2. \quad (2.78)$$

Rovnovážná koncentrace iontů (bez elektrického pole)

$$n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{\gamma_r}}. \quad (2.79)$$

Neutralizace iontů – úbytek iontů při výboji odevzdáním náboje iontů na elektrodách.

2. Nesamostatný výboj v plynu

Uvažujme 2 elektrody ve vzájemné vzdálenosti d o ploše desek S s přiloženým napětím U .

Úbytek Δn_j párů iontů vlivem neutralizace.

Na celé výbojové dráze mezi elektrodami ubude $\Delta n_j S d e$ párů iontů.

Proud I procházející plynem

$$I = \Delta n_j S d e,$$

odtud

$$\Delta n_j = \frac{I}{S d e} = \frac{J}{d e}. \quad (2.80)$$

V plynu nastává ionizace, rekombinace i neutralizace a pro ustálený stav platí

$$\Delta n_i = \Delta n_r + \Delta n_j,$$

po dosazení

$$\Delta n_i = \gamma_r n^2 + \frac{J}{ed}. \quad (2.81)$$

Zavedením *pohyblivosti iontů* u_+ a u_- vyjádříme hustotu proudu J podobně, jako u elektrolytů

$$\vec{J} = en(u_+ + u_-)\vec{E}. \quad (2.82)$$

a) Nesamostatný výboj v slabém elektrickém poli

Rychlost iontů je malá – rekombinace převažuje nad neutralizací (zanedbáme druhý člen v 2.81).

Ohmův zákon v diferenciálním tvaru

$$\vec{J} = e \sqrt{\frac{\Delta n_i}{\gamma_r}} (u_+ + u_-) \vec{E} = \gamma \vec{E}. \quad (2.83)$$

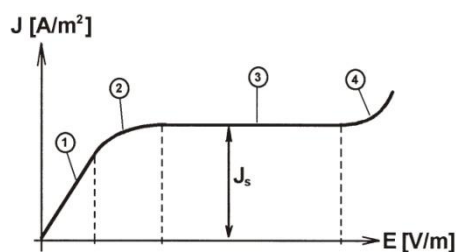
b) Nesamostatný výboj v silném elektrickém poli

Rychlost iontů je relativně velká – malá pravděpodobnost rekombinace (γ_r je malé). Zanedbáme první člen v 2.81:

$$J = \Delta n_i ed \quad (2.84)$$

Hustota nasyceného proudu J_S – největší hodnota hustoty proudu při daném působení ionizačního činidla.

Závislost hustoty proudu J na intenzitě elektrického pole E při působení daného ionizačního činidla (obrázek).



Oblast 1 – platnost Ohmova zákona,

Oblast 2 – s rostoucí intenzitou E přestává uplatňování rekombinace iontů,

Oblast 3 – oblast nasyceného proudu,

Oblast 4 – přechod v samostatný výboj – ionty v plynu vznikají působením elektrického pole.

3. Samostatný výboj. Ionizace nárazem

Ionizace nárazem – vznik iontů při srážce elektronů urychlených elektrickým polem s neutrálním atomem nebo molekulou.

Kinetická energie elektronu $W_k > W_i$, pokud $W_k < W_i$ dostane se atom do **vybuzeného stavu** o energiích $W_1, W_2, \dots < W_i$.

Krátká doba života – 10^{-8} s a následný přechod do základního stavu doprovázený vyzářením fotonu.

fotoionizace – foton UV ionizuje další molekulu plynu,
– foton viditelného záření = světelné efekty.

Při dostatečně velkém napětí mezi elektrodami přechází nesamostatný výboj v samostatný (lavinovitá tvorba elektronů).

Rovinou ve vzdálenosti x projde za 1 sekundu N elektronů ($x + dx \Rightarrow N + dN$)

pro dN platí $dN = N\alpha dx$.

$\alpha - 1$. Townsendův koeficient

Po integraci

$$N = N_0 e^{\alpha x}. \quad (2.85)$$

Počet elektronů roste exponenciálně s rostoucím x .

Na anodu dopadne

$$N_a = N_0 e^{\alpha d}. \quad (2.86)$$

Plynem prochází proud

$$I = eN_a = eN_0 e^{\alpha d}.$$

Podmínka pro ustálený stav:

N_0 elektronů emitovaných z katody vytvoří na dráze k anodě za 1 sekundu $N_a - N_0$ nových kladných iontů přitahovaných katodou.

Pro udržení samostatného výboje musí za 1 sekundu vyvolat emisi N_0 nových elektronů z katody.

Podmínka udržení samostatného výboje:

$$\beta(N_a - N_0) = N_0,$$

dosazením za N_a

$$\beta(e^{\alpha d} - 1) = 1.$$

β koeficient počtu emitovaných elektronů k počtu dopadajících kladných iontů.

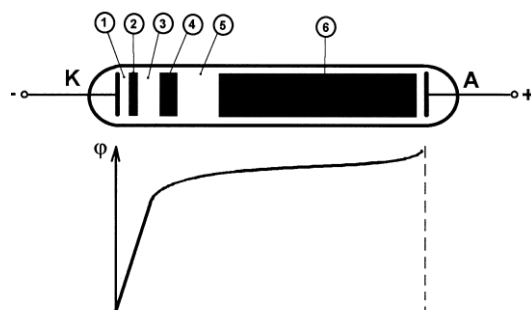
4. Doutnavý výboj

Nastává při nízkém tlaku a napětí řádově 1 000 V.

1 000 Pa – provazcový výboj mezi oběma elektrodami,

1 500 Pa – rozšíření na celý průřez trubice,

700 Pa – **doutnavý výboj** (obrázek).



Oblasti doutnavého výboje:

1. **Astonův tmavý prostor** – kinetická energie elektronů z katody nestačí na ionizaci ani na převedení atomů plynu do excitovaného stavu.

2. **Svítilící katodová vrstva** – kinetická energie elektronů z katody stačí na převedení atomů plynu do excitovaného stavu, ale nedostačuje na ionizaci.
3. **Crookesův tmavý prostor** – značné urychlení elektronů vysokým gradientem potenciálu
4. **Faradayův tmavý prostor**
5. **Anodový sloupec.**

Poznámka:

- Při malé vzdálenosti anody od katody (doutnavky) svítí jen katodová svítilící vrstva
- Ve výbojkách pro reklamní účely (velká vzdálenost) svítí anodový sloupec
- V zářivkách probíhá výboj ve směsi argonu a rtuťových par, emitované záření obsahuje UV složku, která budí luminiscenci luminoforu \Rightarrow bílé světlo

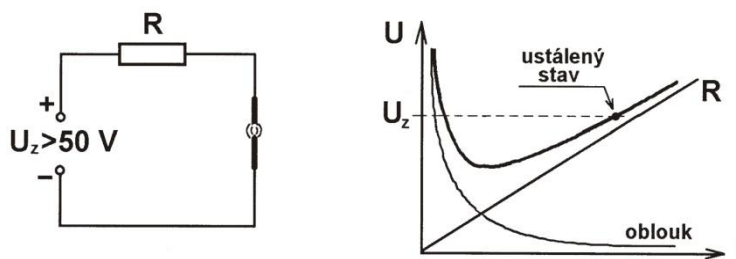
2) Obloukový výboj

Vzniká mezi C nebo kovovými elektrodami při napětí $U_z > 50$ V.

Vysoká teplota plazmatu mezi elektrodami – 6 000 K a více.

- Elektrický oblouk má záporný diferenciální odpor R_d (při zvyšování proudu klesá napětí a oblouk by se přerušil).
- Je nutné připojit stabilizační odpor $R > R_d$ (obrázek).
- K udržení stabilní formy obloukového výboje je nutný minimální proud 5 A až 10 A (pro svařování obloukem 100 A až 300 A).
- Obloukový výboj může probíhat za normálních atm. tlaků i za zředěného tlaku (několik 100 Pa) i za vysokého tlaku (do 10^8 Pa).

Použití: při svařování, dnes již zřídka k osvětlení.



5. Jiskrový výboj

Většinou k němu dochází ve vzduch za atm. tlaku (průraz vzduchové vrstvy po překročení **elektrické pevnosti** vzduchu $E_p = 3 \cdot 10^6$ V/m).

Průrazné napětí U_p – napětí mezi elektrodami při překročení elektrické pevnosti.

V přírodě je jiskrovým výbojem blesk (délka jiskry až 10 km, průřez výbojového kanálu 0,4 m, doba trvání 10^{-4} s a okamžitá hodnota proudu 10^5 A, napětí mezi místy, kde blesk vznikne až 10^8 V).

V silně nehomogenním elektrickém poli (v okolí hrotů) je intenzita řádově $3 \cdot 10^6$ V/m a vzniká **koronový výboj**.

2.9 ELEKTRICKÝ PROUD VE VAKUU

Vakuum:

- nízké ($10^5 \text{ Pa} - 10^2 \text{ Pa}$),
- střední ($10^2 \text{ Pa} - 10^{-1} \text{ Pa}$),
- vysoké ($10^{-1} \text{ Pa} - 10^{-6} \text{ Pa}$),
- ultravysoké (10^{-6} Pa a méně).

Vakuum je velmi dobrým izolantem (neobsahuje téměř žádné nabitě částice).

Průchod elektrického proudu vakuem je možný **emisí elektronů z kovů**.

Proud ve vakuu = **proud konvekční** (je ovlivňován jen elektrickými a magnetickými poli).

Výstupní práce A_v – energie nutná k uvolnění elektronu z kovu.

Druhy emise elektronů z kovu:

1. tepelná emise (termoemise),
2. fotoemise (vyvolaná absorpcí fotonu),
3. sekundární emise (vyvolaná dopadem rychlých elektronů nebo iontů),
4. autoemise neboli studená emise (vyvolaná silným elektrickým polem).

1. Tepelná emise elektronů a její využití

Katoda žhavená elektrickým proudem:

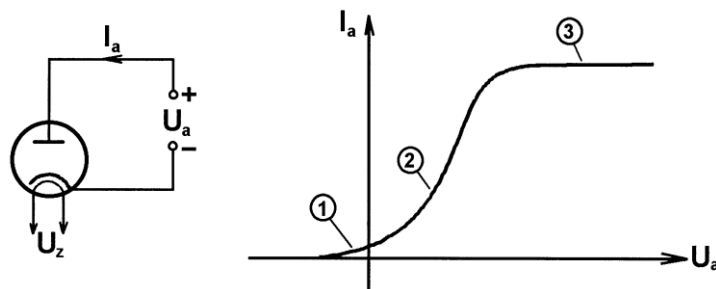
- přímo žhavená – W vlákno zahřáté procházejícím proudem a emitující elektrony,
- nepřímo žhavená – rozžhavené vlákno oddělené izolační vrstvou od válečku pokrytého oxidem baria, thoria nebo stroncia (snížení A_v).

Vakuová dioda

Při dostatečně vysokém žhavicím napětí U_z se kolem katody vytvoří **záporný prostorový náboj**. (Emisí elektronů se katoda nabíjí kladně a část elektronů je tak přitažena zpět na katodu).

Připojením anodového napětí U_a mezi katodu a anodu ($\varphi_a > \varphi_b$) jsou elektrony přitahovány k anodě a anodovým obvodem prochází proud I_a (obrázek a).

Závislost I_a na U_a vyjadřuje V-A charakteristika vakuové diody (obrázek b):



1. **Oblast náběhového proudu** – některé elektrony překonají (při malém anodovém napětí) záporný potenciál anody a proniknou na anodu.
2. **Oblast prostorového náboje** – elektrony jsou anodou přitahovány tím víc, čím je větší anodové napětí:

$$I_a = kU_a^{\frac{3}{2}} \quad (2.88)$$

3. **Oblast nasyceného proudu** – zvyšováním anodového napětí oblak elektronů kolem katody zanikne (vyčerpá se).

Zvýšení hodnoty nasyceného proudu lze dosáhnout zvětšením počtu emitovaných elektronů (zvětšením teploty katody).

Richardsonův–Dushmanův vztah (závislost J_s na T)

$$J_s = BT^2 e^{\frac{A_v}{kT}}, \quad (2.89)$$

kde B – emisní konstanta daného kovu,

k – Boltzmannova konstanta,

T – absolutní teplota katody.

B pro různé kovy v mezích $3 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^5 \text{ A} \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-2}$ (zjištěno experimentálně).

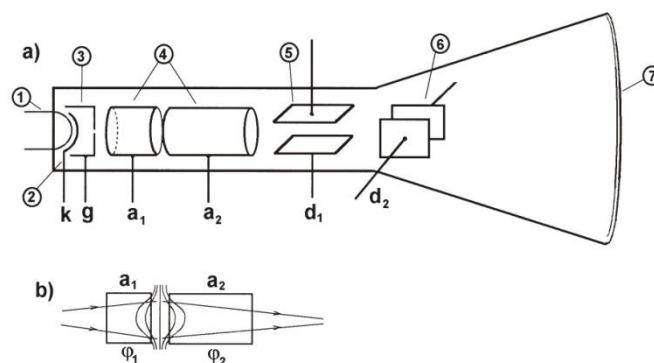
Trioda

Elektronka s třetí elektrodou (mřížkou).

Změnou potenciálu mřížky se mění anodový proud.

Dnes využití např. v obvodech vysílačů.

Termoemise se využívá stále v **obrazovkách, rentgenkách, elektronových mikroskopech ...**



Obrazovka osciloskopu s elektrostatickou fokusací a vychylováním (obrázek a). Dnes se používají převážně digitální osciloskopy s LCD displeji:

1. žhavicí vlákno,
2. katoda,
3. Wehneltův válec (jeho potenciálem se mění počet elektronů a tím jas stopy),
4. **elektrostatická čočka** (ovlivňování svazku elektronů potenciálem anod a_1 a a_2) ($\varphi_2 > \varphi_1$),
5. vertikálně vychylující destičky,

6. horizontálně vychylující destičky,
7. luminiscenční stínítko.

V starších typech televizních obrazovek se svazek vychyloval magnetickým polem.

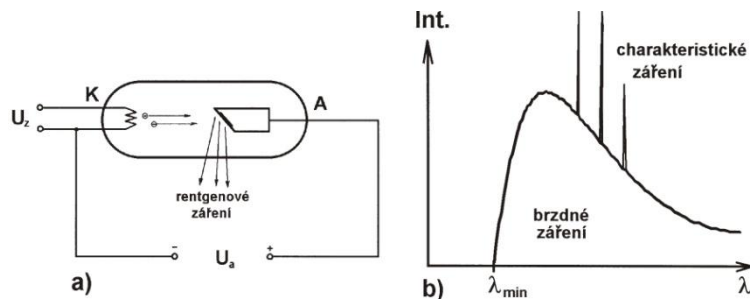
Rentgenka

Speciálně konstruované vakuové trubice s urychlovacím napětím větším jak 10 kV (obrázek a)

1895 objev rentgenového záření (paprsky X, X-ray) W. C. Röntgenem

Kinetická energie urychleného elektronu se zčásti přemění na anodě na energii rentgenového záření a zčásti na vnitřní energii anody (zvýšená teplota \Rightarrow nutnost chlazení).

Napětí mezi anodou a katodou je vysoké – 10^5 V.



Pro energii fotonů rtg. záření platí

$$W_f = hf = h \frac{c}{\lambda}, \quad (2.90)$$

kde $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ je Planckova konstanta,

f – frekvence záření,

c – rychlost světla,

λ – vlnová délka elektromagnetického záření.

Kinetická energie urychleného elektronu mezi anodou a katodou

$$W_e = \frac{1}{2}mv^2 = eU_a. \quad (2.91)$$

- Při prudkém zabrzdění elektronu se celá kinetická energie přemění v energii fotonu rentgenového záření ($W_f = W_e$).

Krátkovlnná mez rentgenového záření

$$h \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{hc}{eU_a}. \quad (2.92)$$

- Elektron je brzděn postupně \Rightarrow **brzděné rentgenové záření**, které má spojité spektrum končící u λ_{\min} .

- **Charakteristické záření** – čárové spektrum (závisí na materiálu anody).

Tvrdé rentgenové záření – rtg. záření o krátkých vlnových délkách (větší W).

Měkké rentgenové záření – rtg. záření o delších vlnových délkách (menší W).

"Tvrdość" záření se nastavuje napětím U_a mezi anodou a katodou.

Využití rtg. záření v lékařské diagnostice, průmyslové defektoskopii při hledání vad, stanovení struktury krystalických materiálů apod.

Elektronové mikroskopy – popis později (rovněž využití magnetického pole).

2. Fotoemise elektronů a její užití

Uvolnění elektronů z povrchu kovů účinkem dopadajícího elektromagnetického záření vhodné vlnové délky.

Teoretické zdůvodnění A. Einsteinem (Nobelova cena 1921).

Světlo má kvantovou povahu a šíří se v kvantech o energii $W_f = hf$ nazývaných **fotony**.

Einsteinova rovnice pro vnější fotoefekt

$$hf = A_v + \frac{1}{2}mv^2, \quad (2.93)$$

kde h je Planckova konstanta,

f kmitočet elektromagnetického záření (světla),

A_v výstupní práce,

m hmotnost elektronu,

v rychlost elektronu.

Mezní frekvence f_m – celá energie fotonu se spotřebuje na výstupní práci A_v (elektron má nulovou rychlost)

$$hf_m = A_v,$$

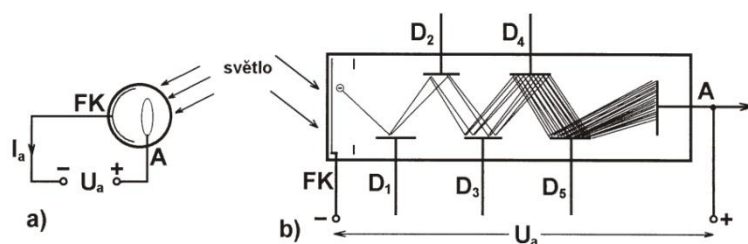
upravená fotoelektrická rovnice

$$hf = hf_m + \frac{1}{2}mv^2. \quad (2.94)$$

V případě, že f dopadajícího světla $< f_m$ fotoemise nenastane.

Vakuová fotonka

skládá se z fotokatody FK a anody A (obrázek a).



- *Fotonka pro viditelnou oblast* – FK tvoří vrstva s nízkou výstupní prací (Cs-Sb, CsO).
- *Fotonka pro UV oblast* má baňka okénko z křemenného skla a FK tvoří vrstvu s větší výstupní prací (Ni, Ag, W).

Fotonásobič (obrázek b)

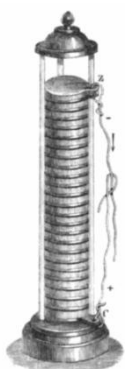
Optoelektronický prvek pro registraci slabých světelných toků.

Spojení vakuové fotonky s násobičem elektronů (činnost založena na **sekundární emisi**).

- Na čelním okénku je nanese na fotokatoda s malou výstupní prací.
- Elektrony jsou urychleny elektrickým polem na další elektrody – **dynody**.
- Dynody (počet 6 – 12) jsou pokryty látkou s malou výstupní prací \Rightarrow každý dopadající elektron vyrazí dalších 3 až 10 sekundárních elektronů.
- Postupným násobením počet elektronů roste až 10^8 -krát.
- Poslední elektroda – anoda zachycuje vynásobený svazek elektronů.

Fyzika, technika, příroda

Zajisté jste slyšeli o experimentech, které prováděl Luigi Galvani s žábami stehýnky a jeho teorii „živočišné elektriny“. Na jeho pokusy navázal Alessandro Volta, který zjistil, že podmínkou pro vznik napětí není živočišná tkáň, ale přítomnost dvou různých kovů, které jsou spojeny vodivým prostředím, např. vodou, roztokem soli. Volta sestrojil článek, poté také baterii. Ta byla tvořena mnoha zinkovými a měděnými plíšky (elektrody) oddělenými kousky kůže nasáklé slaným roztokem. Takto vznikl tzv. Voltův sloup. I nejnovější galvanické články pracují na stejném principu jako ty původní, mění se elektrody a elektrolyt.



Voltův sloup

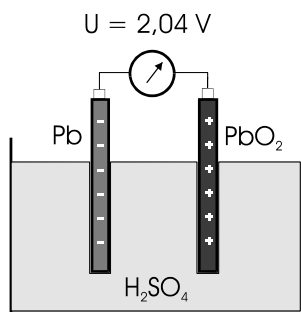


Dnešní běžné zdroje napětí

Zdroj napětí

článek	Kladná elektroda	Záporná elektroda	Elektrolyt	Napětí	Poznámka
Voltův	měď	zinek	kyselina sírová	1 V	první zdroj
Grenetův	uhlík (dichroman draselný)	zinek	kyselina sírová a dichroman draselný	1 V	
Suchý Leclanchéův	uhlík (burel)	zinek	salmiak	1,5 V	běžná baterie
Alkalický	uhlík (burel)	zinek	hydroxid draselný	1,5 V	lepší baterie
Zinko-stříbrný	stříbro	zinek	hydroxid draselný	2,2 V	kvalitní baterie
Lithiový	uhlík	lithium	bromid lithný v acetonitrilu	3,1 V	dobrá životnost

Akumulátory. Akumulátor je elektrochemický zdroj proudu. Pro jistotu si upřesněme, že u akumulátorů se vždy jedná o proud stejnosměrný. Základní vlastností akumulátoru, je shromažďování (kumulovat čili hromadit, odtud název akumulátor) elektrické energie. Na rozdíl od klasických monočlánků a suchých baterií, které se po vybití musí znehodnotit jako zvláštní odpad (ochrana životního prostředí), mohou být akumulátory používané opakovaně. Je možné je po vybití opět nabít. Jako nejznámější je olověný akumulátor, který používáme např. v automobilech. Z něj se odbírá elektrická energie pro startování, svícení a pohon všech elektrických prvků v automobilu. Jeho výhodou je, že se při jízdě „dobíjí“ pomocí alternátoru (jeho funkce bude popsána později).



Olověný akumulátor

Olověné akumulátory mají elektrody ponořeny do zředěné kyseliny sírové. Elektrolytu časem ubývá, a proto se musí dolévat destilovanou vodou do výše asi 1cm nad okraj desek (dnešní akumulátorové baterie pro automobily jsou dělány jako bezúdržbové, kdy voda se prakticky neodpařuje. Ustálená hodnota napětí má hodnotu $U = 2,1$ V. Největší nabíjecí i vybíjecí proud je uveden na štítku článku jeho výrobcem. Poněvadž vnitřní odpor akumulátoru je nepatrný (až několik tisícín ohmu), nesmějí se jeho svorky spojovat nakrátko, například kusem drátu. Vzniklý velmi silný proud by olověné elektrody zničil.

Měřítkem výkonnosti akumulátoru je kapacita akumulátoru. Udává se v ampérhodinách (Ah). Je to součin odebraného proudu v ampérech a času v hodinách, po který smí být proud odebíráán. Například 10 Ah teoreticky znamená, že z takového akumulátoru se dá odebírat proud 1 ampéru po dobu 10 hodin, proud 2 ampérů po dobu 5 hodin a tak dále. Nejvyšší dovolený proud je asi 5 ampérů, který podle toho můžeme odebírat asi 2 hodiny. Součin proudu a doby tvoří vždy hodnotu, která je udána jako kapacita akumulátoru.

Další typy akumulátorů: nikl – kadmiový (NiCd), nikl – metalhydridový (NiMH), lithiumiontový (Li-Ion), lithium – polymerový (Li – Pol)

Lithium – iontový akumulátor. V posledních letech se stále více používají v mobilních telefonech a v přenosných počítačích lithium iontové akumulátory. Tato technologie byla vyvinuta z primárních lithiových článků. Tyto akumulátory dávají napětí 3,6 V (oproti klasickým NiCd a NiMH akumulátorům –1,2 V) a při stejné velikosti je poměr jejich akumulované elektrické energie v porovnání s hmotností velmi příznivý.

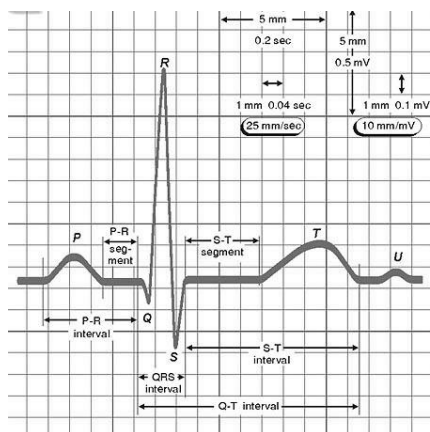


Galvanické pokovování

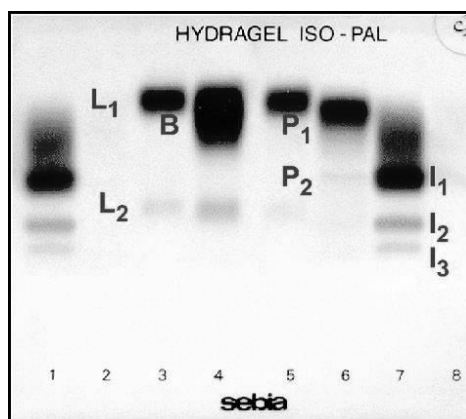
Uvedli jsme, že elektrický proud může být veden v roztocích, tzv. elektrolytech. Toho může být využito při tzv. elektrolytickém pokovování součástek (poniklování, postříbření, pozlacení apod.). Kvantitativně tyto procesy popisují 1. a 2. Faradayův zákon elektrolyzy.

Protože lidské tělo je prostorovým vodičem, jehož vodivost zajišťují roztoky fyziologických iontů ve vodě (elektrolyty), je možné zachytit na jeho povrchu, prostřednictvím elektrod, velmi malé proudy, které pomohou lékařům odhalit poruchy srdce (elektrokardiografie – EKG), činnosti mozku (elektroencefalografie – EEG) apod. Elektrický proud určitého druhu a velikosti

je možné využít ve fyzioterapii (rehabilitační medicína) rovněž k léčbě pohybového ústrojí při uvolnění namožených svalů. Tzv. „elektrošokem“ je možno „nastartovat“ srdce po úrazu elektrickým proudem (defibrilace). Tedy to, co zastavení srdce způsobí, je může opět vyléčit. Pohybu iontů v elektrickém poli lze využít např. pro dělení bílkovin přítomných v krevním séru, tzv. elektroforéza. Elektroforéza se provádí jako plošná nebo jako kapilární. Kapilární je rychlejší, protože lze použít vyššího napětí. Jako příklad použití kapilární elektroforézy lze uvést projekt HUGO (human genome), který přispěl k přečtení lidského genomu.



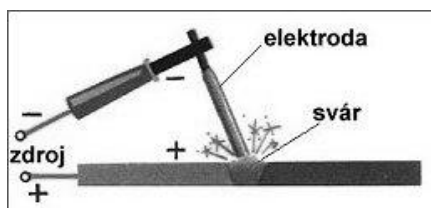
EKG záznam



Plošná elektroforéza

Uvedli jsme, že se elektrický proud šíří v plynech. Ve třídě se o tom můžeme přesvědčit pohledem ke stropu, kde jsou osvětlovací tělesa, tzv. výbojky. Tyto trubice jsou naplněny plynem, ve kterém vznikne elektrický výboj, který se udržuje a osvětluje místnost. Úsporné zářivky (žárovka v tomto případě je zavádějící pojem) nemají žhavený drátek, mají malé výbojové trubice s luminiscenční látkou. Elektrickou energií vybudíme plyn v trubici, který vyzářuje neviditelné záření v UV oblasti. Luminofor na vnitřní straně trubice je mění ve viditelné světlo. 15 wattová zářivka svítí stejně jako 75 wattová klasická žárovka. Úsporné zářivky mají dlouhou životnost až 8 000 hodin.

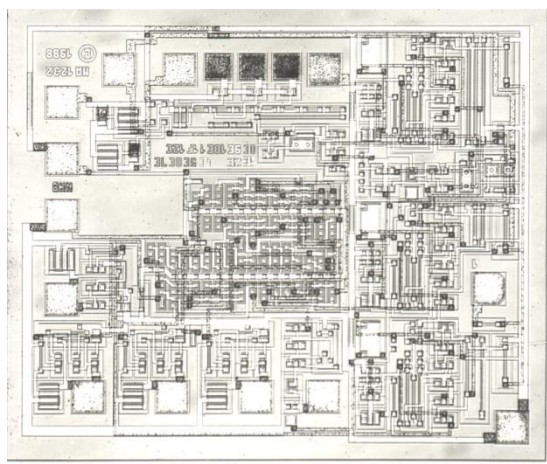
Již bylo uvedeno, že druhem velmi silného elektrického výboje, který však má velmi krátké trvání, je blesk. Malým bleskem je rovněž jiskra, která přeskóčí mezi naší rukou, když se dotkneme kovové kliky, nebo vznikne při přetahování svetry z umělých vláken přes hlavu. Večer lze vidět svítící nitky doprovázené praskáním. Tyto jiskřičky jsou rovněž určitým druhem elektrického proudu.



Svařování elektrickým obloukem

Elektrický oblouk je příkladem výboje mezi elektrodami na vzduchu nebo dokonce i pod vodou. Dává velmi intenzivní světlo. Proto byl na konci 19. století použit pro osvětlení, které nahradilo plynové lampy (objev Františka Křižíka). Provoz těchto obloukových lamp byl velmi neekonomický. Ještě dnes je možné najít obloukové lampy ve velkých filmových projektorech. Nejpoužívanější je však svařování elektrickým obloukem, kdy jedna elektroda představuje svařovaný materiál a druhá materiál spojovací, který spojí obě svařované součásti.

Při snaze miniaturizovat elektrotechnické součástky se vytváří součástky s vysokým stupněm integrace – integrované obvody. Integrovaný obvod znamená, že na velmi malé ploše jsou, díky zvládnutí technologie přípravy polovodičů, naneseny kombinace přechodů vytvářejících polovodičové diody, tranzistory a jiné součástky. Jediný tzv. mikročip může obsahovat takové množství součástek, které by v podobě dřívějších vakuových elektronek pokryly plochu několika fotbalových hřišť. Elektrotechnický návrh IO a struktura a detail struktury mikročipu z elektronového mikroskopu jsou patrné na obrázcích.



Elektrotechnický návrh IO



Povrch IO v SEM

Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“)

VYBERTE JEDNU SPRÁVNOU ODPOVĚĎ ZE ČTYŘ NABÍDNUTÝCH

1. Ve vlastním polovodiči:

- A) je hustota děr menší než hustota volných elektronů
- B) je hustota volných elektronů menší než hustota děr
- C) poměr mezi hustotami děr a volných elektronů závisí na příměsích
- D) je hustota děr rovna hustotě volných elektronů

2. Obrazové elektronky osciloskopu jsou založeny na principu:

- A) uvolňování elektronů tepelnou emisí z anody
- B) uvolňování elektronů z anody fotoemisí
- C) uvolňování elektronů tepelnou emisí z katody
- D) autoemisí z anody

3. Závislosti odporu polovodiče na teplotě se využívá k měření teploty pomocí:

- A) kovových odporových teploměrů
- B) termočlánků
- C) termistorů
- D) bimetalových teploměrů

4. Zánik páru volný elektron – díra v polovodiči se nazývá:

- A) excitace
- B) termoemise
- C) rekombinace
- D) disociace

5. Ve vlastním polovodiči:

- A) je děrová vodivost větší než elektronová
- B) poměr mezi hustotami děr a volných elektronů závisí na typu poruch krystalové mřížce
- C) je hustota děr rovna hustotě volných elektronů
- D) je hustota děr menší než hustota volných elektronů

6. Aby se plyn stal vodivým:

- A) musí být ionizován
- B) musí dojít k anihilaci iontů
- C) je podmínkou rekombinace iontů
- D) musí nastat disociace na ionty

7. V plynu vznikne elektrický proud jako uspořádaný pohyb:

- A) pouze elektronů ke katodě
- B) záporných iontů ke katodě a elektronů k anodě
- C) kladných iontů k anodě
- D) kladných iontů ke katodě, záporných iontů a elektronů k anodě

8. Vodivost elektrolytu je způsobena:

- A) volnými elektrony
- B) odevzdání kladného náboje aniontů katodě
- C) kladnými a zápornými ionty (kationty a anionty)
- D) excitací původně neutrálních molekul

VYBERTE DVĚ SPRÁVNÉ ODPOVĚDI ZE ŠESTI NABÍDNUTÝCH

1. Vyberte správná tvrzení pro vedení elektrického proudu v elektrolytech:

- A) v elektrolytech dochází k přenosu látky mezi elektrodami a k příslušným chemickým reakcím
- B) na rozdíl od kovových vodičů je proud v elektrolytech zprostředkován jen vodivostními elektrony
- C) v důsledku elektrolytické disociace dochází ke spojování kladného a záporného iontu
- D) kationty jsou záporné ionty a anionty kladné ionty
- E) anoda je kladná elektroda, katoda je záporná elektroda
- F) pro vzájemnou přeměnu elektrické a chemické energie se v elektrolytech uplatňuje Faradayův indukční zákon

2. Vyberte správná tvrzení pro vedení elektrického proudu v plynech:

- A) elektrický proud v plynech je zprostředkován pouze kladnými a zápornými ionty
- B) v ionizovaném plynu dochází k tzv. rekombinaci, kdy se mění polarita kladného a záporného iontu
- C) prostředky, kterými se vyvolává ionizace plynu, se nazývají ionizátory
- D) elektrický proud v ionizovaném plynu je označován jako elektrický výboj v plynu
- E) elektrický průraz plynu způsobuje přechod samostatného výboje na nesamostatný
- F) nárazová ionizace je vyvolána samostatným výbojem

3. Pro vedení elektrického proudu v polovodičích platí následující tvrzení:

- A) na rozdíl od kovů se odpor polovodičů s narůstající teplotou snižuje
- B) donory jsou příměsové atomy, které tvoří polovodič typu P (s pozitivní vodivostí)
- C) akceptory jsou příměsové atomy, které vytváří polovodič s elektronovou vodivostí
- D) závislost elektrického proudu polovodiče s přechodem PN na polaritě vnějšího zdroje napětí připojeného k polovodiči se nazývá diodový jev
- E) vlastní polovodiče se vyznačují vyšší koncentrací elektronů
- F) proud elektronů a děr stejným směrem vytváří elektrický proud v polovodiči

ODPOVĚZTE

- Vysvětlete pojem *termoemise*.
- Vysvětlete pojem *fotoemise*.
- Vysvětlete pojem *autoemise*.
- Vysvětlete mechanismus *vlastní a příměsové vodivosti*.
- Čím je tvořen *polovodič typu P* a čím *polovodič typu N*?
- Proč se u termistorů zvýšením jejich teploty snižuje jejich elektrický odpor?

- Jak by se dal použít *termistor* k měření rychlosti průtoku vody?
- Jakým mechanismem je zajištěno vedení elektrického proudu v plynech, když za normálních podmínek jsou plyny nevodivé?
- Vysvětli *princip nárazové a lavinové ionizace*.
- Co je to *plazma*?
- Uveďte příklad *obloukového výboje*?
- K čemu dochází při *rekombinaci iontů*?
- K čemu je určena *polovodičová dioda*?
- K čemu je určen polovodičový prvek – *tranzistor*?
- Na vznik elektrického výboje v plynu za normálního tlaku je nutné vyšší napětí mezi elektrodami, zatímco v plynu za nízkého tlaku nastane výboj už při nižším napětí. Vysvětlete.
- Proč při vysokém napětí vzniká *jiskrový výboj* na vodičích s hroty a ne na kulových plochách?
- Objasněte jev *disociace iontů*.
- Jaký je rozdíl mezi vedením elektrického proudu v kovech a kapalinách?
- Co jsou *kationty* a *anionty*?
- Jaké látky se vylučují při elektrolýze na katodě?
- Co vytváří *elektrolytický potenciál*?
- Uveďte příklady technického využití *elektrolýzy*.
- Čím je obecně tvořen *galvanický článek*.
- Vysvětlete jev *polarizace elektrod*.
- Vysvětlete pojem *majoritní* a *minoritní nositelé náboje*.
- Co jsou *donory* a co *akceptory*?
- Čím je určen proud v polovodičích?
- V polovodiči typu "P" jsou majoritními nositeli elektrického náboje:
- Polovodičový prvek k zesílení elektrického proudu se nazývá:
- V polovodiči typu "P" jsou minoritními nositeli elektrického náboje:
- V polovodiči typu "N" jsou majoritními nositeli elektrického náboje:
- V polovodiči typu "N" jsou minoritními nositeli elektrického náboje:
- Jak se nazývá děj, při kterém dochází v roztoku k rozpadu molekul na ionty?
- Jak se nazývají pevné látky, které mají od určité teploty téměř nulový odpor?
- Co je *foton*?
- Vysvětlete podmínky vzniku *fotoelektrického jevu*.
- Jaký je rozdíl mezi *tvrdým* a *měkkým rentgenovým zářením*?
- Co jsou *de Broglieho vlny*?
- Jak rozumíte tvrzení, že světlo má kvantový charakter?
- Proč musí být skleněná baňka fotonek ze speciálního křemenného skla?
- Která je *valenční vrstva* v elektronovém obalu?
- Vysvětlete význam *výstupní práce elektronů* z atomu.

PŘÍKLADY

1. Vypočítejte hmotnost stříbra, které se vyloučí z roztoku AgNO_3 proudem 1,3 A za 2 hodiny. ($A_{\text{Ag}} = 1,118 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{C}^{-1}$) [$m = 0,0104 \text{ kg}$]
2. Na cesiovou katodu dopadá záření o vlnové délce 500 nm. Mezní vlnová délka záření u fotoelektrického jevu pro cesium je 642 nm. Planckova konstanta je přibližně $6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$. Jaká je výstupní práce pro cesium? [$W_v = 3,08 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, (1,925 eV)]
3. Na cesiovou katodu dopadá záření o vlnové délce 500 nm. Mezní vlnová délka záření u fotoelektrického jevu pro cesium je 642 nm. Planckova konstanta je přibližně $6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$. S jakou energií vyletují elektrony z povrchu cesiové katody? [$E_k = 0,88 \cdot 10^{-19} \text{ J}$]
4. Na cesiovou katodu dopadá záření o vlnové délce 500 nm. Mezní vlnová délka záření u fotoelektrického jevu pro cesium je 642 nm. Planckova konstanta je přibližně $6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$. Jak velkou rychlostí vyletují elektrony z povrchu katody? ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$). [$v = 4,4 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]
5. Délka de Broglieho vlny urychleného elektronu je $3,87 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Hmotnost elektronu je $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, elementární elektrický náboj $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Jaká je rychlost částice? [$v = 1,87 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]
6. Délka de Broglieho vlny urychleného elektronu je $3,87 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Hmotnost elektronu je $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, elementární elektrický náboj $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Jaké je urychlovací napětí? [$U = 1 \text{ kV}$]
7. Určete mezní frekvenci a mezní vlnovou délku, pro kterou nastane fotoelektrický jev u sodíku, je-li jeho výstupní práce $3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. ($h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$) [$f_m = 0,545 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$, $\lambda_m = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$]
8. Sodík má výstupní práci $3,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Určete energii fotonu dopadajícího záření a rychlost s jakou opouštějí elektrony katodu, dopadá-li na ni světlo s frekvencí $6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. ($h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$) [$E = 3,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, $v = 2,8 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]
9. Porovnejte vlnové délky de Broglieho vln protonu a elektronu, pohybujících se stejnou rychlostí. ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$). [$\lambda_e : \lambda_p = 1835 : 1$]
10. Určete vlnovou délku elektronového svazku v elektronovém mikroskopu, je-li svazek tvořen elektrony urychlenými napětím 20 kV. [$\lambda = 8,7 \cdot 10^{-12} \text{ m}$]
11. Přeskokem elektronu mezi energetickými hladinami atomu byl vyzářen foton o energii $4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Určete vlnovou délku emitovaného záření. [$\lambda = 4,95 \cdot 10^{-7} \text{ m}$]
12. Délka de Broglieho vlny urychleného elektronu je $3,87 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. Jaká je rychlost elektronu? (Hmotnost elektronu: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Planckova konstanta: $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$). [$v = 1,87 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$]

Kapitola 3 STACIONÁRNÍ MAGNETICKÉ POLE

Historie

Název magnetismus pochází patrně od názvu řeckého městečka Magnesia, v jehož okolí se nachází hora s rudou, která byla označena jako magnetovec (magnetit, Fe_3O_4). Magnetické jevy známé ze starověku shrnul do „vědeckého pojednání“ Aristoteles. Podobně jako s jevy elektrickými byl spojen řecký překlad jantaru, zde s Magnésií jsou spojeny pojmy magnetické jevy, magnetické pole, magnetické síly atd.

*Schopnost magnetů orientovat se ve shodě se směrem magnetického pole Země byla známa již Číňanům ve 2. st. n.l. V okolí pohybujících se elektrických nábojů nebo magnetu existuje také magnetické pole. Vzájemné souvislosti elektrických a magnetických jevů a další objevy popsal dánský fyzik **Hans Christian Oersted** (1777–1851). V roce 1820 publikoval svůj objev, že v blízkosti vodiče protékajícího proudem vzniká magnetické pole, které demonstroval vychýlenou magnetkou. Na jeho práci navázali okamžitě Ampér, Biot a Savart, kteří objevili zákony interakce magnetů a elektrických proudů a matematicky je formulovali.*



Hans Christian Oersted



Wilhelm Weber

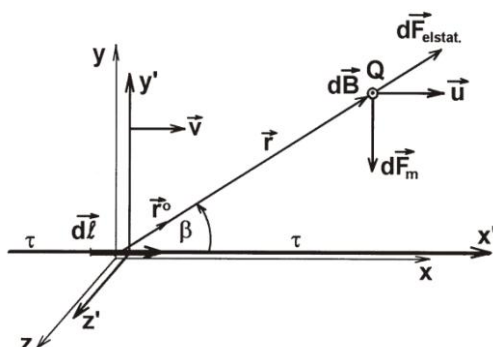


André Marie Ampère

***Wilhelm Weber** (1804–1891) založil elektrodynamiku na základě interakce mezi pohybujícími se elektrickými náboji.*

***André Marie Ampère** (1775–1836) na rozdíl od ostatních považoval za primární jev interakci proudovodičů, přičemž magnetismus považoval jen za jev, který elektrický proud doprovází. Zákon o interakci vodičů, kterými prochází proud, se stal základem definice jednotky elektrického proudu – ampéru. V roce 1822 sestrojil dlouhou cívku – solenoid a dokázal, že jeho magnetické pole je ekvivalentní s polem tyčového magnetu.*

3.1 RELATIVISTICKÉ TRANSFORMACE SÍLY. ZÁKON BIOTŮV-SAVARTŮV-LAPLACEŮV



- Uvažujme inerciální soustavu x, y, z , v níž je pozorovatel v klidu (obrázek).
- Soustava x', y', z' se vůči soustavě x, y, z pohybuje ve směru osy x konstantní rychlostí \vec{v} .
- V místě určeném v soustavě x, y, z polohovým vektorem \vec{r} se nachází náboj Q , který se pohybuje ve směru osy x rychlostí \vec{u} .
- V soustavě x', y', z' je umístěno v ose x' dlouhé přímé vlákno nabitě nábojem s lineární hustotou τ . Pohyb nabitého vlákna rychlostí \vec{v} vzhledem k pozorovateli představuje proud $I = \tau v$.

- Náboj na elementu vlákna dl považujeme za bodový náboj $dQ = \tau dl$.
- V případě, že je náboj v klidu působí elektrostatickou silou

$$d\vec{F}_{\text{elstat.}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQQ}{r^3} \vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\tau dl Q}{r^3} \vec{r}.$$

- V případě, že se dQ a Q vůči pozorovateli pohybují (teorie relativity) – transformace $d\vec{F}_{\text{elstat.}}$ do soustavy pozorovatele.
- Pro $v \ll c$ zjednodušený tvar

$$d\vec{F} = d\vec{F}_{\text{elstat.}} + \underbrace{\vec{u} \times \left[\frac{1}{c^2} \vec{v} \times d\vec{F}_{\text{elstat.}} \right]}_{\text{magn. síla } d\vec{F}_m}. \quad (3.1)$$

Kromě síly elektrostatické působí **síla magnetická** $d\vec{F}_m$:

$$d\vec{F}_m = \vec{u} \times \left[\frac{1}{c^2} \vec{v} \times d\vec{F}_{\text{elstat.}} \right]$$

Úpravou dostaneme

$$d\vec{F}_m = \vec{u} \times \left(\frac{1}{c^2} \vec{v} \times d\vec{F}_{\text{elstat.}} \right) = \vec{u} \times \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQQ}{r^3} \vec{r}.$$

Dosazením za $dQ = \tau dl$ a úpravou

$$d\vec{F}_m = \underbrace{Q\vec{u}}_{\text{char. částice}} \times \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^3} \vec{r}}_{\text{char. mag. pole}}. \quad (3.2)$$

Druhý člen charakterizuje magnetické pole – **magnetická indukce** \vec{B} :

$$d\vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{dQ}{r^3} \vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\tau dl}{r^3} (\vec{v} \times \vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\tau dl}{r^3} (\vec{v} \times \vec{r})$$

Konstanta $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ – **permeabilita vakua**.

Další úpravy: Výpočet $\vec{v} \times \vec{r}$

$$\vec{v} = \vec{i}v, \quad \vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y,$$

tedy

$$\vec{v} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v & 0 & 0 \\ x & y & 0 \end{vmatrix} = \vec{k}vy.$$

Pak

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\tau v \vec{k} dl y}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \vec{k} dl \sin \beta}{r^2},$$

kde $\tau v = I$ a $\frac{v}{r} = \sin \beta$. Poněvadž $\vec{k} dl \sin \beta = d\vec{l} \times \vec{r}_0$, lze psát

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}_0}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (3.3)$$

což je **Biotův-Savartův-Laplaceův zákon** – příspěvek k magnetické indukci magnetického pole, který budí element proudovodiče $d\vec{l}$ v bodě určeném polohovým vektorem \vec{r} ($d\vec{B} \perp d\vec{l}$ a \vec{r})

Jednotkou magnetickou indukce je **tesla** (T). Platí $T = \text{N} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$.

Magnetická indukce pole od tenkého vodiče

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (3.4)$$

Magnetickou sílu \vec{F}_m působící na částici s nábojem Q pohybující se rychlostí \vec{u} v magnetickém poli vodiče s proudem dostaneme integrací vztahu (3.2), tj.

$$\vec{F}_m = Q\vec{u} \times \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = Q\vec{u} \times \vec{B}. \quad (3.5)$$

Konstanta $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ – **permeabilita vakua**.

Působením elektrického i magnetického pole na pohybující se částici

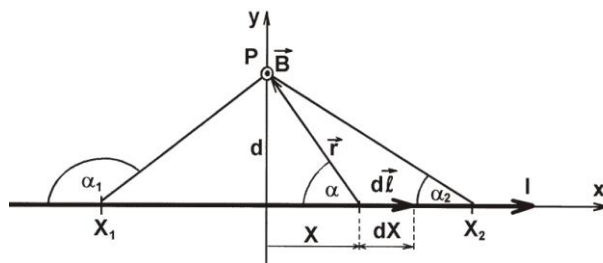
$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{u} \times \vec{B} \quad (3.6)$$

Tato síla se nazývá **Lorentzova síla**.

3.2 UŽITÍ LAPLACEOVA ZÁKONA K VÝPOČTU MAGNETICKÉ IN- DUKCE MAGNETICKÉHO POLE RŮZNÝCH VODIČŮ S PROUDEM

1. Magnetická indukce od úseku přímého vodiče s proudem

Uspřádání výpočtu – přímý vodič s proudem I je v ose x souřadné soustavy (x, y, z) , obrázek.



Užitím vztahu (3.4) vypočítáme indukci v bodě P na ose y , při kolmé vzdálenosti od vodiče d .

- Uvažujeme úsek přímého vodiče od X_1 do X_2 .
- Ve vzdálenosti X od počátku je element $d\vec{l} = \vec{i}dl$.
- Polohový vektor: $\vec{r} = -\vec{i}X + \vec{j}d$
- Vektorový součin: $d\vec{l} \times \vec{r} = \vec{i}dX \times (-\vec{i}X + \vec{j}d) = \vec{k}dX$

Po dosazení (3.4) a integraci

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{k} d \int_{X_1}^{X_2} \frac{dX}{(X^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Zavedení substituce

$$\frac{X}{d} = \cotg \alpha, \quad X = d \cotg \alpha, \quad dX = -\frac{d}{\sin^2 \alpha} d\alpha.$$

Výpočet jmenovatele integrandu

$$(X^2 + d^2)^{\frac{3}{2}} = \left(d^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + d^2 \right)^{\frac{3}{2}} = \left(d^2 \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{d^3}{\sin^3 \alpha}.$$

Po dosazení

$$\vec{B} = \vec{k} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (-\sin \alpha) d\alpha = \vec{k} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1).$$

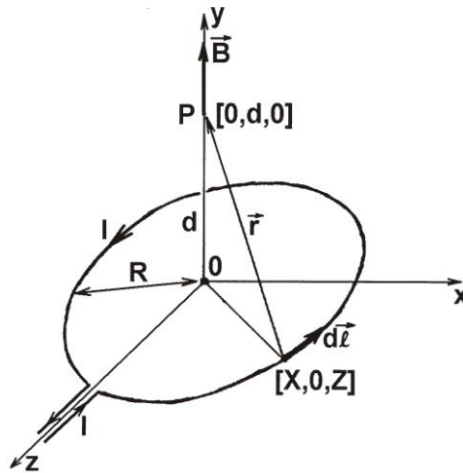
Vektor \vec{B} je kolmý na rovinu určenou bodem P a proudovodičem.

Lze nahradit jednotkový vektor \vec{k} jednotkovým vektorem \vec{t}_0 tečny ke kružnici se středem na vodiči (procházející uvažovaným bodem a ležícím v rovině vodiče s proudem)

$$\vec{B} = \vec{t}_0 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (3.7)$$

Ampérovovo pravidlo pravé ruky.

2. Magnetická indukce od kruhového závitu s proudem



- Kruhový závit (R , střed v počátku x, y, z) ležící v rovině (x, z) protékáný proudem I .
- Určujeme \vec{B} v bodě P na ose závitu (z) vzdáleném d od středu (obrázek).
- V bodě na závitu $[X, 0, Z]$ zvolme $d\vec{l}$ orientovaný ve směru I .
- Polohový vektor \vec{r} bodu P vzhledem k $d\vec{l}$ je

$$\vec{r} = -\vec{i}X + \vec{j}d - \vec{k}Z \quad r^3 = (X^2 + d^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}} = (R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}.$$

- Element proudovodiče

$$d\vec{l} = \vec{i}dX + \vec{k}dZ.$$

- Zavedeme polární souřadnice:

$$\begin{aligned} X &= R \sin \beta & Z &= R \cos \beta \\ dX &= R \cos \beta d\beta & dZ &= -R \sin \beta d\beta \end{aligned}$$

- Vektorový součin $d\vec{l} \times \vec{r}$:

$$\begin{aligned} d\vec{l} \times \vec{r} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ R \cos \beta d\beta & 0 & -R \sin \beta d\beta \\ -R \sin \beta & d & -R \cos \beta \end{vmatrix} = \\ &= \vec{i}Rd \sin \beta d\beta + \underbrace{\vec{j}(R^2 \sin^2 \beta d\beta + R^2 \cos^2 \beta d\beta)}_{R^2 d\beta} + \vec{k}Rd \cos \beta d\beta \end{aligned}$$

- Dosazením do (3.4) a integrací po délce závitu podle β od 0 do 2π , tj.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{(R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\underbrace{\vec{i}Rd \int_0^{2\pi} \sin \beta d\beta}_0 + \underbrace{\vec{j}R^2 \int_0^{2\pi} d\beta}_{2\pi} + \underbrace{\vec{k}Rd \int_0^{2\pi} \cos \beta d\beta}_0 \right).$$

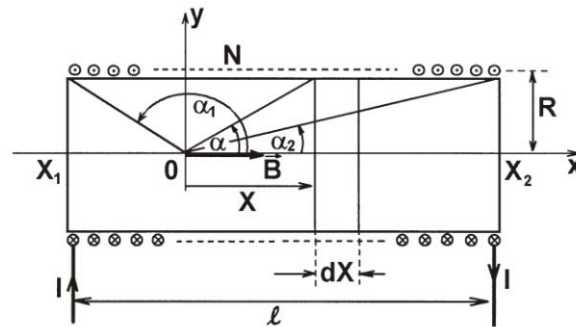
Pro \vec{B} na ose kruhového závitu v bodě P

$$\vec{B} = \vec{j} \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (3.9)$$

Pro bod ležící ve středu závitu

$$\vec{B} = \vec{j} \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}. \quad (3.10)$$

3. Magnetická indukce na ose jednovrstvé cívky (solenoidu)



- Parametry solenoidu: l, N, R, I .
- Osu cívky ztotožňujeme s osou x souřadného systému (x, y) a počítáme magnetickou indukci \vec{B} v bodě P na ose cívky v počátku souřadného systému (3.4).
- Využijeme výsledek pro kruhový závit (3.9).
- Ve vzdálenosti X od počátku bude element cívky dX .
- Na jednotku délky připadá N/l závitů, takže na délce dX je počet závitů

$$\frac{N}{l} dX,$$

(bereme jako jeden závit)

$$d\vec{B} = \vec{i} \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + d^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{N}{l} dX.$$

Integrací od X_1 do X_2

$$\vec{B} = \vec{i} \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2 N}{l} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dX}{(R^2 + X^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Pro výpočet zavedeme substituci

$$X = R \cotg \alpha, \quad dX = -\frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha.$$

Dále vypočteme

$$R^2 + X^2 = R^2 \left(1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \right) = \frac{R^2}{\sin^2 \alpha}.$$

Po dosazení

$$\vec{B} = \vec{i} \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2 N}{l} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{R}{\frac{R^3}{\sin^3 \alpha}} d\alpha = \vec{i} \frac{\mu_0}{2} \frac{IN}{l} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} (-\sin \alpha) d\alpha.$$

Po integraci

$$\vec{B} = \vec{i} \frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{l} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1). \quad (3.11)$$

Diskuse výsledků:

1. Pro P uvnitř:

$$\alpha_1 \rightarrow \pi, \alpha_2 \rightarrow 0 \quad \vec{B} = \vec{i} \mu_0 \frac{NI}{l} \quad (3.12)$$

2. Pro P na okraji:

$$\alpha_1 \rightarrow \pi, \alpha_2 \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad \vec{B} = \vec{i} \frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{l}$$

Poloviční hodnota je způsobena rozptylem magnetického pole.

3.3 VLASTNOSTI MAGNETICKÉHO POLE

1. Magnetické indukční čáry

Ztvárnění magnetického pole.

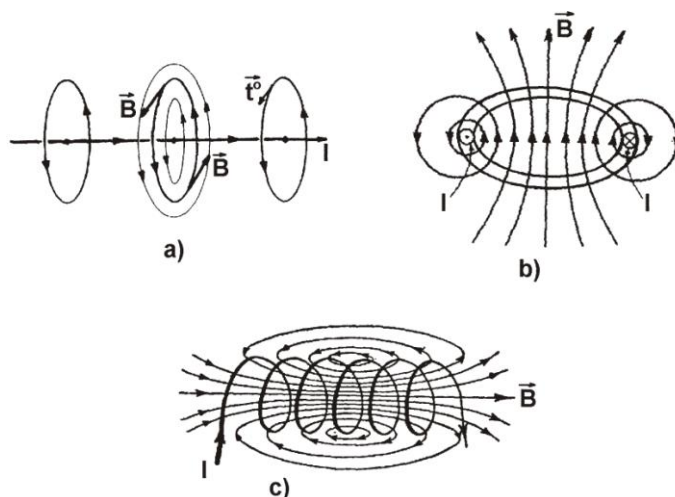
Magnetická indukční čára je orientovaná prostorová křivka, jejíž souhlasně orientovaná tečna v každém jejím bodě má směr vektoru magnetické indukce (orientace pomocí Ampérova pravidla pravé ruky).

Magnetické čáry jsou *uzavřené křivky*.

Důvod: neexistují zřídla magnetického pole – "magnetické náboje" (v elektrostatickém poli – elektrické náboje).

Obrázek ukazuje příklady magnetických indukčních čar pro:

- přímý dlouhý vodič s proudem
- kruhový závit s proudem
- jednovrstvá cívka s proudem



2. Magnetický indukční tok Φ_m

Magnetické indukční čáry nedávají informaci o velikosti \vec{B} .

Proto se zavádí úmluva o počtu indukčních čar procházejících kolmou jednotkovou plochou

$$\frac{d\Phi_m}{dS_{\perp}} = B.$$

Odtud

$$d\Phi_m = BdS_{\perp} = BdS \cos \alpha,$$

kde α je úhel, který svírá normála k elementu plochy dS ve směru \vec{B} .

Zavedením vektoru elementu plochy $d\vec{S} = \vec{n}_0 dS$

lze psát

$$BdS \cos \alpha = \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Tedy

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Magnetický tok celou plochou.

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (3.13)$$

je **magnetický indukční tok plochou S** (tok vektoru magnetické indukce plochou S).

Jednotkou magnetického indukčního toku je **weber** (Wb). $[\Phi_m] = T \cdot m^2 = Wb$.

Tok uzavřenou plochou S (vstupující indukční čára musí někde z plochy vystoupit)

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0, \quad (3.14)$$

tedy – magnetické indukční čáry jsou uzavřené křivky.

Vyjádření (3.14) v **diferenciálním tvaru** s využitím Gaussovy matematické věty

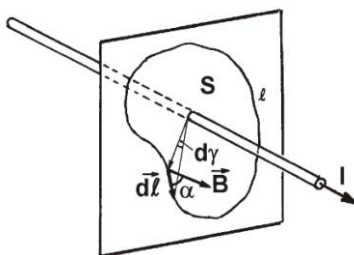
$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{B} dV = 0.$$

Odtud
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (3.15)$$

3. Ampérův zákon (zákon celkového proudu)

Určení účinku \vec{B} po uzavřené křivce l .

- Dlouhý přímý vodič protékáný proudem I .
- V rovině kolmé na vodič volíme libovolnou uzavřenou křivku l (vodič prochází plochou uzavřenou touto křivkou) viz obrázek.



- Na l volíme vektorový element $d\vec{l}$, jehož vzdálenost je dána průvodičem \vec{r} . Elementu přísluší vzhledem k vodiči středový úhel $d\gamma$

$$d\gamma = \frac{dl \cos \alpha}{r}, \quad \text{takže} \quad dl \cos \alpha = r d\gamma,$$

kde $dl \cos \alpha$ je velikost průmětu elementu $d\vec{l}$ do směru kolmého k \vec{r} . (α úhel, který svírají \vec{B} a $d\vec{l}$).

- Hodnota křivkového integrálu

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l B dl \cos \alpha = \oint_l \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\gamma = \frac{\mu_0}{2\pi} I \int_0^{2\pi} d\gamma .$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (3.16)$$

což je **Ampérův zákon**, který vyjadřuje vlastnost magnetického pole = **pole vírové** (není polem potenciálovým a nelze zavést skalární potenciál).

Zobecnění Ampérova zákona

Pro případ, že plochou prochází více vodičů s proudy I_1, I_2, \dots, I_n , bude pro každý platit

$$\oint_l \vec{B}_k \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_k ,$$

kde \vec{B}_k je magnetická indukce od k -tého vodiče s proudem.

Magnetické pole splňuje princip superpozice

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n = \sum_{k=1}^n \vec{B}_k = \vec{B}_{\text{celk.}}$$

Můžeme psát

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_l \sum_{k=1}^n \vec{B}_k \cdot d\vec{l} = \sum_{k=1}^n \oint_l \vec{B}_k \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k .$$

Označení

$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + I_2 + \dots + I_n = I_{\text{celk.}} \quad (\text{celkový proud}).$$

Dostáváme

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{celk.}} \quad (3.17)$$

Ampérův zákon (zákon celkového proudu).

Bude-li procházet proud $I_{\text{celk.}}$ plochou S ohraničenou křivkou l s hustotou proudu \vec{J} , pak

$$I_{\text{celk.}} = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} ,$$

tedy

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} .$$

Použitím Stokesovy věty z vektorové analýzy

$$\int_S \text{rot } \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} ,$$

odtud

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} , \quad (3.18)$$

což je **Ampérův zákon v diferenciálním tvaru**.

3.4 SÍLY PŮSOBÍCÍ V MAGNETICKÉM POLI NA NABITÉ ČÁSTICE A VODIČE S PROUDEM

1. Pohyb nabité částice v magnetickém poli

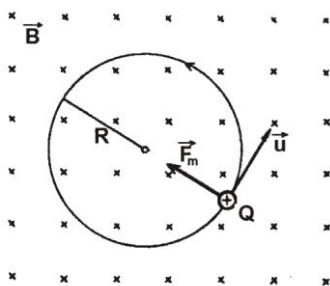
Na pohybující se náboj Q působí magnetická síla \vec{F}_m

$$\vec{F}_m = Q\vec{u} \times \vec{B},$$

kde \vec{u} je vektor rychlosti pohybu uvažované částice, \vec{B} je magnetická indukce v místě částice.

Směr vektoru magnetické síly je určen vektorovým součinem $\vec{u} \times \vec{B}$ (kolmá k u i B – tedy neovlivní velikost rychlosti u).

- Pohyb v **příčném magnetickém poli** (kolmo k indukčním čarám), (obrázek)



Magnetická síla bude v každém bodě dráhy kolmá ke směru její rychlosti \Rightarrow *síla dostředivá*
 \Rightarrow pohyb po kružnici o poloměru

$$F_m = m \frac{u^2}{R}.$$

Při pohybu v příčném magnetickém poli je

$$F_m = |Q|uB.$$

Dosazením

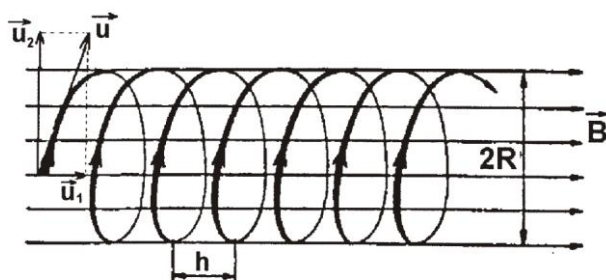
$$|Q|uB = m \frac{u^2}{R} \quad \text{odtud} \quad R = \frac{mu}{|Q|B}. \quad (3.19)$$

Doba oběhu T po kružnici

$$T = \frac{2\pi R}{u} = 2\pi \frac{m}{|Q|B} \quad (3.20)$$

nezávisí na u , závisí na podílu $\frac{|Q|}{m}$ (**měrný náboj částice**) a nepřímo úměrně na B .

- Příklad, kdy částice vstupuje do pole pod úhlem α (obrázek)



Vektor rychlosti \vec{u} má složky: \vec{u}_1 – ve směru magnetických indukčních čar
 \vec{u}_2 – kolmo na indukční čáry

- Složka \vec{u}_1 nezpůsobí žádnou magnetickou sílu ($\vec{u}_1 \times \vec{B} = 0$) \Rightarrow přímočarý rovnoměrný pohyb konstantní rychlostí.
- Složka \vec{u}_2 způsobí, že $\vec{F}_m \neq 0$ nutí částici pohybovat se po kružnici

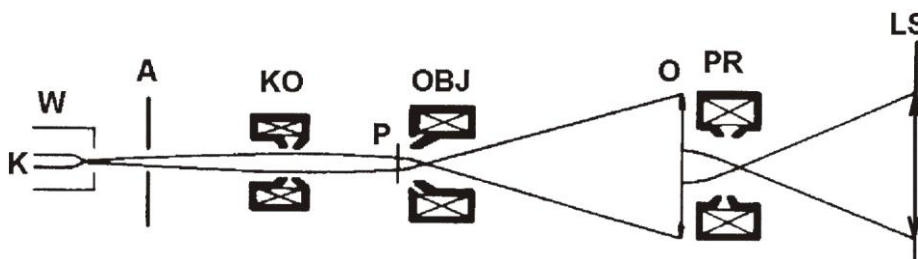
$$R = \frac{mu_2}{|Q|B}$$

Výsledná trajektorie je **šroubovice** s konstantním stoupáním

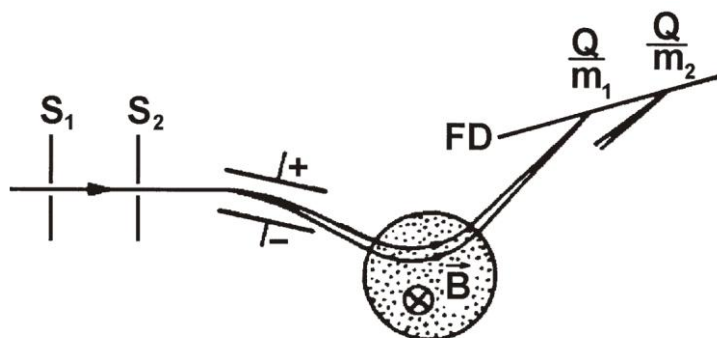
$$h = u_1 T = 2\pi \frac{mu_1}{|Q|B} \tag{3.21}$$

Využití silového působení magnetického pole na nabitě částice:

- *Televizní obrazovka*
- *Elektronový mikroskop (obrázek)*



- *Hmotnostní spektrograf, obrázek*



2. Síla působící v magnetickém poli na vodič s proudem

Působení magnetické síly na nosiče náboje, které se ve vodiči uspořádaně pohybují.

U kovů – působení na volné elektrony – přenos na celý vodič.

Příklad přímého vodiče s proudem I v magnetickém poli \vec{B} .

n_0 – počet volných nosičů náboje v jednotkovém objemu,

q_0 – náboj částice,

$d\vec{l}$ – element vodiče,

dS_{\perp} – kolmý průřez vodiče,

$dV = S_{\perp} d\vec{l}$ objem elementu vodiče,

dQ – náboj nosičů v elementu

$$dQ = n_0 q_0 dV = n_0 q_0 S_{\perp} d\vec{l} .$$

Síla působící na náboj dQ

$$d\vec{F}_m = dQ \vec{v}_p \times \vec{B} = n_0 q_0 S_{\perp} d\vec{l} \vec{v}_p \times \vec{B} ,$$

$n_0 q_0 \vec{v}_p = \vec{J}$ – hustota proudu ve vodiči, $|\vec{J} S_{\perp}| = I$ – proud ve vodiči.

Zavedení proudu I v podobě vektorového elementu $d\vec{l}$ orientovaného ve směru hustoty proudu \vec{J} .

Pak

$$d\vec{F}_m = S_{\perp} d\vec{l} \vec{J} \times \vec{B} = I d\vec{l} \times \vec{B} . \quad (3.22)$$

Z toho plyne, že síla působící v magnetickém poli na element proudovodiče je kolmá na tento element $d\vec{l}$ i na \vec{B} .

Integrací dostaneme sílu na celou délku vodiče

$$\vec{F}_m = I \int_l d\vec{l} \times \vec{B} . \quad (3.23)$$

$\vec{F}_m = I \vec{l} \times \vec{B}$, velikost této síly $F_m = I l B \sin \alpha$, kde α je úhel, který svírá vodič se směrem magnetických indukčních čar.

Pro:

$\alpha = 0$ na vodič nepůsobí síla,

$\alpha = 90^\circ$ síla je maximální.

Směr síly působící na přímý vodič s proudem v homogenním magnetickém poli určíme

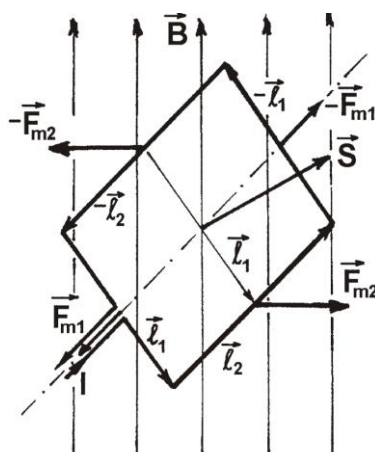
Flemingovým pravidlem levé ruky (prsty – směr proudu, magn. indukční čáry – do dlaně, vztyčený palec – směr síly \vec{F}_m).

3. Závít s proudem v magnetickém poli. Magnetický moment

Uvažujme obdélníkový závít podle obrázku.

- Na stranu \vec{l}_1 a $-\vec{l}_1$ působí magnetické síly \vec{F}_{m1} a $-\vec{F}_{m1}$ (leží v přímce, v ose otáčení závitu) – jejich výslednice i moment jsou nulové.
- Na strany \vec{l}_2 a $-\vec{l}_2$ působí magnetické síly \vec{F}_{m2} a $-\vec{F}_{m2}$ (tvoří dvojici sil)

Tyto síly se snaží závít otočit tak, aby vektor plochy závitu \vec{S} zaujal směr \vec{B} .



$$\vec{F}_{m2} = I\vec{l}_2 \times \vec{B}.$$

rameno dvojice uvažovaných sil je \vec{l}_1

Moment dvojice sil je

$$\vec{M} = \vec{l}_1 \times \vec{F}_{m2} = I\vec{l}_1 \times \vec{l}_2 \times \vec{B}.$$

Vektorový součin $\vec{l}_1 \times \vec{l}_2 = \vec{S}$ – vektor plochy závitu,

takže
$$\vec{M} = I\vec{S} \times \vec{B}. \quad (3.25)$$

Ampérův magnetický moment

$$\vec{m}_A = I\vec{S}. \quad (3.26)$$

Takže pro moment dvojice sil působících na závít s proudem v magnetickém poli

$$\vec{M} = \vec{m}_A \times \vec{B}. \quad (3.27)$$

Jednotkou Ampérova magnetického momentu je $A \cdot m^2$.

Coulombův magnetický moment

$$\vec{m}_C = \mu_0 I\vec{S}. \quad (3.28)$$

Jednotkou je $kg \cdot m^3 \cdot s^{-2} \cdot A^{-1} = m^3 \cdot T = Wb \cdot m$.

Nenulový magnetický moment má každý zdroj magnetického pole.

Platí to i pro atomy a molekuly a elementární částice.

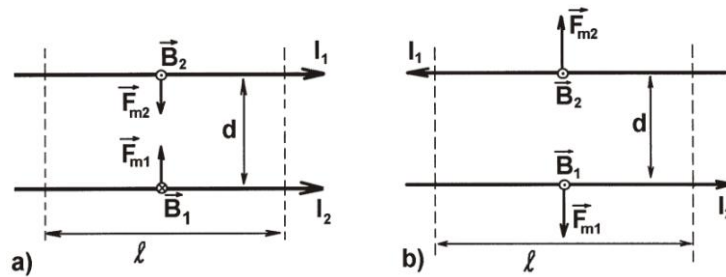
Stabilní poloha (\vec{m}_A má směr shodný s \vec{B}) odpovídá minimum magnetické energie dané skalárním součinem

$$W_m = -\vec{m}_A \cdot \vec{B}. \quad (3.29)$$

Praktické využití u elektromotorů nebo u deprežských měřicích přístrojů.

4. Vzájemné silové působení vodičů s proudy

Uvažujme 2 dlouhé přímé vodiče ve vzájemné vzdálenosti d , protékané proudy I_1 a I_2 (obrázek a).



První vodič v místě druhého vodiče vyvolá magnetické pole o magnetické indukci

$$\vec{B}_1 = -\vec{k} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}.$$

Na délku $\vec{l} = \vec{i}l$ druhého vodiče bude působit síla

$$\vec{F}_{m2} = I_2 \vec{l} \times \vec{B}_1 = \left[\vec{i} \times (-\vec{k}) \right] \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l = \vec{j} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l. \quad (3.30)$$

Obdobně druhý vodič v místě prvního vodiče vyvolá magnetické pole o magnetické indukci

$$\vec{B}_2 = -\vec{k} \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}.$$

Na délku $\vec{l} = \vec{i}l$ prvního vodiče bude působit síla

$$\vec{F}_{m1} = I_1 \vec{l} \times \vec{B}_2 = \left[\vec{i} \times (\vec{k}) \right] \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l = -\vec{j} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l. \quad (3.31)$$

Obě síly mají stejnou velikost, ale opačnou orientaci \Rightarrow **vodiče se přitahují**. Směry obou sil je možné určit Flemingovým pravidlem levé ruky.

V případě, že proudy I_1 a I_2 ve vodičích budou mít nesouhlasný směr (obrázek b), změní síly \vec{F}_{m1} , \vec{F}_{m2} svou orientaci a **vodiče se budou odpuzovat**.

Definice jednotky elektrického proudu ampér v soustavě jednotek SI:

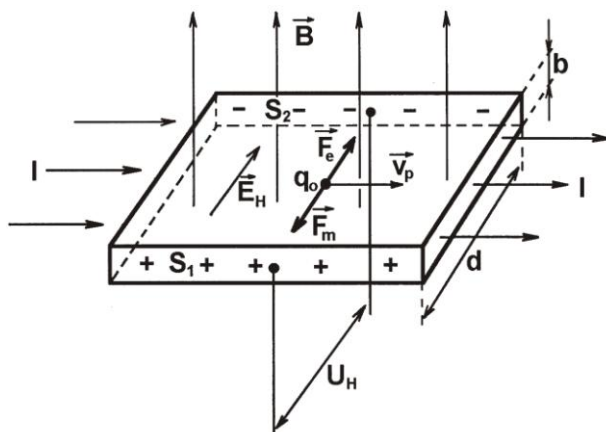
Jeden ampér je proud, který při stálém průtoku dvěma rovnoběžnými, přímými, nekonečně dlouhými vodiči, zanedbatelného průřezu, umístěnými ve vakuu, ve vzájemné vzdálenosti 1 m, vyvolá mezi vodiči sílu $2 \cdot 10^{-7}$ N na jeden metr délky vodiče.

Zařízení pro praktickou aplikaci této definice se nerealizuje pomocí dlouhých přímých vodičů, ale pomocí válcových cívek (solenoidů), z nichž jedna je pevná a druhá je zavěšena na vahadle přesných analytických vah – *Ampérovy váhy* (chyba je řádově mikroampéry).

5. Hallův jev

1879 E. H. Hall objevil jeden z nejznámějších galvanomagnetických jevů.

Vznik Hallova napětí U_H na plochem vodiči ve směru kolmém ke směru proudu I i ke směru magnetického pole, do kterého je vodič vložen, obrázek.



Hallovo napětí je způsobeno silami, působícími na pohybující se nosiče náboje ve vodiči.

Proud je tvořen uspořádaným pohybem částic s nábojem q_0 , které se pohybují průměrnou rychlostí \vec{v}_p ve směru proudu, pak v magnetickém poli o indukci \vec{B} na ně působí síla

$$\vec{F}_m = q_0 \vec{v}_p \times \vec{B}.$$

Tato síla způsobí větší koncentraci nosičů proudu u stěny $S_1 (+)$, zatímco stěna $S_2 (-)$ \Rightarrow vznik elektrického pole o intenzitě \vec{E}_H a na nosiče náboje bude současně působit síla elektrická

$$\vec{F}_e = q_0 \vec{E}_H.$$

Pro ustálený stav

$$F_e = F_m \Rightarrow q_0 E_H = q_0 E_H = q_0 |\vec{v}_p \times \vec{B}|.$$

Pro případ $\vec{v}_p \perp \vec{B}$ bude velikost intenzity vyjádřené Halloovým napětím U_H

$$E_H = \frac{U_H}{d},$$

po dosazení do předešlých rovnic

$$\frac{U_H}{d} = v_p B \Rightarrow U_H = d v_p B.$$

Pro n_0 volných nosičů náboje v jednotkovém objemu vodiče je velikost hustoty proudu ve vodiči $J = n_0 q_0 v_p$. Odtud

$$v_p = \frac{J}{n_0 q_0},$$

takže

$$U_H = dv_p B = \frac{1}{n_0 q_0} dJB = \frac{1}{n_0 q_0} \frac{dbJ}{b} B.$$

$db = S_{\perp}$ kolmý průřez vodiče, tedy $dbJ = S_{\perp} J = I$ je velikost proudu vodičem.

Konstanta

$$\frac{1}{n_0 q_0} = R_H. \quad (3.32)$$

Hallova konstanta (nepřímo úměrná koncentraci volných nosičů náboje $n_0 q_0$).

Pro Hallovo napětí platí vztah

$$U_H = R_H \frac{I}{b} B. \quad (3.33)$$

Poznámka:

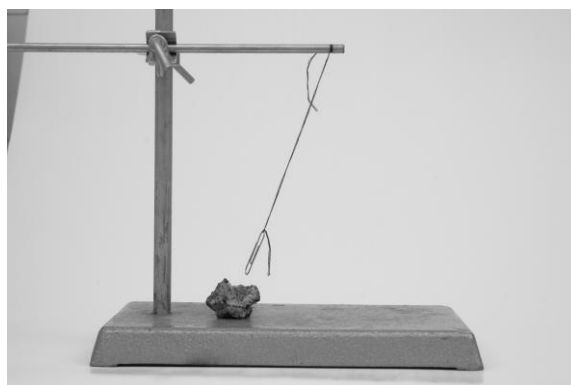
U polovodičů je n_0 malé (oproti kovům) $\Rightarrow R_H$ je velká, a proto se Hallův jev na polovodičích dobře měří.

U kovů se Hallův jev měří obtížně – je nutné použít tenké vzorky a citlivé měřiče napětí.

Ze vztahu (3.33) vyplývá, že pro danou vodivou nebo polovodivou destičku a konstantní proud I je U_H přímo úměrné velikosti magnetické indukce B .

Lze tedy stupnici voltmetru ocejchovat v jednotkách magnetické indukce a dostaneme přístroj zvaný **teslametr**.

Fyzika, technika, příroda



Magnetovec a přitahování kancelářské sponky

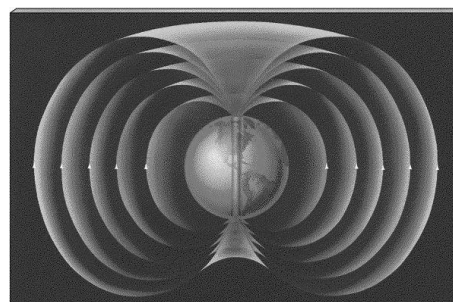
Schopnost magnetu orientovat se ve směru zemského magnetického pole se využívá při konstrukci kompasu, u něhož se otáčí kolem osy magnetka a sleduje směr severního zemského pólu, v jehož blízkosti se nachází jižní magnetický pól. Busola představuje kompas vybavený stupnicí, která umožňuje měřit vodorovné úhly, tzv. azimuty.



Kompas



Busola



Zemské magnetické pole

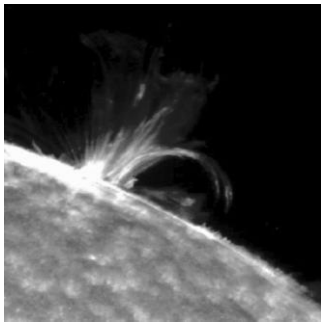
Zemské magnetické pole nás stíní před kosmickým zářením, které pochází jak z hvězd naší galaxie (galaktické záření), tak i ze Slunce (sluneční kosmické záření). Magnetické pole nás chrání i před slunečním větrem. Magnetické pole neustále mění svůj tvar a svou velikost. Magnetické pole mění dokonce svůj směr. Poslední změna nastala zhruba před 700 tisíci lety. Od té doby má Země póly tak, jako dnes. Může však dojít v časovém horizontu tisíce let k přepólování magnetického pole Země. V současné době je magnetické pole nejsilnější v polárních oblastech v blízkosti pólů. Právě tam siločáry míří směrem k Zemi, a proto je v těchto oblastech „deštník“ magnetického pole slabší. Například pasažéři i posádky letadel, která létají z Evropy do Ameriky nebo na Dálný Východ severní cestou přes polární oblasti jsou tak ohroženější, než při letech, které probíhají ve středních šířkách nebo v oblasti rovníku.

Polohu zemského magnetického pólu určovala řada cestovatelů, dobrodruhů a vědců. Polohu pólu lze vystopovat z historických záznamů bez obtíží v posledních 400 letech. První seriózní vědecké měření provedl v roce 1831 polární badatel James Clark Ross (1800–1862). Dostal se do těsné blízkosti magnetického pólu, který tenkrát byl na západním pobřeží ostrova Boothia Penninsula v severní Kanadě. Další významné zjištění polohy magnetického pólu pochází od cestovatele Roalda Amundsena, který se v roce 1903 vydal z Norska tzv. severozápadní cestou a určil polohu pólu. Po druhé světové válce se určením přesné polohy magnetického pólu zabývali kanadští vědci Paul Serson a Jack Clark. Magnetický pól tehdy našli na ostrově Prince z Walesu u jezera Allen Lake. Další pozorování kanadských vědců z let 1962, 1973 a 1994 ukázala, že se střední poloha pólu přesunuje k severu rychlostí 10 kilometrů za rok. Z měření v posledních deseti letech vyplynula dokonce hodnota pohybu pólu 15 kilometrů za rok, což je 1 500 kilometrů za století! Ve všech měřeních jde o střední polohu

magnetického pólu Země. Magnetický pól na povrchu Země v průběhu dne opisuje nepravidelnou elipsu, která mění polohu pólu až o 80 kilometrů. Je to způsobeno zejména interakcí zemského magnetického pole se slunečním větrem.

Sluneční vítr je proud nabitých částic ze Slunce, které zaplavují celou sluneční soustavu. Zejména jde o protony, elektrony a alfa částice (jádra hélia). Typická rychlost částic u Země je kolem 500 km/s. Částice vstupující v polárním směru mají vyšší rychlost (přibližně 750 km/s) a nazýváme je rychlý sluneční vítr. Sluneční vítr objevil

anglický astronom Richard Carrington v roce 1859, kdy bylo za půl dne po sluneční erupci narušeno magnetické pole Země. Pokud se výrazně posune magnetický pól, přijde Aljaška o jeden ze svých největších fenoménů – **polární záři**, kdy Slunce vyvrhne do meziplanetárního prostoru řadu elektricky nabitých, okem neviditelných, částic. Nabité částice, které proniknou až do zemského magnetického pole, jsou tímto polem vychylovány ze směru letu. Narážejí přitom do atomů a molekul, ze kterých se skládá vzduch, a tím vzniká světlo různých barev. Protože nejsilnější magnetické pole je v okolí pólů, je tento jev nejlépe pozorovatelný právě v této oblasti, proto získal název „polární záře“.



Sluneční erupce



Polární záře

Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“)

VYBERTE JEDNU SPRÁVNOU ODPOVĚĎ ZE ČTYŘ NABÍDNUTÝCH

1. Směr síly působící na přímý vodič s proudem v homogenním magnetickém poli lze určit:

- A) Lenzovým pravidlem
- B) Flemingovým pravidlem levé ruky
- C) Ampérovým pravidlem levé ruky
- D) Ampérovým pravidlem pravé ruky

2. V homogenním magnetickém poli jsou magnetické indukční čáry:

- A) rovnoběžné přímky
- B) různoběžné křivky
- C) soustředné kružnice
- D) křivky se stejnou vzdáleností od sebe

3. Na přímý vodič s proudem I působí v magnetickém poli síla F_m , pro jejíž velikost platí:

- A) nezávisí na orientaci vodiče
- B) je nepřímo úměrná velikosti proudu procházejícího vodičem
- C) je přímo úměrná velikosti magnetické indukce
- D) je nepřímo úměrná velikosti magnetické indukce

4. Poloměr kruhové trajektorie nabitě částice, která vletne do magnetického pole kolmo na směr magnetických indukčních čar je:

- A) přímo úměrný náboji
- B) nepřímo úměrný magnetické indukci
- C) nepřímo úměrný rychlosti částice
- D) nezávisí na hmotnosti částice

5. Velikost magnetické indukce magnetického pole solenoidu (dlouhé cívky) je:

- A) přímo úměrná proudu cívky
- B) nepřímo úměrná hustotě závitů
- C) přímo úměrná délce cívky
- D) nepřímo úměrná permeabilitě

VYBERTE DVĚ SPRÁVNÉ ODPOVĚDI ZE ŠESTI NABÍDNUTÝCH

1. Magnetické pole elektrického proudu:

- A) se dá prokázat magnetkou umístěnou v blízkosti vodiče, kdy v závislosti na velikosti proudu se mění výchylka magnetky
- B) způsobí mezi dvěma rovnoběžnými přímými vodiči silové působení, projevující se přitažlivými případně odpuzivými účinky
- C) můžeme stanovit Flemingovým pravidlem pravé ruky
- D) je charakterizováno indukčními čarami začínajícími na kladných pólech (severních) a končícími na záporných (jižních)
- E) vyvolává magnetickou indukci, jejíž velikost závisí jen na velikosti proudu, délce vodiče a úhlu, který svírá vodič protékaný proudem s indukčními čarami
- F) procházejícího přímým vodičem je charakterizováno magnetickými indukčními čarami rovnoběžnými s vodičem

2. Dva přímé rovnoběžné vodiče protékané proudy na sebe navzájem působí magnetickou silou:

- A) která přitahuje dva rovnoběžné přímé vodiče protékané proudy opačného směru
- B) která je přímo úměrná druhé mocnině proudů protékajících vodiči
- C) která je nepřímo úměrná permeabilitě
- D) na této skutečnosti je založena definice jednotky proudu – ampér
- E) přímo úměrnou délce vodiče, na který působí magnetické pole celého druhého vodiče
- F) která je přímo úměrná průměru vodičů

ODPOVĚZTE

- Vyslovte *Flemingovo pravidlo levé ruky*.
- K čemu můžeme použít *Ampérovu pravidlo pravé ruky*?
- Co je *solenoid*?

PŘÍKLADY

1. Přímý vodič délky 0,4 m je umístěn v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 0,08 T. Vodičem prochází proud 2 A. Jak velká magnetická síla působí na vodič, je-li kolmý ke směru indukčních čar?

$$[F = 0,064 \text{ N}]$$

2. Přímý vodič délky 0,4 m je umístěn v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci 0,08 T. Vodičem prochází proud 2 A. Jak velká magnetická síla působí na vodič, svírá-li se směrem indukčních čar úhel 30°?

$$[F = 0,032 \text{ N}]$$

3. Dvěma rovnoběžnými velmi dlouhými vodiči procházejí stejné proudy I stejným směrem. Vzájemná vzdálenost vodičů je $d = 0,1$ m. Na úsek vodiče délky l působí síla o velikosti 0,04 N. Jak velká síla působí na daný úsek vodiče, zmenší-li se vzdálenost mezi vodiči na 0,05 m?

$$[F = 0,08 \text{ N}]$$

4. Jaká je vzájemná vzdálenost dvou vodičů trolejového vedení, jestliže v okamžiku krátkého spojení jimi protékal proud 20 kA a část vodiče o délce 10 m byla utržena silou 3 kN? (permeabilita vakua $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$).

$$[d = 0,26 \text{ m}]$$

5. Jakou silou působí magnetické pole s indukci 0,2 T na elektron, který se pohybuje rychlostí $10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ kolmo k indukčním čarám? (Elektrický náboj elektronu je $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).

$$[F = 0,32 \cdot 10^{-15} \text{ N}]$$

6. Do homogenního magnetického pole o indukci 0,005 T vletne kolmo k indukčním čarám elektron rychlostí $2 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Elektrický náboj elektronu je $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, jeho hmotnost $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Jaký poloměr má kružnice, po níž se elektron v magnetickém poli pohybuje? [$r = 0,0275 \text{ m}$]
7. Solenoid o délce 20 cm má 200 závitů a protéká jím ve vakuu proud 0,2 A. Jakou hodnotu bude mít magnetická indukce uprostřed solenoidu v jeho polovině? [$2,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$]
8. Uvnitř cívky relé se vzduchovým jádrem je magnetická indukce 0,005 T. Cívkou prochází proud 0,1 A. Vypočítejte hustotu závitů cívky. [asi 400 závitů/cm]
9. Určete relativní permeabilitu jádra, které bylo zasunuto do cívky s magnetickou indukcí 0,002 T, jestliže při nezměněném proudu vzrostla indukce uvnitř cívky na 1 T. [$\mu_r = 500$]
10. Kolik závitů má anténní cívka se vzduchovým jádrem o délce 0,05 m, kterou protéká proud 0,01 A, je-li magnetická indukce $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$? [100 závitů]
11. Cívkou o indukčnosti 0,2 H prochází proud 3 A. Jaký magnetický indukční tok prochází cívkou? [$\Phi = 0,6 \text{ Wb}$]
12. Určete magnetický indukční tok, který protéká plochou 30 cm^2 , při magnetické indukci 2,5 mT. Magnetické čáry jsou kolmé na plochu. [$\Phi = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$]
13. Jaká je magnetická indukce, jestliže kruhovým závitem s poloměrem 0,1 m prochází indukční tok $4 \cdot 10^{-2} \text{ Wb}$. Závít je kolmý na indukční čáry. [$B = 1,27 \text{ T}$]
14. Vypočítejte magnetický indukční tok obdélníkovým závitem s rozměry stran $a = 0,1 \text{ m}$ a $b = 0,2 \text{ m}$ v magnetickém poli o indukci 2 T, jestliže rovina závitu svírá se směrem indukce úhel 30° . [$\Phi = 0,02 \text{ Wb}$]

3.5 MAGNETICKÉ POLE V LÁTKOVÉM PROSTŘEDÍ

1. Intenzita magnetického pole

Pro vektorový popis magnetického pole jsou zavedeny vektory:

\vec{B} magnetická indukce,

\vec{H} intenzita magnetického pole.

Z fyzikálního hlediska mají obdobný význam \vec{E} a \vec{B} (nikoliv \vec{B} a \vec{D}), pomocí nichž vyjadřujeme síly působící v elektrických a magnetických polích na elektrické náboje (viz vztah pro Lorentzovu sílu).

Ve vakuu je intenzita magnetického pole definovaná vztahem

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}. \quad (3.34)$$

Význam této veličiny vynikne zejména při studiu magnetického pole v látkovém prostředí.

pro intenzitu magnetického pole v dutině solenoidu dostaneme

$$\vec{H} = \vec{i} \frac{NI}{l}. \quad (3.35)$$

Z tohoto vztahu vyplývá jednotka pro H **ampér na metr** ($1 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$).

Obdobně jako byly definovány magnetické indukční čáry, lze pro názorné zobrazení vektorového pole intenzity H definovat obdobné křivky – **magnetické siločáry** (orientované prostorové křivky, jejíž souhlasně orientovaná tečna v kterémkoliv jejím bodě má směr vektoru intenzity magnetického pole \vec{H}).

2. Vliv látkového prostředí na magnetické pole

Každá látka je schopna se ve vnějším magnetickém poli magnetizovat, tj. získat nenulový makroskopický magnetický moment, čímž se stává zdrojem magnetického pole o magnetické indukci \vec{B}_1 .

\vec{B}_1 se skládá s magnetickým polem \vec{B}_0 od vodičů s proudem

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1. \quad (3.36)$$

První vysvětlení podal Ampér – existence uzavřených proudů v látce.

Hypotéza **molekulárních proudů** – magnetický stav látky se zachovává i při dělení na menší částice.

Pohybem elektronů kolem jader atomů vznikají v molekulách kruhové elektrické proudy, které jsou zdrojem magnetického pole a přísluší jim určitý magnetický moment \vec{m}_{ai} (Ampérův magnetický moment atomu nebo molekuly).

Bez vnějšího pole jsou tyto momenty orientovány chaoticky $\Rightarrow \vec{B}_1 = 0$ a výsledný magnetický moment makroskopického objemu ΔV je roven nule:

$$\Delta \vec{m}_1 = \sum_{\Delta V} \vec{m}_{ai} = 0.$$

Působením vnějšího magnetického pole se magnetické momenty molekul \vec{m}_{ai} orientují do jednoho směru a výsledný magnetický moment je nenulový a magnetické pole $\vec{B}_1 \neq 0$.

Podle současných představ je magnetický moment atomů dán vektorovým součtem orbitálních a spinových magnetických momentů elektronů v elektronových obalech atomů (kvantová fyzika).

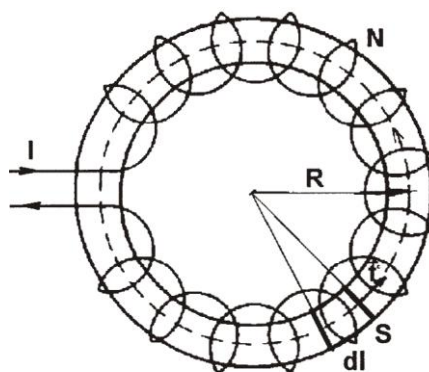
Ampérova představa se stále používá pro popis magnetického pole v látce.

3. Magnetická polarizace a magnetizace

Pro popis použijeme model látky v magnetickém poli toroidní cívky.

(vázané elektrické náboje vzniklé při polarizaci byly reálné, Ampérovy molekulární proudy jsou modelem).

Uvažujme hustě navinuto toroidní cívku (ve vakuu nebo ve vzduchu) o N závitů, kterou prochází proud I (obrázek) – **proud přístupný**.



Velikost magnetické indukce v místě střední indukční čáry

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{l} = \mu_0 H.$$

Vyplněním dutiny cívky látkou se magnetická indukce změní

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{B}_1. \quad (3.37)$$

Podobně jako v případě polarizace dielektrika byl zaveden \vec{P}_e , zavedeme v případě magnetizace látky **vektor magnetizace** \vec{M} (součet všech Ampérových magnetických momentů molekulárních proudů v jednotkovém objemu látky ΔV)

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{m}_{ai}}{\Delta V}. \quad (3.38)$$

Uvažujeme-li Coulombův magnetický moment \vec{m}_{ci} molekulárního proudu atomu nebo molekuly

$$\vec{m}_{ci} = \mu_0 \vec{m}_{ai},$$

můžeme obdobně jako v případě vektoru magnetizace definovat **vektor magnetické polarizace**

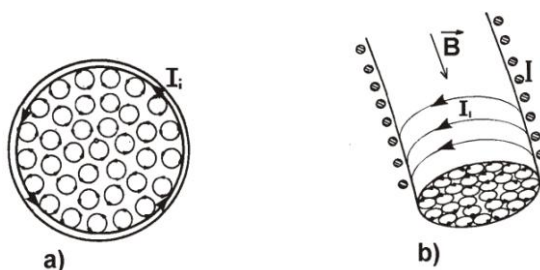
$$\vec{P}_m = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{m}_{ci}}{\Delta V} = \mu_0 \vec{M}. \quad (3.39)$$

Jednotkou magnetizace je $A \cdot m^{-1}$ (stejná jednotka jako pro intenzitu magnetického pole) a jednotkou magnetické polarizace je 1 T (tesla – stejná jednotka jako magnetická indukce). Tedy

$$[M] = [H] = A \cdot m^{-1}, \quad [P_m] = [B] = T.$$

Pro další úvahy nahradíme výsledné magnetické pole molekulárních proudů **makroskopickým nepřístupným (vázaným, povrchovým) proudem** I_i (proud procházející pod závitů cívky na povrchu látky a vyvolává stejnou indukci \vec{B}_i jako molekulární proudy) – obrázek:

$$\vec{B}_i = \mu_0 \frac{NI}{l}. \quad (3.40)$$



Magnetické pole v toroidní cívce

$$\vec{B} = \vec{t}_0 \mu_0 \frac{NI}{l} + \vec{t}_0 \mu_0 \frac{NI_i}{l},$$

kde \vec{t}_0 je jednotkový vektor tečny ke střední indukční čáře v toroidní cívce,

I proud jejím vinutím,

I_i povrchový (nepřístupný) proud na povrchu látky.

Vztah mezi \vec{B}_i a \vec{P}_m nebo \vec{M} .

Označme:

$\vec{S} = S \vec{t}_0$ vektor plochy kolmého průřezu toroidní cívky,

Δl elementární úsek,

$\left(\frac{N}{l}\right) \Delta l$ počet závitů povrchových proudů I_i ,

$I_i \vec{S}$ Ampérův magnetický moment každého závitu,

Celkový Ampérův magnetický moment látkového prostředí v Δl toroidní cívky

$$\Delta \vec{m}_A = \sum_{\Delta V} \vec{m}_{ai}.$$

Podle (3.38) dostaneme pro \vec{M}

$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{m}_A}{\Delta V} = \frac{NI_i}{l} \vec{t}_0$$

a vektor magnetické polarizace

$$\vec{P}_m = \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \frac{NI_i}{l} \vec{t}_0 = \vec{B}_i \vec{t}_0. \quad (3.41)$$

Porovnáním (3.41) a (3.40) vektor magnetické polarizace \vec{P}_m je roven magnetické indukci \vec{B}_i magnetického pole molekulárních proudů

$$\vec{B}_i = \vec{P}_m = \mu_0 \vec{M}. \quad (3.42)$$

4. Popis magnetického pole v látkovém prostředí

Magnetickou indukci \vec{B} v látce můžeme vyjádřit

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{P}_m = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}). \quad (3.43)$$

Při vyplnění dutiny cívky látkou se intenzita magnetického pole v toroidní cívce \vec{H} nezmění, změní se jen \vec{B} .

Jiná situace nastane v případě válečků, tyčinek, koulí apod., které budou vloženy do dutiny cívky. V tomto případě \vec{H} v látce se odlišuje od \vec{H}_0 intenzity vnějšího magnetického pole.

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_D, \quad (3.44)$$

kde \vec{H}_D je **intenzita demagnetizačního pole** působící proti vnějšímu magnetickému poli, a platí

$$|\vec{H}| \leq |\vec{H}_0|.$$

Pro vzorky typu elipsoidu, koule, desky a dlouhé tyče (uvnitř je pole homogenní)

$$\vec{H}_D = -D \vec{M}, \quad (3.45)$$

kde D je **demagnetizační faktor**. (koule $D = 1/3$, deska kolmá na indukční čáry $D = 1$, dlouhá tyč rovnoběžná s indukčními čarami $D = 0$).

\vec{P}_m a \vec{M} charakterizují stupeň uspořádání magnetických momentů $\vec{m}_{ai} \Rightarrow$ charakterizují stupeň magnetizace látky.

Pro lineární magnetika

$$\vec{M} = \kappa_m \vec{H} \text{ a tedy } \vec{P}_m = \mu_0 \kappa_m \vec{H}, \quad (3.46)$$

kde κ_m je **magnetická susceptibilita** (bezrozměrná veličina, pro vakuum 0).

Vyjádříme-li magnetickou susceptibilitu z (3.46) a s přihlédnutím k (3.42) lze psát

$$|\kappa_m| = \frac{|\vec{P}_m|}{\mu_0 |\vec{H}|} = \frac{B_i}{\mu_0 |\vec{H}|},$$

nebo pro toroidní cívku

$$|\kappa_m| = \frac{B_i}{B_0},$$

kde B_0 je velikost magnetické indukce vnějšího magnetického pole.

Dosazením za magnetizaci \vec{M} z (3.46) do (3.43), dostaneme vztah pro magnetickou indukci \vec{B} v látkovém prostředí

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \kappa_m \vec{H} = \mu_0 \underbrace{(1 + \kappa_m)}_{\mu_r} \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}, \quad (3.47)$$

kde veličina $\mu_r = 1 + \kappa_m$ je tzv. **relativní permeabilita** prostředí (bezrozměrná veličina).

Magnetická indukce \vec{B} v látkovém prostředí je μ_r -krát větší než ve vakuu \vec{B}_0 .

Permeabilita prostředí $\mu = \mu_0 \mu_r$.

U anizotropních látek \vec{P}_m nemá obecně stejný směr jako \vec{H} . Proto $\hat{\kappa}_m$ je tenzorem magnetické susceptibility.

5. Magnetické vlastnosti látek

Látky silně magnetické,

Látky slabě magnetické

- slabě vtahovány do magnetického pole ($\kappa_m > 0$),
- slabě vypuzovány z magnetického pole ($\kappa_m < 0$)

Parametrem pro rozdělení látek podle jejich magnetických vlastností je κ_m nebo μ_r .

Látky paramagnetické $\kappa_m > 0, \mu_r > 1,$

Látky diamagnetické $\kappa_m < 0, \mu_r < 1,$

Látky feromagnetické $\kappa_m \gg 0, \text{ tj. } \mu_r \gg 1.$

Tabulka 3.1

Paramagnetika		Diamagnetika	
$\kappa_m \cdot 10^6$		$\kappa_m \cdot 10^6$	
vzduch	0,37	dusík	- 0,004
kyslík	1,80	helium	- 0,017
hliník	20,70	ethylakohol	- 7,400
chrom	310,00	voda	- 9,048
chlorid nikelnatý	1 100,00	měď	- 9,700
kapalný kyslík	3 600,00	bismut	- 175,00

Feromagnetické látky se obvykle charakterizují relativní permeabilitou μ_r , která však není konstantní a značně závisí na intenzitě magnetického pole v látce (udává se počáteční relativní permeabilita pro $H \rightarrow 0$. Dosahuje hodnot 10^3 až 10^5 i více.

a) Látky diamagnetické

atomy nebo molekuly diamagnetických látek mají bez přítomnosti vnějšího magnetického pole *nulový magnetický moment* (elektrony jsou spárovány a jejich magnetické momenty jsou vzájemně vykompenzovány), $\vec{B}_0 = 0, \vec{m}_{ai} = 0, \Delta\vec{m}_i = 0$.

Působením vnějšího pole získá každý elektron *indukovaný magnetický moment*, orientovaný proti vnějšímu poli.

b) Látky paramagnetické

atomy nebo molekuly mají *vlastní nenulový magnetický moment*.

Bez vnějšího magnetického pole chaoticky orientované magnetické momenty mají

$$\sum_{\Delta V} \vec{m}_{ai} = \Delta\vec{m}_i = 0.$$

Ve vnějším poli dojde k částečnému uspořádání do směru \vec{B}_0 (uspořádání je narušeno tepelným pohybem molekul).

κ_m paramagnetických látek závisí na T

$$\kappa_m = \frac{C}{T}, \quad (3.49)$$

C je tzv. Curieova konstanta (objevená P. Curiem).

Poznámka:

Magnetická polarizace \vec{P}_m ve slabých magnetických polích je při dané teplotě lineární funkcí \vec{H} .

c) Feromagnetické látky

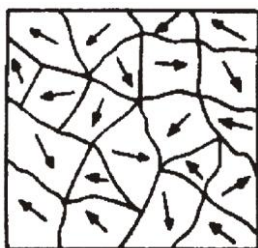
Skupina silně magnetických látek (Fe, Ni, Co, Gd,...). Odlišnosti oproti předchozím:

- velké hodnoty κ_m, μ_r již ve slabých magnetických polích $\vec{B} \gg \vec{B}_0$,
- κ_m, μ_r nejsou konstantní, ale obecně *nelineární* funkcí intenzity \vec{H} (potom i \vec{P}_m závisí nelineárně na \vec{H}),
- feromagnetické látky dosahují *nasyčeného stavu* již ve slabých magnetických polích,
- magnetická susceptibilita feromagnetické látky závisí na \vec{H} i na předchozím magnetování látky – jeví *hysterezi*,

- κ_m závisí na teplotě látky. Pro každou feromagnetickou látku existuje tzv. **Curieova teplota** T_C , při jejímž překročení se stává látka paramagnetickou (Fe – $T_C = 769\text{ }^\circ\text{C}$, Ni – $T_C = 358\text{ }^\circ\text{C}$). V paramagnetické oblasti platí pro κ_m **Curieův-Weissův zákon**

$$\kappa_m = \frac{C}{T - T_p},$$

který platí pro $T \gg T_C$. T_p je tzv. paramagnetická Curieova teplota (několik desítek stupňů vyšší než T_C).



Domény – malé spontánně zmagnetované oblasti ve feromagnetické látce (obrázek).

Objem domén 10^{-3} mm^3 až jednotky mm^3 .

Zahřátím nad T_C se doménová struktura zruší (není-li látka v magnetickém poli – látka je odmagnetovaná).

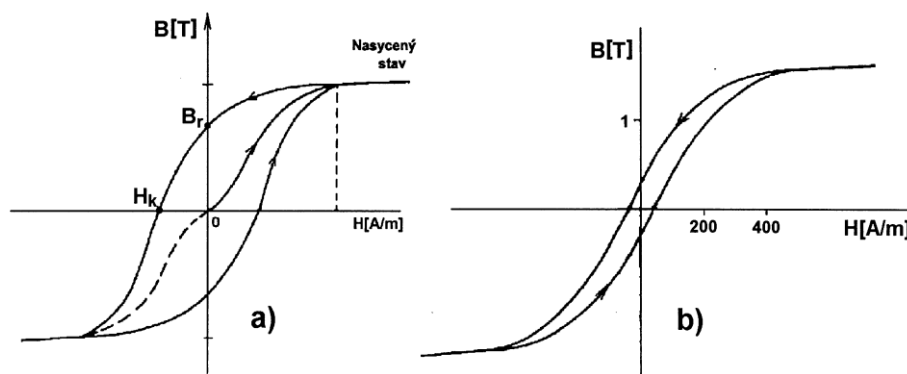
Magnetická hystereze

Vložení odmagnetované feromagnetické látky do magnetického pole o \vec{H} : $M = f(H)$, $B = f(H)$ (viz obrázek) a dojde k nevratným změnám v orientaci domén.

- **křivka prvotní magnetizace**,
- **nasycený stav**,
- **hysterezní křivka**,
- **remanentní magnetická indukce** (pro $H = 0$, $B = B_r$),
- **koercitivní intenzita** (změna směru při $B = 0$, $H = H_k$).

Celý cyklus – **hysterezní smyčka feromagnetika**.

Tvar hysterezní smyčky



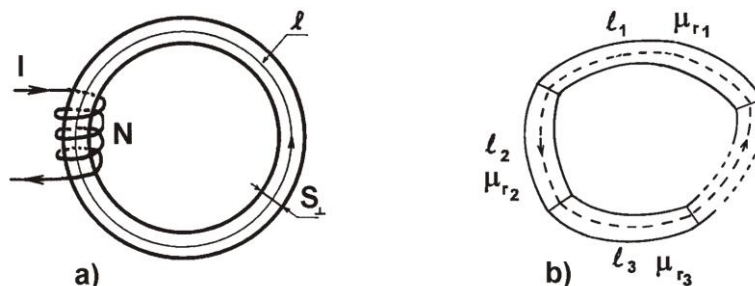
Velikost plochy – práce potřebná na přemagnetování jednotkového objemu magnetika (1 cyklus)

- **Magneticky tvrdé látky** – široká hysterezní smyčka (permanентní magnety).
- **Magneticky měkké látky** – úzká hysterezní smyčka – obrázek b (jádra transformátorů, tlumivek, kotvy elektromotorů ...).

3.6 MAGNETICKÝ OBVOD

Magnetické indukční trubice (uzavřené útvary, jejichž povrch je tvořen magnetickými indukčními čarami). Jejím kolmým průřezem prochází stejný indukční tok Φ_m .

V praxi bývá magnetická indukční trubice vyplněna látkami s vysokými hodnotami μ_r .



Příklad: cívka navinutá na prstencovém jádře z feromagnetického materiálu.

l – délka střední indukční čáry.

$\Phi_m = BS_{\perp}$ – magnetický indukční tok trubicí (pro homogenní magnetické pole).

Podle Ampérova zákona celkového proudu v látkovém prostředí

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \mu_r I_{\text{celk.}} \quad (3.51)$$

Vydělením $\mu_0 \mu_r$

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{celk.}} = NI, \quad (3.52)$$

kde $I_{\text{celk.}} = NI$ je proud ve vinutí cívky, který N -krát projde uvažovanou plochou.

Analogie se stacionárním elektrickým polem $\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_e$

Magnetomotorické napětí

$$\mathcal{M} = \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{celk.}} = NI. \quad (3.53)$$

Při integraci po indukční čáře l je $\vec{H} \uparrow \uparrow d\vec{l}$, tedy $\vec{H} \cdot d\vec{l} = H dl$.

Úpravou $\Phi_m = B \cdot S_{\perp} = \mu_0 \mu_r H S_{\perp}$

$$H = \Phi_m \frac{1}{\mu_0 \mu_r S_{\perp}}.$$

Dosazením do (3.53)

$$\mathcal{M} = \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \Phi_m \oint_l \frac{dl}{\mu_0 \mu_r S_{\perp}}. \quad (3.54)$$

Integrál má analogický tvar jako vztah pro elektrický odpor vodiče.

Magnetický odpor obvodu

$$\mathcal{M} = \Phi_m R_m. \quad (3.55)$$

Hopkinsův zákon – magnetomotorické napětí v magnetickém obvodu je rovno magnetickému indukčnímu toku násobeného magnetickým odporem obvodu.

Je-li S_{\perp} konstantní (S_{\perp} není funkcí l)

$$R_m = \frac{1}{\mu_0 \mu_r S_{\perp}} \oint_l dl = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{l}{S_{\perp}}. \quad (3.56)$$

Bude-li magnetická indukční trubice procházet různými látkovými prostředími o $\mu_{r1}, \mu_{r2}, \dots, \mu_{rn}$ (obr.3.19b) pak vzhledem k tomu, že Φ_m je v libovolném místě trubice konstantní lze psát:

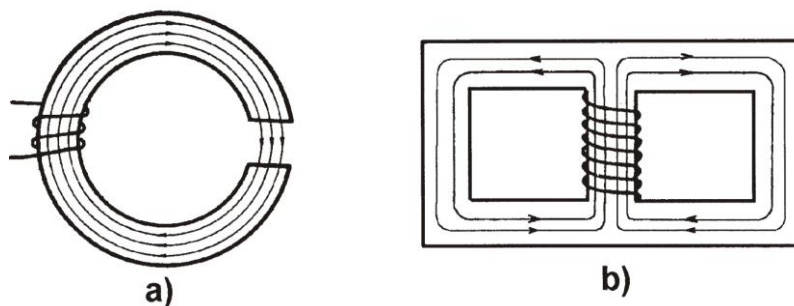
$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{l_1} H_1 dl + \int_{l_2} H_2 dl + \dots + \int_{l_n} H_n dl = \\ \Phi_m &\left[\int_{l_1} \frac{1}{\mu_0 \mu_{r1}} \frac{dl}{S_{\perp}} + \int_{l_2} \frac{1}{\mu_0 \mu_{r2}} \frac{dl}{S_{\perp}} + \dots + \int_{l_n} \frac{1}{\mu_0 \mu_{rn}} \frac{dl}{S_{\perp}} \right] = \Phi_m [R_{m1} + R_{m2} + \dots + R_{mn}]. \end{aligned}$$

V případě, že magnetický indukční tok prochází postupně různými látkovými prostředími (obdobu zapojení rezistorů v sérii),

je celkový magnetický odpor obvodu

$$R_m = R_{m1} + R_{m2} + \dots + R_{mn}. \quad (3.57)$$

Příklad sériového řazení magnetických odporů, viz obrázek a.



Prstencové jádro z feromagnetického materiálu je přerušeno vzduchovou mezerou ($\mu_{ij} \gg 1, \mu_{rv} \approx 1$), bude $R_{mv} \gg R_{mj}$.

Při konstantním $\mathcal{M} = NI$ se musí podle Hopkinsonova zákona snížit Φ_m .

Toho se využívá u některých tlumivek a nízkofrekvenčních transformátorů, kde magnetizačním vinutím prochází jak střídavý, tak i stejnosměrný proud. Vytvořením malé vzduchové mezery se dosáhne, že trafo pracuje mimo oblast nasycení.

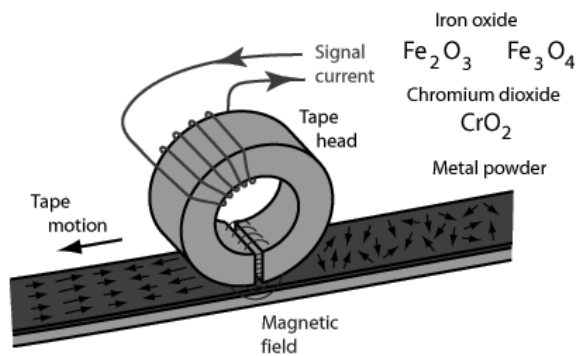
Případ na obrázek b ukazuje na paralelní spojení magnetických obvodů, kdy Φ_m se rozdělí do dvou větví.

Paralelní zapojení rezistorů:

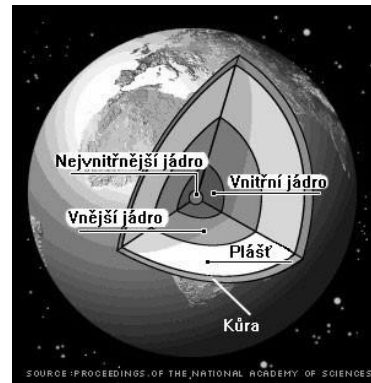
$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_{m1}} + \frac{1}{R_{m2}} + \dots \quad (3.58)$$

Fyzika, technika, příroda

Magnetický záznam signálů a dat v nahrávacím zařízení je realizován zmagnetizováním povrchu nosiče dat (pásky nebo diskety) proměnným magnetickým polem cívky. Povrch je pokrytý feromagnetickým materiálem. Ve čtecím zařízení změny magnetického pole na nosiči, v důsledku magnetické indukce, vyvolávají změny proudu ve vinutí cívky a tím umožní přečtení informace na nosiči. Také platební karty jsou opatřeny magnetickým pruhem, který se nanáší na plastovou podložku. Obsahuje informace o účtu a jejím majiteli. Pozor: Údaje můžete poškodit či zcela znehodnotit, pokud tato média uložíte do blízkosti silného magnetu.



Magnetický záznam zvuku na pásek



Magnetické pole Země

Magnetické pole Země se vytváří v jejím vnějším jádře. Nad jádrem je plášť a těsně pod povrchem Země je tenká kůra. Jádro se skládá ze dvou částí – z vnitřního jádérka, které je tuhé a má průměr asi 1 200 kilometrů. Vnější jádro je tekuté. Jedná se o roztavené železo a nikl spolu s dalšími látkami. Teplota vnějšího jádra je asi 4000 K při vysokém tlaku. Hmotnost se v této vrstvě pohybuje, vytváří se elektrický proud a následně magnetické pole. Toto pole má v blízkosti Země dipólový charakter. Magnetické póly Země nejsou totožné s geografickými póly a navíc se pomalu pohybují. Proces je velmi dynamický a je obtížné ho popsat. Sklon osy magnetických pólů se dosti odlišuje od osy rotace Země.

Zobrazení magnetickou rezonancí (MRI). Extrémně silná magnetická pole se využívají u diagnostické metody, kterou nazýváme zobrazení magnetickou rezonancí (*Magnetic Resonance Imaging*). Jedná se o moderní vyšetřovací metodu, určenou zejména pro vyšetření mozku a míchy. Přístroj vytváří silné magnetické pole, ovlivňující pohyb protonů vodíku, které jsou součástí každé tkáně či buňky. Lidské tělo je z 60 % tvořeno vodou, přitom každá tkáň má jiný obsah vody, což ovlivňuje její zobrazení na výstupu přístroje. Přístroj zaznamenává signály z chování protonů vodíku v magnetickém a radiofrekvenčním poli a zpracovává údaje pomocí výpočetní techniky. Výsledkem je obraz v mnoha ohledech přesnější než CT obraz (pořízený počítačovým tomografem – CT). Výborné rozlišení dosahuje u měkkých tkání, čímž se liší právě od rentgenové diagnostiky.



Mozek zobrazený MRI



Portál MRI skeneru

MRI vyšetření je výhodné zejména proto, že kromě kvalitního obrazu nedochází k radiační zátěži pacienta (srovnej CT a expozici rentgenovým zářením). Nevýhodou je, že nesmíte mít u sebe žádný kovový předmět (včetně kardiostimulátoru, kloubní náhrady apod.), na který by působilo velmi silné magnetické pole supravodivého magnetu, který je v portálu skeneru MRI.



Jeřáb s elektromagnetem na šrot

Zařízení, která využívají elektrický proud a jím vytvářené magnetické pole, jsme označili jako **elektromagnety**. Silné elektromagnety se používají k přenášení těžkých kovových bloků v továrnách nebo šrotu na skládkách. Používá se k tomu speciální elektromagnet v podobě zvonce.

Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“.)

VYBERTE JEDNU SPRÁVNOU ODPOVĚĎ ZE ČTYŘ NABÍDNUTÝCH

1. Magnetické domény jsou mikroskopické oblasti v látce, v nichž se magnetické momenty:

- A) orientují stejně
- B) jsou navzájem kolmé
- C) orientují navzájem nezávisle
- D) orientují opačně

2. Relativní permeabilita feromagnetických látek:

- A) je pro danou feromagnetickou látku konstantní
- B) nezávisí na velikosti intenzity magnetického pole v látce
- C) je srovnatelná s permeabilitou vakua
- D) závisí na velikosti intenzity magnetického pole v látce

VYBERTE DVĚ SPRÁVNÉ ODPOVĚDI ZE ŠESTI NABÍDNUTÝCH

1. Pro magnetické vlastnosti látek platí následující tvrzení:

- A) magnetický moment atomu je dán pouze spinovým magnetickým momentem elektronu,
- B) diamagnetické látky mírně zesilují magnetické pole (jejich relativní permeabilita je nepatrně větší než 1,
- C) magnetické momenty atomů paramagnetických látek se orientují paralelně s vnějším magnetickým polem,
- D) feromagnetické látky silně zesilují magnetické pole,
- E) ferity jsou diamagnetické látky tvořené sloučeninami oxidů železa,
- F) remanentní magnetická indukce určuje mohutnost magnetického pole permanentního magnetu.

ODPOVĚZTE

- Co vyjadřuje *magnetická hystereze*?
- Jak můžete vytvořit *permanentní magnet*?
- Charakterizujte *látky feromagnetické*.
- Charakterizujte *látky paramagnetické*.
- Charakterizujte *látky diamagnetické*.
- Do které skupiny magnetických látek patří *ferity*?
- Proč se na výrobu trvalých magnetů používají tvrdé oceli a na výrobu jader elektromagnetů měkké železo?

PŘÍKLADY

1. Určete relativní permeabilitu jádra, které bylo zasunuto do cívky s magnetickou indukcí 0,002 T, jestliže při nezměněném proudu vzrostla indukce uvnitř cívky na 1 T. [$\mu_r = 500$]

Kapitola 4 NESTACIONÁRNÍ MAGNETICKÉ POLE

Historie

Michael Faraday (1791 až 1867) byl významný anglický fyzik. Při pokusech s cívkami a permanentními magnety zjistil, že elektrický proud procházející vodičem může vyvolat magnetickou sílu. To že existuje i opačná možnost, aby působení magnetu v dutině cívky vyvolalo elektrický proud, zjistil v roce 1831. Faraday objevil elektromagnetickou indukci a dokázal, že elektrina a magnetismus jsou pouze dva různé projevy jediného jevu — elektromagnetismu. To byl klíčový objev, který dal teoretický základ pro vznik střídavých proudů a byly zkonstruovány všechny generátory, elektromotory a dynamy. Doposud se elektrická energie vyráběla pouze chemickou metodou v bateriích. Faraday ve 40. letech 19. století vytvořil teorii elektromagnetických polí založenou na novém pojmu elektrických a magnetických siločar. Další jeho objevy souvisely s fyzikální chemií. Obohatil odborné názvosloví o důležité pojmy, jako jsou elektroda (anoda, katoda) a ionty. Známe jsou jeho Faradayovy zákony elektrolyzy.



Michael Faraday

4.1 FARADAYŮV ZÁKON ELEKTROMAGNETICKÉ INDUKCE A JEHO APLIKACE

Jevy v elektrických obvodech s časově proměnnými proudy, kdy elektrická i magnetická pole jsou funkcemi času a tvoří *elektromagnetické pole*.

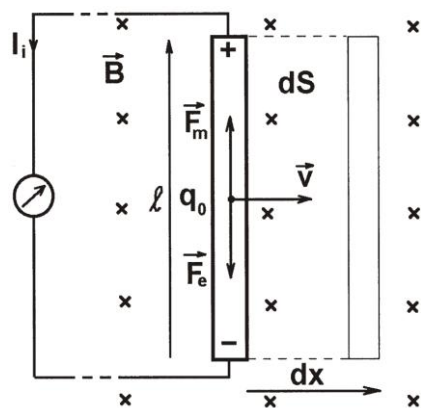
Elektromagnetické rozruchy se šíří podél vodičů rychlostí světla ($3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$).

Kvazistacionární elektromagnetické pole – změny proudu v obvodu natolik pomalé, že jsou ve všech místech obvodu stejné (rozměry elektrického obvodu jsou mnohem menší než vlnová délka elektromagnetického rozruchu)

1. Odvození Faradayova zákona elektromagnetické indukce

1831 ji objevil M. Faraday při pokusech s cívkami a permanentními magnety.

Jev elektromagnetické indukce – každá časová změna Φ_m procházejícího uzavřeným elektrickým obvodem vyvolá v tomto obvodu indukovaný proud.



- Uvažujme přímý vodič délky l , umístěný kolmo k indukčním čarám homogenního magnetického pole o indukci $\vec{B} = -k\vec{B}$.
- Pohyb kolmo k indukčním čarám $\vec{v} = \vec{i}v$ (obrázek).
- Volně pohyblivé nosiče proudu q_0 (pohybují se rychlostí $\vec{v} = \vec{i}v$).
- Magnetická síla působící na nosiče $\vec{F}_m = q_0\vec{v} \times \vec{B}$ (přemístí je k hornímu konci vodiče $\Rightarrow +$, dolní konec – snížení koncentrace nosičů proudu $\Rightarrow -$).

Pole o intenzitě \vec{E}_i podél vodiče bude bránit dalšímu přemísťování nábojů vlivem \vec{F}_m .

Ustálený stav

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_m \Rightarrow q_0\vec{E}_i = -q_0\vec{v} \times \vec{B}.$$

Odtud

$$\vec{E}_i = -\vec{v} \times \vec{B}.$$

Pomocí \vec{E}_i vypočítáme U_i (předpoklad: \vec{v} a \vec{B} jsou konstantní)

$$U_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\int_l (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = -(\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l} = -vlB.$$

Rychlost vodiče $v = \frac{dx}{dt}$, plocha opsaná vodičem za čas dt : $dx \cdot l = dS$, potom dostaneme

$$U_i = -\frac{dxl}{dt} B = -\frac{dS}{dt} B.$$

$dS \cdot B = \Phi_m$ magnetický indukční tok plochou dS za čas dt , tedy

$$U_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (4.1)$$

Faradayův Zákon elektromagnetické indukce v integrálním tvaru.

Vysvětlení záporného znaménka – *Lenzovo pravidlo*:

Směr indukovaného proudu v obvodu je vždy takový, že se svým magnetickým polem snaží zabránit změnám magnetického indukčního toku, které jej vyvolávají.

Zákon elektromagnetické indukce v diferenciálním tvaru:

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

S využitím Stokesovy věty:

$$\int_s \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Na pravé straně jsou integrály stejného typu, můžeme porovnat integrandy

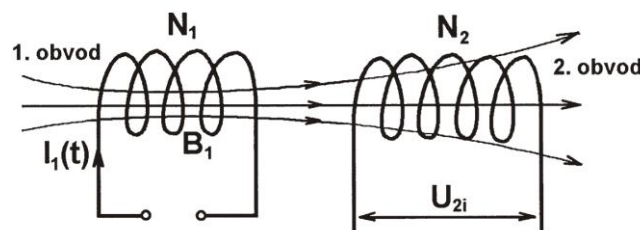
$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (4.2)$$

Indukované elektrické pole je *vírové* (jeho siločáry jsou uzavřené).

Změna magnetického pole vyvolává pole elektrické, obě pole spolu vzájemně souvisejí a nelze je proto studovat odděleně.

2. Vzájemná indukce (jev)

Vznik indukovaného elektromotorického napětí v jiném obvodu způsobený časově proměnným magnetickým polem v okolí prvního obvodu.



Uvažujme:

- dva obvody (cívky), prvním prochází časově proměnný proud $I_1(t)$ (obrázek),
- počet závitů první cívky N_1 , počet závitů druhé cívky N_2 .

Velikost magnetické indukce v dutině první cívky je

$$B_1 = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 I_1(t)}{l} = k_1 I_1(t).$$

Vně cívky dochází k rozptylu magnetických indukčních čar a část Φ_{m1} bude procházet závitů druhé cívky.

Část Φ_{mk} , který prochází k -tým závitem vyjádříme koeficientem $0 \leq c_k \leq 1$, tedy

$$\Phi_{mk} = c_k B_1 S_k = c_k k_1 I_1(t) S_k,$$

S_k plocha k -tého závitu.

Magnetický indukční tok Φ_{m2} všemi závity druhé cívky

$$\Phi_{m2} = \sum_{k=1}^{N_2} (c_k S_k k_1) I_1(t) = M I_1(t). \quad (4.3)$$

Celkový magnetický indukční tok Φ_{m2} je přímo úměrný okamžité hodnotě proudu $I_1(t)$ v prvním obvodu.

Koeficient M je *koeficient vzájemné indukčnosti (vzájemná indukčnost)*.

Jednotka vzájemné indukčnosti $[M] = \text{Wb} \cdot \text{A}^{-1} = \text{H}$ (henry).

Dosazením Φ_{m2} do zákona elektromagnetické indukce dostaneme pro $U_2(t)$, které se indukuje ve druhém obvodu při změnách $I_1(t)$ v prvním obvodu.

Přenos energie z jednoho obvodu do druhého je zprostředkován magnetickým polem.

Hovoříme o *induktivní vazbě* mezi obvody:

- *těsná vazba* – téměř celý indukční tok prochází druhým obvodem,
- *volná vazba* – prochází jen malá část z celkového indukčního toku.

Příklad:

Těsná indukční vazba u dvou solenoidů (navinutých těsně na feromagnetickém jádře)

Pro všechny závity $c_k = 1$. Průřez jádra S_{\perp} , počet závitů N_1, N_2 .

Magnetický indukční tok k -tým závitem druhého obvodu

$$\Phi_{mk} = B_1 S_{\perp} = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 I_1(t)}{l} S_{\perp}.$$

Celkový magnetický indukční tok

$$\Phi_{m2} = \Phi_{mk} N_2 = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_2}{l} S_{\perp} I_1(t).$$

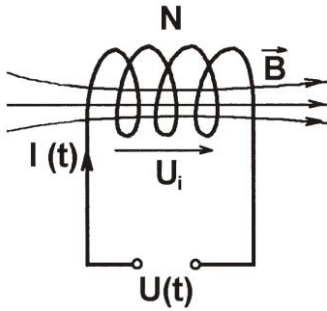
Vzájemná indukčnost

$$M = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 N_2}{l} S_{\perp}. \quad (4.5)$$

3. Vlastní indukce

Změny magnetického indukčního toku vyvolávají ve vlastním obvodu indukované napětí U_i .

Uvažujme cívku, kterou prochází časově proměnný proud $I(t)$ (obrázek).



Magnetický indukční tok $\Phi_{mk}(t)$ k -tým závitem je přímo úměrný $I(t)$ procházejícímu cívkou

$$\Phi_{mk}(t) = c_k I(t).$$

Magnetický indukční tok všemi závity cívky je

$$\Phi_m(t) = \sum_{k=1}^N c_k I(t) = LI(t). \quad (4.6)$$

L je **vlastní indukčnost (indukčnost) cívky**.

Jednotka indukčnosti H (henry).

Změny proudu v cívce vyvolají i změny magnetického indukčního toku.

Vlastní indukcí se v cívce indukuje napětí

$$U_i = -\frac{d\Phi_m(t)}{dt} = -L \frac{dI(t)}{dt}. \quad (4.7)$$

Znaménko "-" vyjadřuje, že indukované napětí působí proti změnám proudu v obvodu.

Magnetická indukce v jednovrstvé toroidní cívce

$$B(t) = \mu_0 \mu_r \frac{NI(t)}{l}.$$

Magnetický indukční tok každým závitem je

$$\Phi_{mk}(t) = B(t)S_{\perp} = \mu_0 \mu_r \frac{NS_{\perp}}{l} I(t),$$

magnetický indukční tok všemi závity

$$\Phi_m(t) = \Phi_{mk}(t)N = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S_{\perp}}{l} I(t).$$

Pro indukčnost toroidní cívky dostaneme

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S_{\perp}}{l}. \quad (4.8)$$

Indukčnost cívky závisí na magnetických vlastnostech jádra (μ_r), geometrickém tvaru cívky (S, l) a roste s N^2 .

Poznámka:

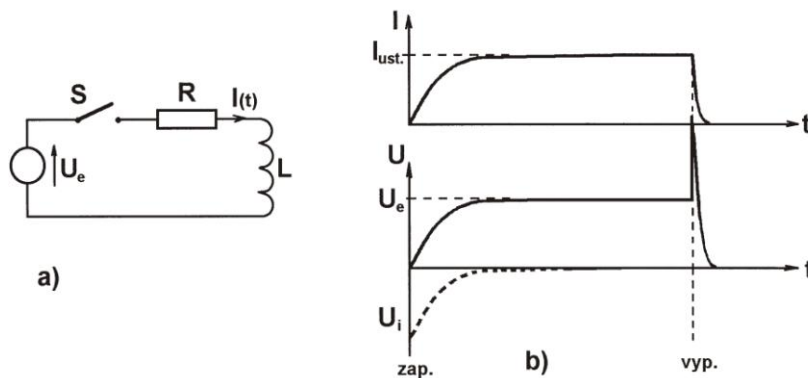


Vinutí cívky má vždy jistý odpor R_L . Reálnou cívkou znázorňujeme jako sériovou kombinaci odporu a ideální indukčnosti L (obrázek).

4. Přechodný děj v obvodu RL při zapnutí a vypnutí zdroje stejnosměrného elektromotorického napětí

Uvažujme obvod znázorněný na obrázku a (do hodnoty R zahrnujeme i odpor vinutí cívky R_L).

Připojením zdroje (U_e) začne procházet časově proměnný proud $I(t)$, který vyvolá $\Phi_m(t)$, a tím i U_i .



Podle 2. Kirchhoffova zákona platí

$$RI(t) = U_e + U_i .$$

Diferenciální rovnice pro proud $I(t)$

$$RI(t) = U_e - L \frac{dI(t)}{dt} , \quad (4.9)$$

kteřou upravíme

$$\frac{dI(t)}{dt} + \frac{R}{L} I(t) = \frac{U_e}{L} . \quad (4.10)$$

Proud $I(t)$ je superpozicí proudu ustáleného $I_{ust.} = \frac{U_e}{R}$ a **proudu přechodného** $i(t)$ (vymizí po určité době, až se magnetický indukční tok ustálí):

$$I(t) = i(t) + I_{ust.} = i(t) + \frac{U_e}{R} . \quad (4.11)$$

Dosazením do (4.10) dostaneme pro přechodný proud $i(t)$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) + \frac{U_e}{L} = \frac{U_e}{L} ,$$

odtud

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} i(t) = 0 .$$

Řešení diferenciální rovnice metodou separace proměnných

$$\frac{di(t)}{dt} = -\frac{R}{L} i(t) \Rightarrow \frac{di(t)}{i(t)} = -\frac{R}{L} dt .$$

Integrací

$$\ln i(t) = -\frac{R}{L} t + \ln K ,$$

odtud

$$i(t) = Ke^{-\frac{R}{L}t}.$$

Pro celkový proud

$$I(t) = Ke^{-\frac{R}{L}t} + \frac{U_e}{R}.$$

Integrační konstanta K:

Počáteční podmínky pro $t=0$ je $I(t) = 0$.

Dosazením do předchozí rovnice

$$0 = K + \frac{U_e}{R} \Rightarrow K = -\frac{U_e}{R}.$$

Proud v obvodu je

$$I(t) = \frac{U_e}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = \frac{U_e}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (4.12)$$

kde $\tau = \frac{L}{R}$ je *časová konstanta* obvodu.

V čase $t = \tau$ je $e^{-1} = 0,37$, takže proud $I(t) = 0,67 I_{ust}$.

V čase $t = 3\tau$ je $e^{-3} = 0,05$, takže proud $I(t) = 0,95 I_{ust}$ (proud se od ustálené hodnoty liší o 5 %)

Indukované napětí v cívce vlivem vlastní indukce je

$$U_i = -L \frac{dI(t)}{dt} = -L \frac{U_e}{R} \left(\frac{R}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = -U_e e^{-\frac{t}{\tau}},$$

a celkové elektromotorické napětí působící v obvodu je

$$U_e + U_i = U_e \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (4.13)$$

Časové průběhy jsou znázorněné na obrázku b.

Při *vypnutí zdroje* U_e proud prudce poklesne na 0 (rychle poklesne Φ_m).

- V cívce se indukuje napěťový impuls,
- vyvolá se jiskření na kontaktech spínače,
- indukované napětí má souhlasnou polaritu jako napětí zdroje EMN.

Využití u induktoru, který přerušováním stejnosměrného proudu v primární cívce vyvolává rychlé změny magnetického indukčního toku v sekundární cívce induktoru, ve kterém se indukují impulzy velmi vysokého napětí.

5. Energie magnetického pole

Část energie dodaná zdrojem dodaná do obvodu na obrázku a se spotřebuje na vytváření magnetického pole v cívce a část na zvýšení vnitřní energie rezistoru (Jouleovo teplo).

Za dobu dt $dW = dW_J + dW_m$.

Užitím vztahu $U_i = RI(t) + L \frac{dI(t)}{dt}$,

po vynásobení výrazem $I(t)dt$ obdržíme

$$U_e I(t)dt = RI^2(t)dt + LI(t)dI(t).$$

- Výraz na levé straně je energie dW dodaná do obvodu zdrojem za čas dt .
- První výraz na pravé straně je energie dW_J spotřebovaná na zvýšení tepla v rezistoru.
- Druhý výraz na pravé straně energie na zvýšení energie magnetického pole v cívce

$$dW_m = LI(t)dI(t).$$

Při nárůstu proudu $I(t)$ na hodnotu I vytvoří se pole o energii

$$W_m = \int_0^I LI(t)dI(t) = \frac{1}{2}LI^2. \quad (4.14)$$

Energie magnetického pole cívky o indukčnosti L , kterou prochází proud I .

Pro případ toroidní cívky

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \frac{N^2}{l} S_{\perp} I^2.$$

Úpravou (čitatele i jmenovatele vynásobíme l) dostaneme

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \frac{N^2 I^2}{l^2} S_{\perp} l = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 V = \frac{1}{2} BHV,$$

kde V je objem prostoru s magnetickým polem, B je magnetická indukce a H je intenzita magnetického pole.

Hustota energie magnetického pole

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}. \quad (4.15)$$

Skalární součin vektorů $\vec{B} \cdot \vec{H}$ zavádíme z důvodu, že v magneticky anizotropních prostředích mohou mít vektory různý směr.

Poznámka:

Hustota energie elektrického pole obdobně

$$w_e = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}.$$

6. Vířivé proudy (Foucaultovy)

Vířivé proudy vznikají v masivních vodičích, pohybujících se v magnetickém poli nebo jsou v klidu v časově proměnném magnetickém poli (vířivé – nelze přesně určit jejich směr).

Účinky vířivých proudů:

- Vodič je brzděn – využití u tlumících systémů měřidel (u rotorů elektromotorů jsou tyto účinky nežádoucí).
- Vodič je zahříván – vysokofrekvenční ohřev (vlození do dutiny cívky protékané vysokofrekvenčním proudem).

Pro potlačení vířivých proudů – skládání vodičů z tenkých izolovaných plechů.

7. Vznik střídavého proudu

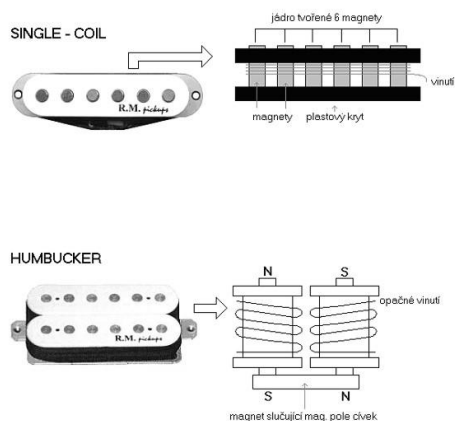
Nejvýznamnější aplikace Faradayova zákona elektromagnetické indukce.

Změna magnetického indukčního toku tím, že se mění směr vektoru plochy závitů \vec{S} vzhledem ke směru vektoru magnetické indukce \vec{B} .

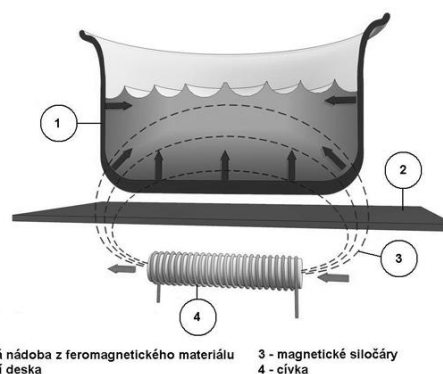
$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS \cos \alpha .$$

Fyzika, technika, příroda

Využití jevu elektromagnetické indukce – **Elektrický kytarový snímač**: Rozkmitáme-li kovovou strunu, dojde ke změně magnetického indukčního toku v jádře cívky kytarového snímače. Indukovaný proud ve vinutí cívky mění svůj směr se stejnou frekvencí jako kmity struny a přenáší tyto kmity do zesilovače a reproduktoru.



Kytarový snímač



Princip indukční varné desky

Varná deska (indukční) Cívka, umístěná přímo pod varnou plochou, je napájena vysokofrekvenčním střídavým proudem. Magnetické pole vytvořené tímto proudem se periodicky mění a indukuje proud ve vodivé pánvi. Protože má materiál pánve nenulový odpor, vyvíjí se v ní teplo a dochází k ohřevu jídla, které se v ní připravuje. Sama varná plocha se přitom nezahřívá.

Varné desky využívají vysokofrekvenční proudy v masivních vodičích. V nich se vytváří tzv. **Foucaultovy vířivé proudy**. Jejich účinek způsobí zahřátí tohoto vodiče, který tvoří dno použitých nádob. Všimněte si, že pro účely indukčního ohřevu jsou dna hrnců a pánví speciálně tvořeny silnější vrstvou materiálu, ve kterých k uvedenému jevu dochází. Extrémní případy vířivých proudů můžeme demonstrovat indukčním ohřevem ve speciálních pecích. Opačný účinek (tlumení) může být využit v brzdných systémech těžkých strojů.



Indukční pec



Samonabíjecí svítilna na principu elektromagnetické indukce

Svítilna bez baterie principu elektromagnetické indukce využívá i svítilna, do které nemusíme kupovat baterie. Uvnitř je permanentní magnet, který se pohybuje v dutině cívky. Když se svítilnou zatřeseme v ose několikrát „sem a tam“, elektromagnetickou indukci se vytváří napětí, které nabije akumulátor ve svítilně. Ten potom je zdrojem napětí pro rozsvícení žárovky.

Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“)

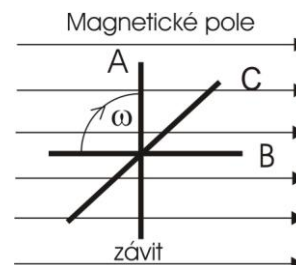
VYBERTE JEDNU SPRÁVNOU ODPOVĚĎ ZE ČTYŘ NABÍDNUTÝCH

1. V homogenním magnetickém poli o indukci B se otáčí rovinný závit stálou úhlovou rychlostí ω . Na obrázku

jsou nakresleny tři různé polohy závitu vzhledem k indukčním čarám

Ve které poloze otáčejícího se závitu se na něm indukuje největší elektromotorické napětí?

A) v poloze A B) v poloze B C) v poloze C D) ve všech stejné



VYBERTE DVĚ SPRÁVNÉ ODPOVĚDI ZE ŠESTI NABÍDNUTÝCH

1. Indukované elektrické pole:

- A) Může v obvodu vzniknout jen současným pohybem magnetu vzhledem k obvodu,
- B) vytvářené proměnným magnetickým polem je zobecněním Faradayova zákona elektrostatische indukce,
- C) vytváří indukované proudy ve vodivých materiálech nejrůznějších tvarů (Foucaultovy proudy),
- D) vyvolané magnetickým polem proudy procházejícího stejným obvodem se nazývá vzájemná indukce,
- E) vytvářené měnícím se magnetickým polem, stejně jako měnící se elektrické pole vytváří magnetické pole, představuje jediné pole elektromagnetické,
- F) je charakterizováno intenzitou indukovaného elektrického pole, která je přímo úměrná náboji, na který působí elektrická síla.

ODPOVĚZTE

- Vystihněte podstatu *elektromagnetické indukce* a uveďte příklady, kdy tento jev vzniká.
- Uveďte podstatu *Foucaultových vířivých proudů* a jejich praktický význam.
- Uveďte znění *Lenzova zákona*.
- Kterým pravidlem můžeme určit *směr indukovaného proudu* ve vodiči?
- Uveďte rozdíl mezi *indukčností* a *indukcí*.

PŘÍKLADY

1. Cívkou o indukčnosti 0,2 H prochází proud 3 A. Jaké napětí se indukuje na cívce, jestliže proud procházející cívkou rovnoměrně klesá během doby 0,6 s na nulu? [$U_i = -1$ V]

2. Jak velké napětí se indukuje na koncích přímého vodiče délky 0,1 m, jestliže se pohybuje kolmo ke směru magnetického pole o indukci 0,5 T rychlostí $0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$? [$U_i = 0,01$ V]

3. Určete vlastní indukčnost kruhového závitu, jestliže při proudu $\Delta I = 0,1$ A prochází závitem magnetický indukční tok $2 \cdot 10^{-4}$ Wb. [$L = 2$ mH]

4. Určete vlastní indukčnost cívky, jestliže rovnoměrnou změnou proudu o 0,5 A za 0,01 s se v ní indukovalo napětí 100 V? [$L = 2$ H]

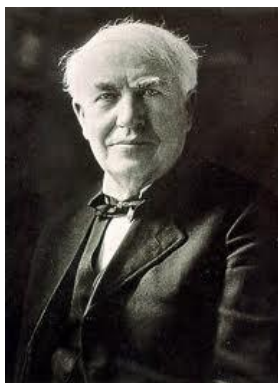
5. Cívka s 500 závitů má délku 0,3 m a plošný obsah středního průřezu 5 cm^2 . Dutina cívky je vyplněna feromagnetickým jádrem s permeabilitou $\mu_r = 1\,200$. Určete indukčnost cívky. [$L = 0,63$ H]

6. Jaký proud procházel tlumivkou o indukčnosti 5 H, jestliže magnetické pole této cívky má energii 50 J? [$I = 4,47$ A]

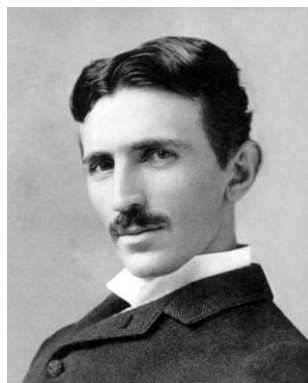
7. Určete energii magnetického pole cívky s indukčností 60 mH, jestliže cívkou prochází proud 2 A. [$E = 0,12$ J]

Historie

Spor mezi střídavým a stejnosměrným proudem propukl mezi významnými továrníky a vynálezci, kterým šlo především o zisk – Thomasem Alva Edisonem (stejnosměrný proud), Georgem Westinghousem a Nikolou Teslou (střídavý proud). Každý z nich se snažil dostat zákazníky na svou stranu. Edison zkoušel různé reklamní triky. Mimo jiné vyzval Westinghouse na souboj, ve kterém by se ukázalo, který z proudů je nebezpečnější. Edison by nechal svým tělem procházet stejnosměrný proud a Westinghouse střídavý. Kdo nevydrží vyšší napětí a vykřikne „dost“, ten prohrál – jeho proud je nebezpečnější. Dalším reklamním trikem Edisona byl návrh zákona z roku 1887. Navrhl, aby se popravy zločinců ve státě New York prováděly střídavým proudem o vysokém napětí, na „elektrickém křesle“. Edison doufal, že lidé pak budou podvědomě spojovat střídavý proud se smrtí. Žádná reklama nemohla změnit to, že rozvod střídavého proudu byl lepší a že stejnosměrný proud se mohl rozvádět jen na velmi krátké vzdálenosti.



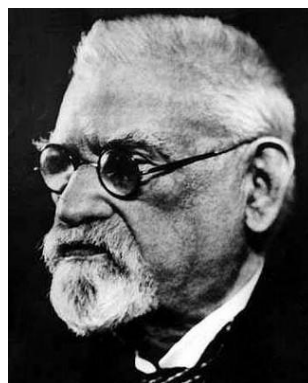
Thomas Alva Edison



Nikola Tesla



Werner Siemens



František Křižík

V Evropě byl zastáncem stejnosměrného proudu Werner Siemens a František Křižík (1847 – 1941), zastáncem střídavého proudu Emil Kolben, firma AEG a její šéfinženýr Michail Osipovič Dolivo-Dobrowolski, který společně s Oskarem von Müllerem navrhl první třífázovou přenosovou soustavu z Laufenu do Frankfurtu nad Mohanem (175 km), která byla uvedena do provozu v r. 1891. V roce 1893 v Chicagu úspěšně provozovali dvojfázovou soustavu Tesla s Westinghousem. Jejich úspěch jim zaručil rozhodující zakázku na stavbu tehdy největší elektrárny světa na Niagarských vodopádech. Mimochodem, zkuste spojit jména uvedená v textu s významnými elektrárenskými giganty a současnými výrobci elektrotechnických zařízení.

4.2 STŘÍDAVÝ PROUD

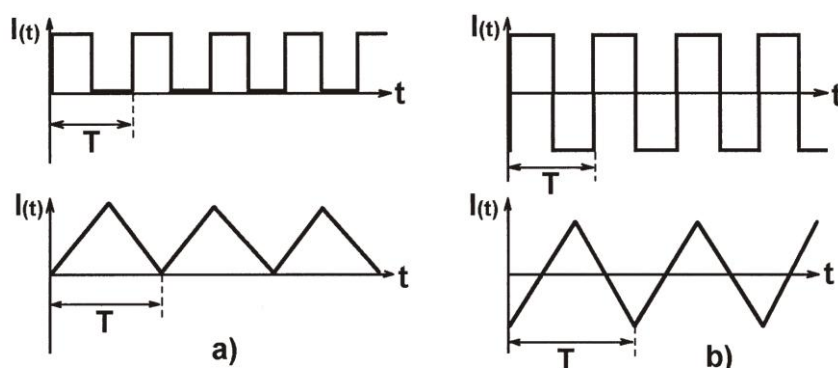
Střídavý elektrický proud (napětí) je periodickou funkcí času:

$$I(t) = I(t + nT) \text{ , kde } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

T – perioda.

Střední hodnota střídavého proudu (napětí) během periody T musí být rovna 0.

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} I(t) dt = 0.$$



tj. plocha ležící nad osou času musí být stejně velká jako plocha ležící pod osou času.

(porovnej obrázku a – nejsou střídavé a obrázku b – střídavé průběhy proudů)

Vyjádření periodického signálu (střídavý proud nebo napětí) jako **Fourierova řada**

$$I(t) = a_1 \sin \omega t + a_2 \sin 2\omega t + a_3 \sin 3\omega t + \dots + b_1 \cos \omega t + b_2 \cos 2\omega t + b_3 \cos 3\omega t + \dots$$

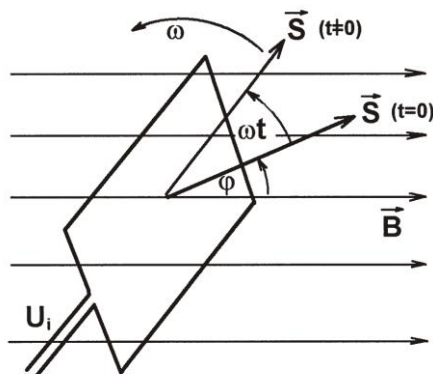
ω – základní úhlová frekvence,

$2\omega, 3\omega \dots$ úhlové frekvence vyšších harmonických složek střídavého proudu.

Nejjednodušší jsou harmonické proudy o úhlové frekvenci ω (popis funkcemi $\sin \omega t, \cos \omega t$)

1. Vznik harmonického střídavého napětí a proudu

Otáčení cívky (ω) v homogenním magnetickém poli \vec{B} . Uvažujme závit (obrázek)



V čase $t = 0$ – vektor \vec{S} plochy závitu svírá s indukčními čarami úhel φ .

V čase $t \neq 0$ – vektor \vec{S} plochy závitu svírá s indukčními čarami úhel $\alpha = \omega t + \varphi$.

Magnetický indukční tok $\Phi_m(t)$ se mění s časem

$$\Phi_m(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \alpha = BS \cos(\omega t + \varphi).$$

Podle Faradayova zákona elektromagnetické indukce se v závitu indukuje napětí

$$U_i = -\frac{d\Phi_m(t)}{dt} = -BS \frac{d}{dt} \cos(\omega t + \varphi) = BS \omega \sin(\omega t + \varphi).$$

střídavé harmonické napětí u ,

střídavý harmonický proud i .

Vyjádření rovnicí

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (4.16)$$

u – okamžitá hodnota napětí,

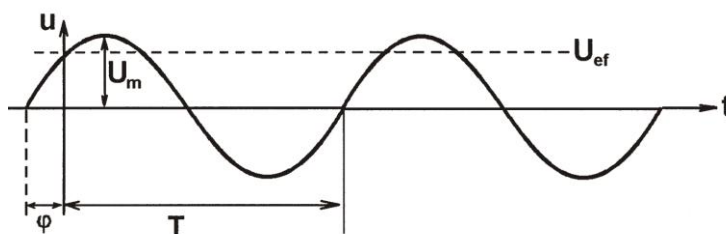
U_m – maximální (vrcholová) hodnota napětí, amplituda,

ω – úhlová frekvence $= 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$,

φ – počáteční fázový úhel, počáteční fáze,

$(\omega t + \varphi)$ fázový úhel, fáze.

Graf časové závislosti střídavého napětí:



φ – počáteční fázový úhel,

T – perioda,

U_m – maximální hodnota napětí, amplituda napětí.

Připojením zdroje střídavého napětí u k rezistoru R , bude jím procházet střídavý proud

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \varphi) = I_m \sin(\omega t + \varphi). \quad (4.17)$$

Pro maximální hodnotu (amplitudu) střídavého proudu platí

$$I_m = \frac{U_m}{R}. \quad (4.18)$$

Zjednodušení matematického vyjádření střídavých proudů a napětí pro $\varphi = 0$

$$i = I_m \sin \omega t.$$

2. Efektivní hodnota střídavého proudu a napětí

Efektivní hodnota I střídavého proudu je definována jako:

hodnota stejnosměrného proudu, který při průchodu rezistorem o odporu R vyvine za dobu jedné periody stejné Jouleovo teplo jako uvažovaný střídavý proud. Platí

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2 dt.$$

Odtud vyjádříme

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{1}{T} I_m^2 \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt.$$

Rozepsáním integrálu

$$I^2 = \frac{1}{2T} I_m^2 \int_0^T dt - \frac{1}{2T} I_m^2 \underbrace{\int_0^T \cos 2\omega t dt}_0 = \frac{I_m^2}{2}.$$

Pro efektivní hodnotu střídavého proudu

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (4.19)$$

Vyjádřením Jouleova tepla vyvinutého v rezistoru R pomocí napětí

$$\frac{U^2}{R} T = \frac{1}{R} \int_0^T U_m^2 \sin^2 \omega t dt$$

dostaneme pro efektivní hodnotu střídavého napětí

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (4.20)$$

Poznámka:

Měřicí přístroje na měření střídavého proudu nebo napětí mají stupnici ocejchovanou v efektivních hodnotách (stejně tak jsou uváděny údaje na elektrických spotřebičích).

Maximální hodnota je tedy pro $U_{ef} = 230 \text{ V}$ $U_m = 325 \text{ V}$, frekvence v síti $f = 50 \text{ Hz}$.

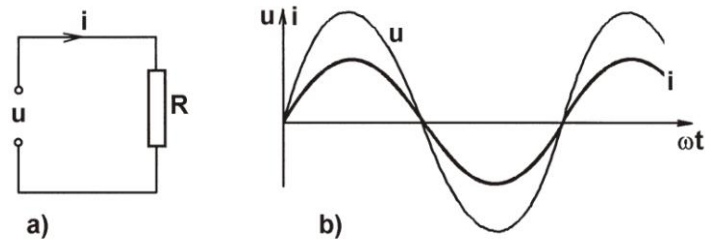
3. Rezistor, cívka a kondenzátor v obvodu střídavého proudu

Pasivní prvky – rezistor, cívka, kondenzátor.

Aktivní prvky – zdroje střídavého napětí, tranzistory.

Ideální pasivní prvky – např. považujeme R_L vinutí cívky za zanedbatelně malý, L odporového vinutí rezistoru za zanedbatelně malou, nekonečně velký odpor ideálního dielektrika v kondenzátoru.

a) Rezistor o odporu R v obvodu střídavého proudu.



Uvažujme obvod znázorněný na obrázku a s připojeným R ke zdroji střídavého napětí

$$u = U_m \sin \omega t ,$$

takže podle 2. Kirchhoffova zákona platí

$$Ri = u .$$

Vyjádřením proudu i

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = I_m \sin \omega t ,$$

kde

$$I_m = \frac{U_m}{R} .$$

Proud rezistorem je *ve fázi* s napětím.

Odpor R lze vyjádřit

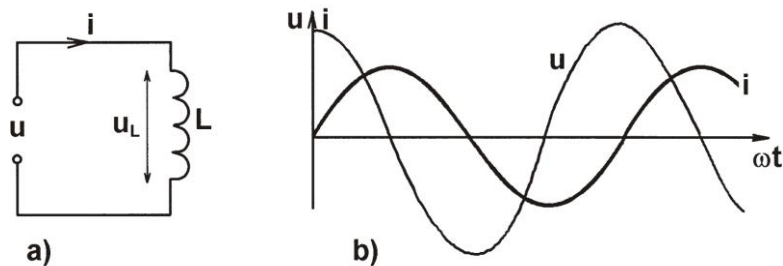
$$R = \frac{U_m}{I_m} = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{\frac{I_m}{\sqrt{2}}} = \frac{U}{I} . \quad (4.21)$$

b) Cívka o indukčnosti L v obvodu střídavého proudu

Cívkou připojenou ke zdroji prochází střídavý proud

$$i = I_m \sin \omega t . \quad (4.22)$$

Vlivem vlastní indukce se na cívce indukuje napětí u_L (obrázek a)



Při zanedbatelném odporu vinutí cívky ($R_L \rightarrow 0$) podle 2. Kirchhoffova zákona platí

$$u + u_L = 0 \Rightarrow u = -u_L = L \frac{di}{dt}.$$

Dosazením za i dostaneme napětí u

$$u = LI_m \frac{d}{dt} \sin \omega t = I_m L \omega \cos \omega t = U_m \cos \omega t,$$

kde $U_m = I_m L \omega$.

„Zdánlivý“ odpor cívky (odpor, který klade procházejícímu střídavému proudu)

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = L \omega. \quad (4.23)$$

Indukční reaktance nebo stručně **induktance** cívky. Jednotkou je ohm (Ω).

Pro lepší porovnání (časový průběh proudu – funkce $\sin \omega t$, časový průběh napětí – funkce $\cos \omega t$)

$$u = U_m \cos \omega t = U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.24)$$

napětí na cívce předbíhá proud o 90° ($\pi/2$) (proud indukčnosti se opoždí za napětím), viz obrázek b.

c) Kondenzátor o kapacitě C v obvodu střídavého proudu

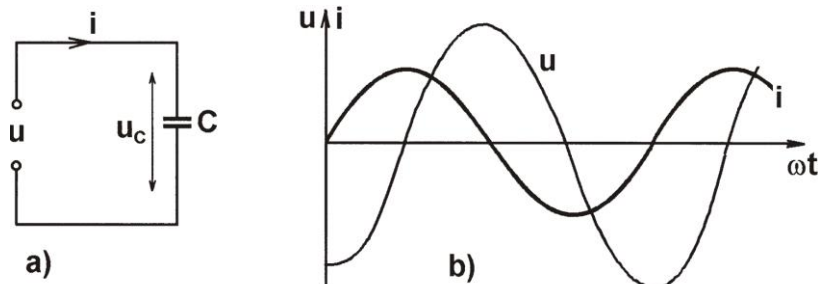
Poznámka:

Připojením kondenzátoru ke zdroji stejnosměrného napětí obvodem projde proudový impuls, který kondenzátor nabije na napětí zdroje a **stejnoseměrný proud nebude obvodem s kondenzátorem procházet**.

Připojením kondenzátoru ke zdroji střídavého napětí u bude obvodem procházet nabíjecí a vybíjecí proud kondenzátoru, což se jeví, jako by střídavý proud i kondenzátorem procházel.

Podle obrázku a je kondenzátor připojen ke zdroji střídavého napětí

$$u = U_m \sin \omega t. \quad (4.25)$$



Podle 2. Kirchhoffova zákona musí platit

$$u + u_c = 0, \text{ kde } u_c = \frac{Q}{C},$$

takže

$$-\frac{Q}{C} = U_m \sin \omega t .$$

Po derivaci

$$-\frac{1}{C} \frac{dQ}{dt} = U_m \omega \cos \omega t .$$

$$-\frac{dQ}{dt} = i$$

tedy $i = U_m C \omega \cos \omega t = I_m \cos \omega t ,$ (4.26)

kde $I_m = U_m C \omega .$

„Zdánlivý odpor“, který klade kondenzátor střídavému proudu

$$X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{C \omega} .$$
 (4.27)

X_C se nazývá **kapacitní reaktance** stručněji **kapacitance**. Jednotkou je ohm (Ω).

Vyjádřením rovnice (4.26) pomocí sinu

$$i = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) .$$
 (4.28)

Proud v obvodu s kondenzátorem předbíhá napětí o $\pi/2$ (napětí se opoždíuje za proudem o 90°).

4. Práce a výkon střídavého proudu.

Uvažujme obecný případ, kdy u je vzhledem k proudu i fázově posunuto o úhel φ :

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi), \quad i = I_m \sin \omega t$$

Vypočteme střední výkon za jednu periodu

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin \omega t dt .$$

Úpravou integrálu

$$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

obdržíme

$$P = \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \cos \varphi dt - \frac{U_m I_m}{T} \int_0^T \cos(2\omega t + \varphi) .$$

Druhý integrál je roven 0 a pro **činný výkon** spotřebovaný v zátěži dostáváme

$$P = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi ,$$
 (4.29)

kde $\cos \varphi$ je **účinník**.

UI – **zdánlivý výkon**

4.3 ŘEŠENÍ OBVODŮ STŘÍDAVÉHO PROUDU

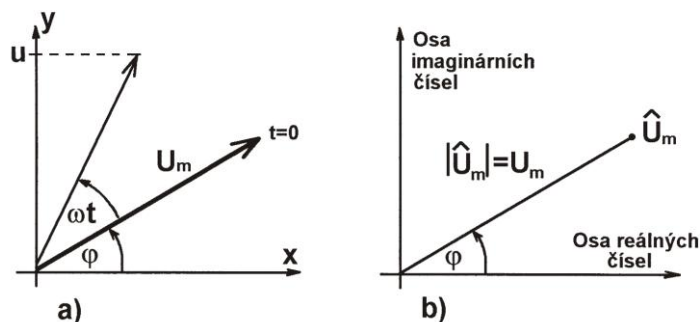
R, L, C můžeme spojovat sériově, paralelně nebo kombinovaně.

1. Znázornění střídavých napětí a proudů pomocí fázorů

Mějme střídavé napětí

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi).$$

Fázor – orientovaná úsečka v rovině x, y , která má počáteční bod v počátku souřadnic a délku úměrnou amplitudě napětí U_m . (obrázek a)



- V čase $t = 0$ svírá úsečka s osou x úhel φ .
- V čase $t \neq 0$ svírá s osou x úhel $(\omega t + \varphi)$.
- Průmět rotujícího fázoru do osy y je $U_m \sin(\omega t + \varphi)$ – okamžitá hodnota napětí u .

Podobně řešíme i střídavý proud i .

Fázory v měřítku amplitud

Fázory v měřítku efektivních hodnot

2. Symbolická komplexní metoda vyjádření střídavých veličin

Pro praktické výpočty je výhodnější vyjádřit střídavé veličiny komplexními čísly.

Každý fázor je jednoznačně určen svým koncovým bodem.

Nahrazením roviny x, y Gaussovou rovinou komplexních čísel můžeme přiřadit každému fázoru komplexní číslo (obrázek b – komplexní číslo \hat{U}_m). Absolutní hodnota komplexního čísla je rovna velikosti polohového vektoru (amplitudě střídavé veličiny)

3. Řešení sériového obvodu RLC

Sériový obvod RLC , připojený ke zdroji napětí $u = U_m \sin \omega t$ je na obrázku a.

Podle 2. Kirchhoffova zákona je součet elektromotorických napětí působících v obvodu v každém okamžiku roven součtu napětí na rezistorech

$$Ri = u_L + u_C + u, \text{ kde } u_L = -L \frac{di}{dt} \text{ a } u_C = \frac{Q}{C} = -\frac{1}{C} \int idt.$$

Po dosazení

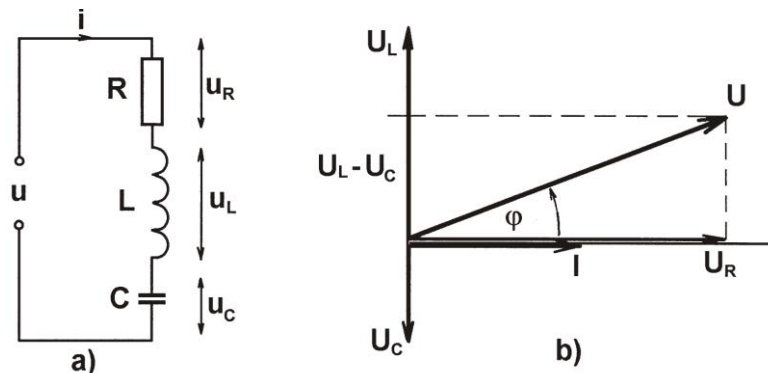
$$Ri = -L \frac{di}{dt} - \frac{1}{C} \int i dt + U_m \sin \omega t .$$

Derivací podle času, podělením L a úpravou dostaneme diferenciální rovnici 2. řádu

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{U_m \omega}{L} \cos \omega t ,$$

což je diferenciální rovnice pro **vynucený proud** v obvodu.

a) Řešení sériového obvodu RLC pomocí fázorů



V měřítku efektivních hodnot.

Prvky obvodu prochází stejný proud i (znázorníme ho fázorem ležícím v ose x).

- $U_R = RI$ je ve fázi s proudem,
- $U_L = IX_L = I L \omega$ předbíhá proud o $\frac{\pi}{2}$, (4.30)
- $U_C = IX_C = I \frac{1}{C \omega}$ opoždí se za proudem o $\frac{\pi}{2}$. (4.31)

Grafickým součtem napětí na jednotlivých prvcích (obrázek b)

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(RI)^2 + \left(IL\omega - I \frac{1}{C\omega} \right)^2} .$$

Vytknutím I před odmocninu

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} .$$

Impedance – odpor sériového obvodu RLC

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} . \quad (4.32)$$

Jednotkou impedance je ohm (Ω).

Fázový úhel – fázový posun napětí u vzhledem k proudu i :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad (4.33)$$

Diskuse:

- a) $L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$, v obvodu převládá indukce nad kapacitancí – napětí předbíhá proud.
- b) $L\omega - \frac{1}{C\omega} < 0$, v obvodu převládá kapacitance nad induktancí – napětí se opožďuje za proudem.
- c) $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$ – u a i jsou ve fázi, impedance je minimální \Rightarrow proud je maximální.

Součet u_L a u_C je v každém okamžiku roven 0.

Tento stav sériového obvodu RLC nazýváme *sériová rezonance (rezonance napětí)*.

Rezonanční frekvence

$$L\omega_r - \frac{1}{C\omega_r} = 0.$$

odtud *Thomsonův vztah* pro rezonanční frekvenci

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (4.34)$$

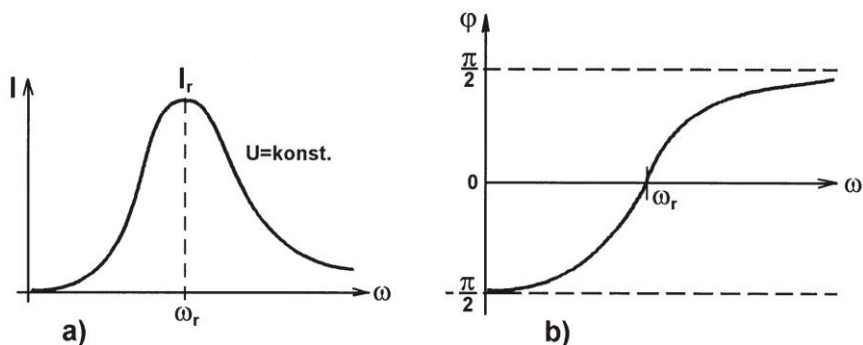
Názornější přehled o vlastnostech obvodu při různých frekvencích – *kmitočtové charakteristiky (amplitudové nebo fázové)*.

$Z = Z(\omega)$, $U = U(\omega)$ při napájení konstantním proudem I .

$I = I(\omega)$ při napájení obvodu ze zdroje konstantní efektivní hodnoty U (obrázek a).

Na obrázek b – graf kmitočtové fázové charakteristiky (závislost fáze na frekvenci).

Pro přesnější stanovení ω_r je výhodnější fázová charakteristika.



b) Řešení sériového obvodu *RLC* symbolickou komplexní metodou

Proudu i přiřadíme (v měřítku efektivních hodnot) komplexní číslo \hat{I} (komplexní efektivní proud). Napětím na rezistoru, indukčnosti a kondenzátoru přiřadíme $\hat{U}_R, \hat{U}_L, \hat{U}_C$ (komplexní efektivní napětí). Celkové komplexní efektivní napětí

$$\hat{U} = \hat{U}_R + \hat{U}_L + \hat{U}_C. \quad (4.35)$$

Napětí na rezistoru je ve fázi s proudem, takže \hat{U}_R není vzhledem k \hat{I} pootočeno.

$$\hat{U}_R = R\hat{I}.$$

Napětí na indukčnosti předbíhá proud o 90°

$$\hat{U}_L = \hat{Z}_L \hat{I} = jL\omega \hat{I}. \quad (4.36)$$

Napětí na kondenzátoru se opožďuje za proudem o 90°

$$\hat{U}_C = \hat{Z}_C \hat{I} = -j \frac{1}{C\omega} \hat{I}. \quad (4.37)$$

Dosazením

$$\hat{U} = R\hat{I} + jL\omega \hat{I} - j \frac{1}{C\omega} \hat{I} = \hat{I} \left[\underbrace{R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}_{\hat{Z}} \right]. \quad (4.38)$$

\hat{Z} – **komplexní impedance** sériového obvodu *RLC*.

Ohmův zákon pro střídavý proud

$$\hat{U} = \hat{Z}\hat{I}. \quad (4.39)$$

Komplexní impedance

$$\hat{Z} = R + j \underbrace{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}_X = R + jX.$$

Má reálnou část $R = \text{Re}(\hat{Z})$ – **rezistance**, imaginární část $X = \text{Im}(\hat{Z})$ – **reaktance**.

Velikost impedance

$$Z = |\hat{Z}| = \sqrt{[\text{Re}(\hat{Z})]^2 + [\text{Im}(\hat{Z})]^2}. \quad (4.40)$$

Fázový posun

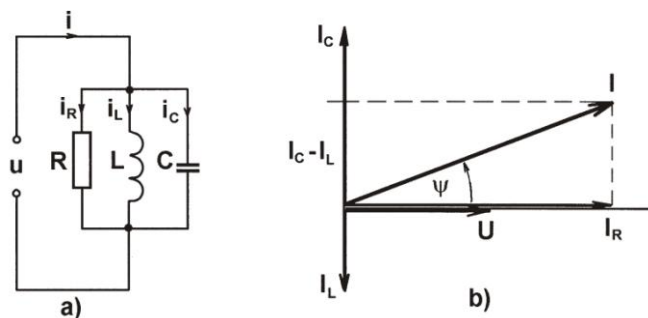
$$\text{tg } \varphi = \frac{\text{Im}(\hat{Z})}{\text{Re}(\hat{Z})}. \quad (4.41)$$

Poznámka:

Dosazením za reálnou a imaginární část komplexní impedance dostaneme vztahy (4.32) a (4.33) odvozené pomocí fázorů.

4. Řešení paralelního obvodu RLC

Uvažujme paralelní obvod RLC podle obrázku a.



Na větvích obvodu je stejné napětí u .

Celkový proud i ze zdroje se rozdělí na proudy i_R, i_L, i_C .

- Proud i_R bude ve fázi s napětím,
- proud i_L cívkou se fázově opožďuje za napětím o 90° ,
- proud i_C kondenzátorem bude předbíhat napětí u o 90° .

Pro celkový proud musí v každém okamžiku platit 1. Kirchhoffův zákon:

$$i = i_R + i_L + i_C$$

Celkový posun proudu i oproti napětí u označíme $\psi = -\varphi$.

a) Řešení paralelního obvodu RLC pomocí fázorů

Společnému napětí u přiřadíme v měřítku efektivních hodnot fázor U , který umístíme do osy x (obrázek b).

Vektorovým součtem fázorů I_R, I_L, I_C obdržíme fázor I přiřazený celkovému proudu i .

Velikost I podle Pythagorovy věty

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2}. \quad (4.42)$$

Vyjádříme velikosti proudů pomocí napětí U

$$I_R = \frac{U}{R}, I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{L\omega}, I_C = \frac{U}{X_C} = UC\omega,$$

dosazením do předchozího vztahu dostaneme

$$I = U \sqrt{\underbrace{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}_Y}. \quad (4.43)$$

Veličina

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2} \quad (4.44)$$

představuje "vodivost" paralelního obvodu pro střídavý proud – **admitanci**.

Jednotkou admitance je $\Omega^{-1} = \text{S}$ (siemens).

pro fázový posuv celkového proudu vzhledem k napětí platí

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{C\omega - \frac{1}{L\omega}}{\frac{1}{R}} = R \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right). \quad (4.45)$$

Diskuse:

- a) $C\omega - \frac{1}{L\omega} > 0$, v obvodu převládá proud kondenzátorem nad proudem cívky,
 $\psi > 0$, i předbíhá napětí u o úhel ψ .
- b) $C\omega - \frac{1}{L\omega} < 0$, v obvodu převládá proud indukčností nad proudem kondenzátorem,
 $\psi < 0$, proud i se opožďuje za napětím u o úhel ψ .
- c) $C\omega - \frac{1}{L\omega} = 0$, pak $\psi = 0$, napětí u a proud i jsou ve fázi, admitance Y je minimální a je rovna vodivosti rezistoru, $Y = \frac{1}{R}$.

Součet proudu i_L, i_C je v každém okamžiku 0 – **paralelní rezonance (rezonance proudu)**.

Rezonanční frekvence

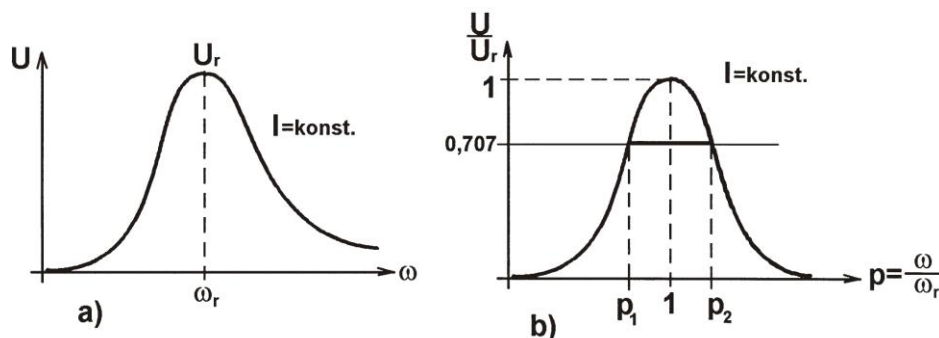
Z podmínky $C\omega_r - \frac{1}{L\omega_r} = 0$,

dostaneme

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (4.46)$$

Kmitočtové charakteristiky paralelního obvodu RLC ,

Při rezonanci je admitance minimální a napětí je proto při $I = \text{konst.}$ maximální (obrázek a)



Rezonanční obvody – obvody RLC , které pracují v blízkosti své rezonanční frekvence,

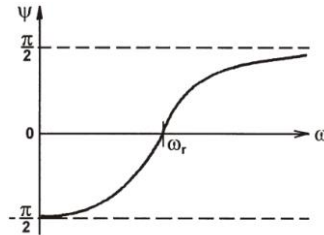
rezonanční křivka – amplitudová kmitočtová charakteristika rezonančního obvodu, viz obrázek b.

Čím je rezonanční křivka užší, tím je rezonanční obvod kvalitnější.

Činitel kvality rezonančního obvodu Q

$$Q = \frac{1}{p_1 - p_2}.$$

Na obrázku je znázorněna kmitočtová fázová charakteristika paralelního obvodu RLC .



b) Řešení paralelního obvodu RLC komplexní metodou

Napětí u přiřadíme komplexní číslo \hat{U} a proudům v obvodu komplexní čísla \hat{I} , \hat{I}_R , \hat{I}_L , \hat{I}_C .

Podle 1. Kirchhoffova zákona musí platit

$$\hat{I} = \hat{I}_R + \hat{I}_L + \hat{I}_C. \quad (4.47)$$

Komplexní proudy ve větvích pomocí komplexního napětí \hat{U}

$$\hat{I}_R = \frac{\hat{U}}{R}, \quad \hat{I}_L = -j \frac{U}{L\omega}, \quad \hat{I}_C = jC\omega\hat{U}.$$

Po dosazení

$$\hat{I} = \hat{U} \underbrace{\left[\frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) \right]}_{\hat{Y}}, \quad (4.48)$$

kde veličina

$$\hat{Y} = \frac{1}{R} + j \left(C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) \quad (4.49)$$

se nazývá **komplexní admittance** paralelního obvodu RLC .

Komplexní admittance paralelně řazených prvků je dána součtem komplexních admitancí jednotlivých prvků, tj. součtem

$$\hat{Y}_R = \frac{1}{R}, \quad \hat{Y}_L = -j \frac{1}{L\omega}, \quad \hat{Y}_C = jC\omega. \quad (4.50)$$

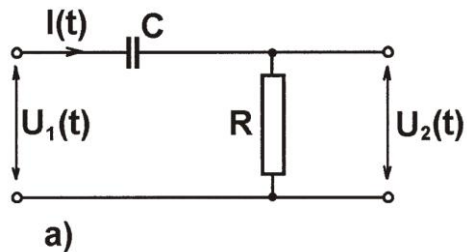
Reálná část $G = \text{Re}(\hat{Y})$ je **konduktance**, imaginární část $B = \text{Im}(\hat{Y})$ je **susceptance**:

$$\hat{Y} = G + jB.$$

5. Derivační a integrační obvody.

- Obvody, které provádějí časovou derivaci nebo integraci vstupního napětí (realizace pomocí rezistorů, kondenzátorů nebo rezistorů a cívek,
- Napětí U_1 nemusí mít harmonický průběh

a) Derivační obvod (obrázek a)



Podmínka derivačního obvodu $X_c \gg R$.

Potom $U_1(t) + U_c \rightarrow 0$,

kde

$$U_c = \frac{Q}{C} = -\frac{1}{C} \int I(t) dt.$$

Tuto rovnici derivujeme podle času a vyjádříme proud $I(t)$

$$I(t) = C \frac{dU_1(t)}{dt}.$$

Výstupní napětí $U_2(t)$ je napětí na rezistoru, takže podle Ohmova zákona

$$U_2(t) = RI(t) = RC \frac{dU_1(t)}{dt}. \quad (4.51)$$

Napětí na výstupu obvodu je úměrné časové derivaci vstupního napětí

b) Integrační obvod (obrázek b)

Podmínka integračního obvodu $R \gg X_c$.

Pak $I(t) = \frac{U_1(t)}{R}$.

Výstupní napětí $U_2(t)$ je napětím na kondenzátoru, takže

$$U_2(t) = U_c = \frac{Q}{C} = -\frac{1}{C} \int I(t) dt = -\frac{1}{RC} \int U_1(t) dt. \quad (4.52)$$

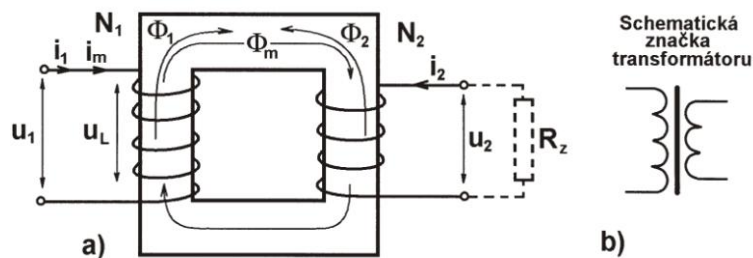
Napětí na výstupu obvodu je úměrné časovému integrálu vstupního napětí.

4.4 TRANSFORMACE STŘÍDAVÉHO NAPĚTÍ A PROUDU

Transformátory – zařízení k provádění přeměny střídavého proudu na proud téže frekvence a jiného napětí.

Magnetický obvod (jádro transformátoru) tvoří základ transformátoru,

- tenké izolované plechy z feromagnetické látky s úzkou hysterezní smyčkou,
- **primární cívka** (do ní přivádíme proud k transformaci)
- **sekundární cívka** (odvádíme z ní transformovaný proud)
- **Těsná indukční vazba** – mezi oběma cívkami



a) Nezatížený transformátor

Sekundární obvod není uzavřen (neprochází jím proud), $i = 0$.

Počet závitů primární cívky N_1

Počet závitů sekundární cívky N_2

Napětí na primární cívce $u_1 = U_{m1} \sin \omega t$,

vyvolá malý magnetizační proud i_m (vzhledem k velké indukčnosti primární cívky).

Proud vyvolá v jádře střídavý magnetický indukční tok Φ_m .

Φ_m vyvolá v primární cívce indukované napětí u_L .

$$u_L = -N_1 \frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (4.53)$$

Zanedbáme-li odpor vinutí primární cívky, platí podle 2. Kirchhoffova zákona

$$u_1 + u_L = 0, \Rightarrow u_1 = -u_L = N_1 \frac{d\Phi_m}{dt}.$$

Odtud vyjádříme $\frac{d\Phi_m}{dt} = \frac{u_1}{N_1}$

a dosazením do vztahu pro napětí u_2 indukované v sekundární cívce dostaneme

$$u_2 = -N_2 \frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{N_2}{N_1} u_1 = -\frac{N_2}{N_1} U_{m1} \sin \omega t.$$

Znaménko "mínus" vyjadřuje, že napětí u_2 indukované v sekundární cívce má opačnou fázi vzhledem k u_1 (důsledek Lenzova pravidla).

Vrcholová hodnota sekundárního napětí

$$U_{m2} = \frac{N_2}{N_1} U_{m1}$$

a pro poměr vrcholových nebo efektivních hodnot platí

$$\frac{U_{m2}}{U_{m1}} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = p. \quad (4.54)$$

Transformační poměr

- **transformace nahoru** – $N_2 > N_1$, $p > 1$, na vyšší napětí $U_2 > U_1$
- **transformace dolů** – $N_2 < N_1$, $p < 1$, transformace na nižší napětí.
- $p = 1$ – použití z bezpečnostních důvodů pro oddělení sekundárního obvodu od rozvodné sítě.

b) Zatížený transformátor

Připojení zátěže k sekundárnímu vinutí (R_Z):

- Proud sekundárním vinutím i_2 vyvolá v jádře střídavý magnetický indukční tok Φ_2 .
- Φ_2 působí proti Φ_m (napětí sekundární má opačnou fázi oproti primárnímu).
- Magnetický indukční tok se zmenší a zmenší se i napětí u_L indukované v primární cívce.
- Porušená rovnováha ($u_L \neq u_1$) vyvolá další proud i_1 (ten vyvolá v jádře indukční tok Φ_1 působící proti Φ_2) až se obnoví původní stav: $\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_2 = \Phi_m, \Rightarrow \Phi_2 = \Phi_1$

Podle Hopkinsonova zákona pro vrcholové hodnoty magnetických indukčních toků platí

$$\frac{N_2 I_{m2}}{R_m} = \frac{N_1 I_{m1}}{R_m},$$

odtud

$$\frac{I_{m2}}{I_{m1}} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{p}. \quad (4.55)$$

Poznámka:

Při rozvodech elektrické energie dochází ke ztrátám výkonu na odporu vedení R_z ($P_{ztr.} = R_z I^2$).

Pro omezení ztrát se provádí transformace nahoru (vysoké napětí, malý proud).

Před rozvodem do spotřebitelské sítě se provede transformace dolů (na napětí 230 V).

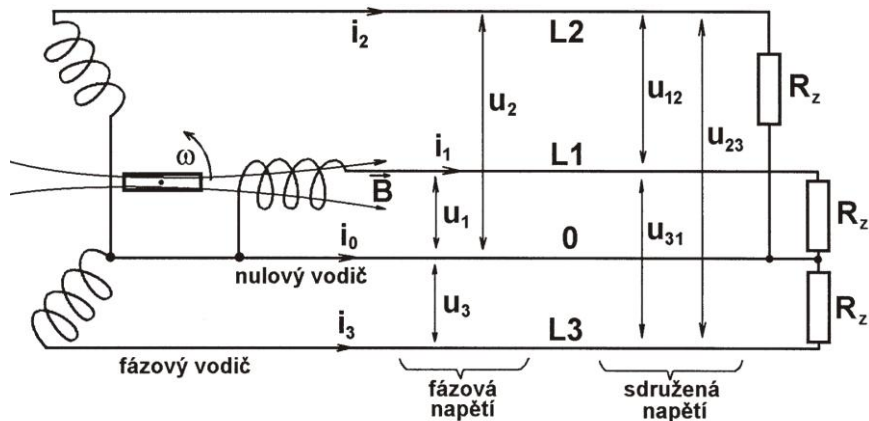
Transformace dolů rovněž provádíme:

- při svařování elektrickým obloukem,
- u transformátorových plechů,
- u transformátorových páječek, tj. všude tam, kde při malém napětí musíme získat velký proud.

4.5 TŘÍFÁZOVÝ PROUD

a) Vznik a vlastnosti třífázového proudu

Třífázový proud se vyrábí v generátorech – alternátorech. Princip alternátoru je na obrázku.



- **Stator** s trojím vinutím (cívkami) s osami pootočenými o 120° .
- **Rotor** alternátoru je silný elektromagnet otáčející se s úhlovou rychlostí ω (indukce střídavých napětí fázově posunutých o 120°).

Okamžité hodnoty indukovaných napětí v cívkách:

$$\begin{aligned} u_1 &= U_m \sin \omega t \\ u_2 &= U_m \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right) \\ u_3 &= U_m \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right) \end{aligned} \quad (4.56)$$

Vhodným spojením cívek lze využít 4 vodiče k přenosu třífázového napětí:

- **nulový (střední) vodič**,
- **3 fázové vodiče** (L1, L2, L3).

fázová napětí – napětí mezi fázovými a nulovým vodičem ($U = 230 \text{ V}$, $U_m = 230\sqrt{2} = 325 \text{ V}$).

sdružené napětí – napětí mezi dvěma fázovými vodiči (U_{12} , U_{23} , U_{31}).

Příklad:

Stanovení sdruženého napětí U_{12} mezi L1 a L2. Pro okamžitou hodnotu sdruženého napětí platí

$$u_{12} = u_1 - u_2 = U_m \left[\sin \omega t - \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right) \right] = U_m 2 \cos \left(\omega t - \frac{1}{3} \pi \right) \sin \left(\frac{1}{3} \pi \right).$$

Po dosazení za $\sin(\pi/3) = \sin 60^\circ$ a vyjádření \cos jako \sin dostaneme

$$u_{12} = \sqrt{3} U_m \sin \left(\omega t - \frac{1}{3} \pi \right) = \sqrt{3} U_m \sin \left(\omega t + \frac{1}{6} \pi \right).$$

Odtud je zřejmé, že amplituda sdruženého napětí je

$$U_{m12} \sqrt{3} U_m, \quad (4.57)$$

tj. $\sqrt{3}$ -krát větší než amplituda fázového napětí.

Amplituda sdruženého napětí

$$U_{msdr.} = 325\sqrt{3} = 563 \text{ V.}$$

Efektivní hodnota sdruženého napětí

$$U_{sdr.} = 230\sqrt{3} \cong 400 \text{ V.}$$

Zapojením spotřebiče (odpor R_Z) mezi nulový vodič a fázové vodiče, potečou fázovými vodiči proudy o stejné amplitudě

$$I_m = \frac{U_m}{R_Z},$$

vzájemně fázově posunutě o 120° . Okamžitá hodnota proudu i_0 nulovým vodičem

$$i_0 = i_1 + i_2 + i_3 = I_m \left[\sin \omega t + \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right) + \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right) \right].$$

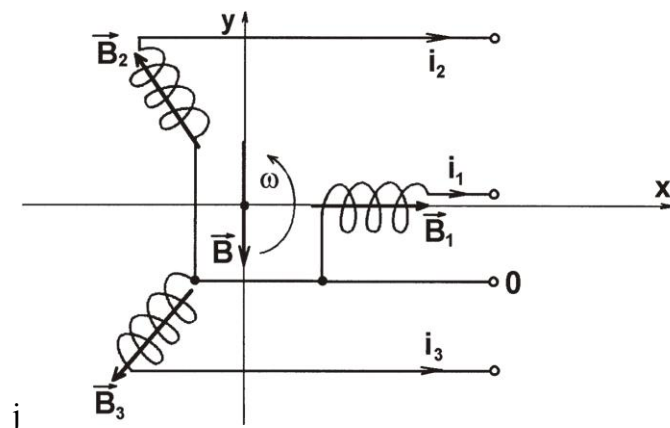
Pro úpravu použijeme vzorec $\sin(\alpha - \beta) = \dots$

$$i_0 = \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t - \frac{1}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t = 0.$$

Pokud zatížení fází není stejné, prochází nulovým vodičem malý vyrovnávací proud.

b) Točivé magnetické pole

Zjednodušení konstrukce elektromotorů. Stator elektromotorů na třífázový proud se skládá ze tří cívek (posunutí 120°), viz obrázek.



Proudy procházející cívkami vyvolají střídavá magnetická pole (prostorově i fázově posunutá o 120°).

Okamžité hodnoty vektorů magnetické indukce:

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_{m1} \sin \omega t$$

$$\vec{B}_2 = \vec{B}_{m2} \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

$$\vec{B}_3 = \vec{B}_{m3} \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right)$$

Pro velikosti amplitud platí:

$$|\vec{B}_{m1}| = |\vec{B}_{m2}| = |\vec{B}_{m3}| = B_m.$$

Složením dílčích magnetických polí vznikne v prostoru mezi cívkami výsledné magnetické pole o magnetické indukci \vec{B} , jako vektorový součet indukci \vec{B}_1 až \vec{B}_3 .

V souřadném systému x, y

$$\vec{B} = \vec{i} B_x + \vec{j} B_y.$$

$$B_{1x} = B_1 = B_m \sin \omega t,$$

$$B_{2x} = B_2 \cos 120^\circ = -\frac{1}{2} B_2 = -\frac{1}{2} B_m \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right),$$

$$B_{3x} = B_3 \cos 240^\circ = -\frac{1}{2} B_3 = -\frac{1}{2} B_m \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right),$$

Sečteme a upravíme pomocí goniometrických vzorců

$$B_x = B_{1x} + B_{2x} + B_{3x} =$$

$$B_m \left[\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin \omega t \cos 120^\circ + \frac{1}{2} \cos \omega t \sin 120^\circ - \frac{1}{2} \sin \omega t \cos 240^\circ + \frac{1}{2} \cos \omega t \sin 240^\circ \right] =$$

$$\dots = \frac{3}{2} B_m \sin \omega t.$$

Obdobně vyjádříme y složky vektorů \vec{B}_1 až \vec{B}_3 :

$$B_{1y} = 0,$$

$$B_{2y} = B_2 \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} B_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} B_m \sin \left(\omega t - \frac{2}{3} \pi \right)$$

$$B_{3y} = B_3 \sin 240^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} B_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} B_m \sin \left(\omega t - \frac{4}{3} \pi \right)$$

Sečtením složek y magnetické indukce obdržíme

$$B_y = B_{1y} + B_{2y} + B_{3y} =$$

$$B_m \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t \cos 120^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \sin 120^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega t \cos 240^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t \sin 240^\circ \right] =$$

$$\dots = -\frac{3}{2} B_m \cos \omega t.$$

Vektor výsledné magnetické indukce vyjádříme ve složkovém tvaru

$$\vec{B} = \vec{i}B_x + \vec{j}B_y = \frac{3}{2} B_m (\vec{i} \sin \omega t - \vec{j} \cos \omega t). \quad (4.58)$$

Výraz v závorce je jednotkový vektor, který rotuje s ω .

Vektor magnetické indukce výsledného magnetického pole má velikost $\frac{3}{2} B_m$ a s časem mění směr – rotuje s ω .

Točivé magnetické pole – magnetické pole, jehož vektor \vec{B} nemění s časem velikost, ale mění směr.

Asynchronní třífázové motory

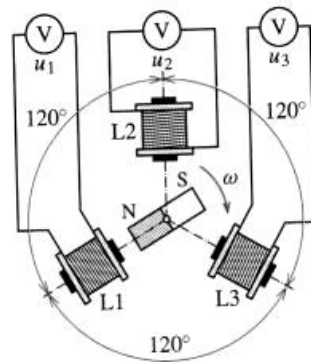
Kovový válec při rotaci v točivém magnetickém poli bude mít stejnou ω jako je úhlová rychlost točivého magnetického pole (pokud nebude překonávat žádné odpory). Bude-li válec překonávat odpor a tím konat práci (při pohánění stroje), bude se otáčet menší rychlostí. V důsledku toho se bude v kovovém válci rychleji měnit magnetický indukční tok, indukované proudy ve válci budou větší a zvětší proto i síla, která uvádí válec do rotace.

Fyzika, technika, příroda

Princip generátoru

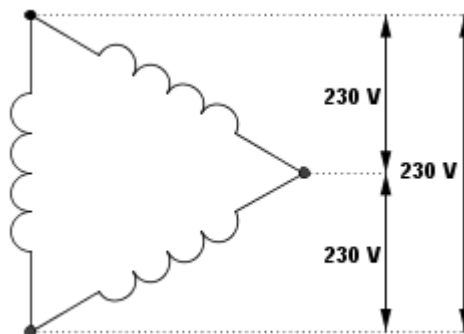
Generátory jsou zdroje střídavého elektrického proudu, které přeměňují mechanickou energii na elektrickou. Jestliže obsahují trvalé magnety, nazývají se magnetoelektrické. První magnetoelektrický stroj předvedl v roce 1831 Michael Faraday. Vznik střídavého indukovaného napětí můžeme vysvětlit pomocí otáčejícího se magnetu v blízkosti jedné cívky, v jejíž dutině je železné jádro. Na připojeném měřidle vidíme, že výchylka se mění od nulové hodnoty po maximální hodnotu, které periodicky nabývá kladné a záporné hodnoty. Generátory pracují na základě elektromagnetické indukce. Proud vzniká indukcí v závitěch cívky, které jsou upevněny na železném jádře tvaru plného nebo dutého válce. Jádro vyplňuje prostor mezi póly silného magnetu nebo elektromagnetu. Buď se otáčí elektromagnet, nebo cívky. Generátory, které vyrábí stejnosměrný proud, se nazývají dynama a generátory vyrábějící střídavý proud, se nazývají alternátory.

Generátor střídavého napětí se nazývá **alternátor**. Skládá se z nepohyblivé části – statoru a pohyblivé části – rotoru. Ve většině alternátorů je zdrojem magnetického pole rotor tvořený elektromagnetem, který se otáčí ve statoru. Cívky elektromagnetu, jsou napájeny stejnosměrným proudem. Jestliže rotor mechanickou silou roztočíme, bude se měnit i magnetické pole rotoru a toto magnetické pole bude indukovat elektrický proud v cívce zvané indukční cívka, jejíž závity jsou umístěny ve žlábkách rozložených po obvodu statoru, vytvořeném ze vzájemně izolovaných ocelových plechů. Indukované střídavé napětí vzniká v cívkách statoru.



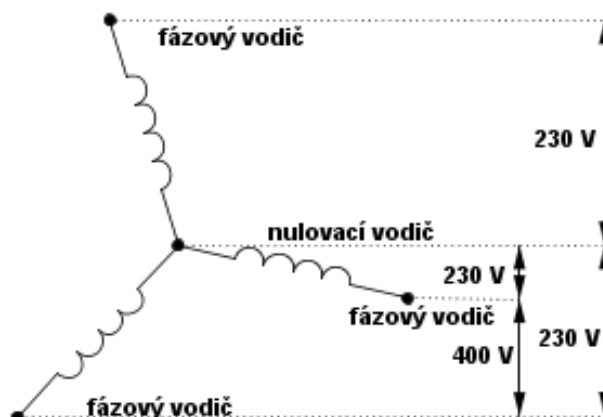
Princip výroby třífázového proudu

Bylo by neefektivní vyrábět střídavý proud pouze v jedné cívce. V trojfázovém alternátoru můžeme použít místo jedné cívky, tři indukční cívky. Dostaneme současně tři samostatné střídavé proudy neboli fáze. Každou cívku neprotéká ve stejném okamžiku stejný proud, jednotlivé cívky jsou oproti sobě o 120° posunuty. Okamžitá hodnota trojfázového proudu je vždy rovna nule. Poprvé trojfázovou soustavu použil Michail Osipovič Dolivo-Dobrowolski u firmy AEG, první trojfázový motor vynalezl Nikola Tesla. Spojením začátku jedné cívky s koncem druhé získáme tzv. spojení do trojúhelníku. K tomu potřebujeme tři vodiče, které jsou napojeny z uzlů. Název spojení do trojúhelníku je odvozen z tvaru obrazce, který vznikne ve schématu spojení.



Zapojení do trojúhelníka

V rozvodných sítích je výhodnější spojení do hvězdy. Všechny začátky cívek se při něm spojí do jednoho uzlu a z něj se vyvede tzv. nulovací vodič. Součet proudů v nulovacím uzlu je roven 0, proto jeho název nulování. (slangově nulák). Z konců cívek vedou fázové vodiče.

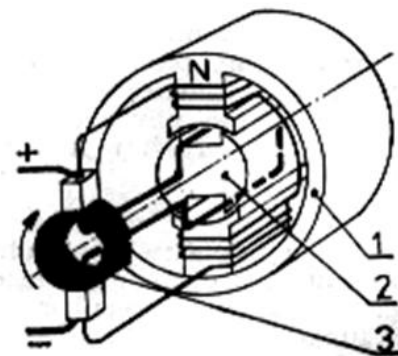


Zapojení do hvězdy

Rozvodná soustava, ve které je pouze jeden fázový vodič, je jednofázová soustava. Trojfázové vedení je ekonomičtější, vyžaduje jen 4 vodiče, kdežto samostatné vedené každá fáze by vyžadovalo 6 vodičů. S jednofázovou soustavou se setkáváme při rozvodu napětí v bytech. Z domovní rozvodné sítě se vede jeden z fázových vodičů, střední vodič a ochranný vodič přes jistič k elektroměru a dále na rozvodnici. Zde se fázový vodič rozděljuje a přes další jističe vede do dalších částí bytu k rozvodným krabicím. V rozvodných krabicích umístěných pod omítkou se vodič dále rozvětjuje a vede k vypínačům nebo zásuvkám. Souběžně vede k zásuvkám a vypínačům i střední a ochranný vodič.

S alternátorem se setkáme v autě. Střídavá napětí o vysokých hodnotách vyrábíme v elektrárnách. (obrázek generátoru jaderné elektrárny, vodní elektrárny, větrné elektrárny).

Řada zařízení však potřebuje stejnosměrné napětí. Generátory stejnosměrného napětí se nazývají **dynama**. K tomu, aby průběh nebyl střídavý, musíme použít určitou fintu. Konce vinutí cívky jsou přivedeny přes kartáčky k jedinému kroužku, který je rozříznutý na poloviny. Kroužek, který má odborné označení **komutátor**, zajišťuje přepínání kontaktů (kartáček) tak, že je mezi nimi stále kladné napětí. Odstranění kolísání proudu můžeme pomocí budících cívek ve statoru, které vytváří magnetické pole. Rotor – kotva má válcovitý tvar a je složen z izolovaných plechů s drážkami na povrchu, ve kterých jsou umístěny izolované indukční cívky. Vývody těchto cívek jsou spojeny s komutátorem, který se skládá z řady měděných plechů, tzv. lamel. Napětí dynama poněkud kolísá, a to tím více, čím méně má rotor cívek, a tedy i lamel. Při otáčení rotoru se v každé samostatné cívice indukuje pulsující napětí, ale okamžité hodnoty napětí jsou si navzájem téměř rovny. Na sběračích tedy vzniká téměř přímkové stejnosměrné napětí.



Dynamo (1 – stator, 2 – rotor, 3 – komutátor)

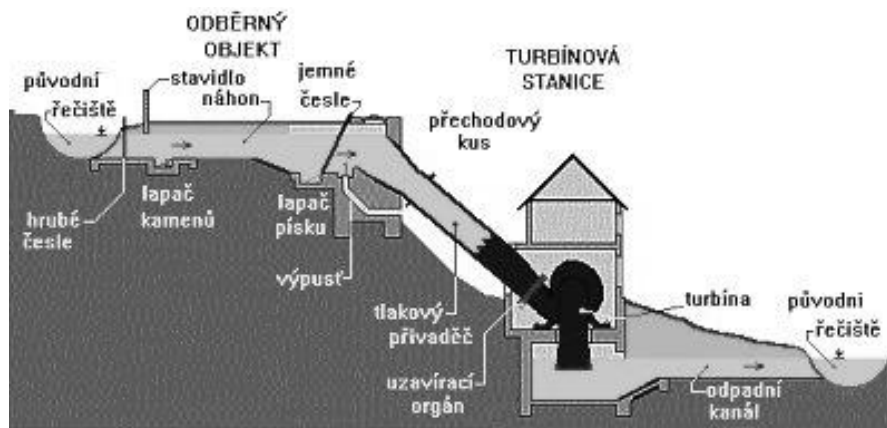
Energetika

První elektrárny vyrábějící stejnosměrný proud sloužily k napájení osvětlení – obloukovek i žárovek. První městskou elektrárnu na výrobu stejnosměrného proudu zřídil Thomas Alva Edison v roce 1882 pro osvětlení New Yorku.

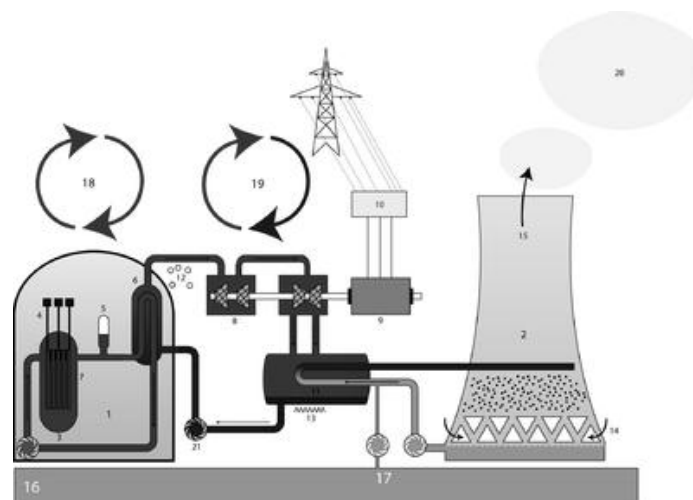
Při přenosu elektrické energie dochází ke ztrátám díky Jouleovu teplu (porovnej z předchozích kapitol $Q = RI^2t$). Výkon přenášený ve vedení se skládá ze součinu $P = UI$. Názorně si celou situaci představíme na příkladu, kdy potřebujeme přenést výkon 500 W. Při napětí 100 V, bude vedením procházet proud 5 A, vznikne Jouleovo teplo – ztráta 2 500 J. Budeme-li přenášet 100 000 V, bude vedením procházet proud jen 0,005 A, a vznikne Jouleovo teplo 2,5 J. Při tisícnásobném napětí jsou ztráty tisíckrát menší. Pro přenos elektrické energie je tedy mnohem lepší vysoké napětí. Již jsme se zmínili o tom, že výroba stejnosměrného proudu o vysokém napětí by byla technicky velmi náročná. Výhoda střídavých napětí a střídavého proudu je, že je můžeme snadno měnit (transformovat) v zařízeních, která označujeme jako transformátor.

Výkony některých našich elektráren

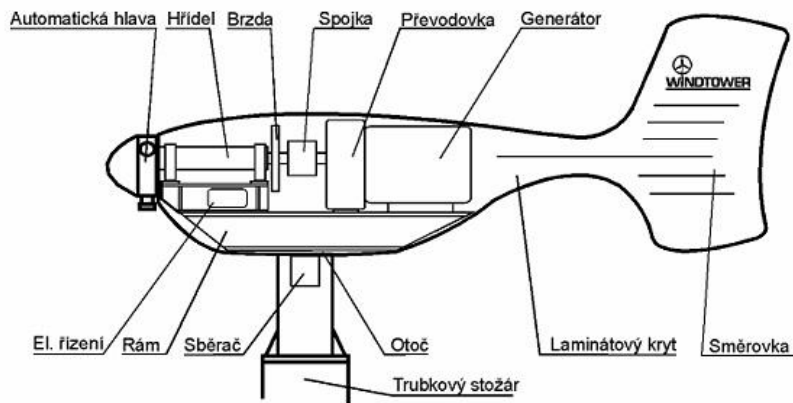
V současné době se nejvíce elektrického výkonu získává v tepelných, vodních a jaderných elektrárnách (např. Dukovany o výkonu 1 760 MW, Temelín o výkonu při plném provozu 2 x 981 MW). Větrné elektrárny patří mezi nejekologičtější, ale někteří odpůrci připomínají, že hyzdí krajinu a v blízkosti osídlených míst vytváří nepříjemné zvukové vlny blížící se úrovni infrazvuku. Všechny elektrárny mají společné to, že je třeba zajistit stálou časovou změnu magnetického pole. To je zajištěno turbínou, která se otáčí přívodem páry na lopatky turbíny u tepelné a jaderné elektrárny. U té první je třeba vyrobit páru „zatopením pod kotlem na uhlí“, u druhé jaderným palivem v jaderném reaktoru. Vodní elektrárna (obrázek hráze) využívá potenciální energii vodní hladiny za přehradní hrází, která se přeměňuje v kinetickou energii otáčivého pohybu vodní turbíny, která je roztáčena vodou, která dopadá na lopatky oběžného kola. U větrné elektrárny je magnet otáčen listy vrtule, do nichž se opírá vítr.



Vodní elektrárna



Jaderná elektrárna



Větrná elektrárna

Střídavý proud v energetice

V různých částech rozvodné sítě je různé napětí. Velmi vysoké napětí (tj. nad 38 kV) tvoří tzv. primární vedení spojující elektrárny. Na toto vedení navazuje sekundární vedení rozvádějící elektrickou energii v jednotlivých částech republiky s tzv. vysokým napětím (300 V do 38 kV). V domácnostech navazuje terciární síť s nízkým napětím (50 V do 300 V). Různá zařízení mohou pracovat i s malým napětím (do 50 V). Všechna tato napětí se měří mezi vodičem a zemí. Z toho důvodu patří sdružené napětí 400 V mezi nízká napětí, protože mezi vodičem a zemí je pouze fázové napětí 230 V. V průběhu dne je rozvodná síť nerovnoměrně zatížena. Největší výkon se odebírá v ranních a večerních hodinách, tj. v tzv. energetické špičce, kdežto v noci je odběr menší. Z hlediska ochrany zdraví je třeba si uvědomit, že střídavý proud je asi 40krát nebezpečnější než proud stejnosměrný a může být proto pro člověka smrtelný již od napětí 110 V při proudu 70 mA.



Transformátor ve Vranovské elektrárně

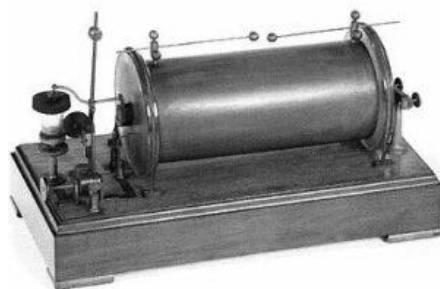


Autotransformátor

Autotransformátor je transformátor založený na jevu vlastní indukce. Část primárního vinutí tvoří vinutí sekundární. I u autotransformátoru platí transformační poměr. Hlavní předností je menší spotřeba vodičů a tudíž nižší výrobní náklady, menší váha a rozměry. Někdy jsou autotransformátory zkonstruovány tak, že se napětí dá plynule zmenšovat nebo zvětšovat. Takové transformátory se používají jako regulační např. v elektrických pecích, k spouštění výkonných třífázových motorů, k plynulým změnám osvětlení apod.

Speciálním případem transformátoru je Ruhmkorffův induktor z roku 1851, který slouží k získávání velkých napětí a výbojů. Již jsme ho zmínili při popisu indukovaného napětí. Nyní si řekněme, jak funguje. Ruhmkorffův induktor se skládá z primární cívky obsahující menší počet závitů ze silnějšího drátu na jádře z železných drátů. Její konec je připojen přímo na svorku, druhý přes pružné pero s železnou kotvou na konci a přes šroubek na druhou svorku. Sekundární cívka má velký počet závitů slabého drátu a její konce jsou připojeny k jiskřišti, tvořeném dvěma kulovými konduktory. Svorky se připojují k pólům baterie galvanických článků. Tím začne primární cívkou procházet stejnosměrný proud. Abychom mohli transformovat stejnosměrný proud, je nutné ho před přívodem do primárního obvodu přerušovat např. pomocí Wagnerova kladívka, ke kterému je připojen

druhý vývod sekundární cívky. Rychlost přerušování má vliv na indukovaný proud v sekundární cívce. Indukovaný střídavý proud v sekundární cívce má mnohem větší napětí, takže na jiskřišti vznikne trvalý výboj. I na šroubku můžeme pozorovat jiskření.



Ruhmkorffův transformátor

Doma připojujeme spotřebiče k síťovému napětí, jehož velikost je 230 V a to je životu nebezpečné. Lidské tělo je vodivé a elektrický proud může lidský organismus vážně poranit. Proto je nezbytné dodržovat při zacházení s elektrickými zařízeními celou řadu zásad, které můžeme stručně shrnout do následujících bodů:

- Nezasouvat do zásuvek jiné předměty než zástrčky spotřebičů.
- Nevyměňovat žárovky v lampě bez odpojení lampy ze zásuvky.
- Nepoužívat spotřebiče s poškozenou izolací šňůry.
- Nešplhat po konstrukcích stožárů dálkového elektrického vedení.
- Nepouštět draka v blízkosti stožárů s vedením.
- Nefénovat vlasy ve vaně.
- Nemanipulovat se zadním krytem obrazovky TV, neodstraňovat kryty elektrických spotřebičů.

Uvedli jsme jen některá z možných porušení zásad při manipulaci s elektrickými zařízeními. Ale i každá jiná neopatrnost při styku s elektrickým proudem může mít velmi vážné následky, od pouhého chvilkového ztuhnutí svalů, přes křeče, poranění, popálení, poškození některých orgánů až po smrt postiženého. Tak jako při jiných nehodách, je nutné i při úrazu elektrickým proudem nepodléhat panice, jednat rychle, rozvážně, účelně a bez ohrožení vlastního zdraví.

Postup při poskytování první pomoci při úrazu elektrickým proudem:

1. Přerušení elektrického obvodu (vypnutím vypínače, vytažením zástrčky ze zásuvky, vypnutím jističe, vypnutím hlavního vypínače apod.). Nelze-li elektrický obvod přerušit, musíme postiženého z nebezpečného místa vyprostit. Dáváme velký pozor, abychom se přitom sami součástí elektrického obvodu nestali. K vyprošťování používáme izolanty (suché prkno, násadu koštěte, gumové rukavice ...). Nedotýkáme se holou rukou těla postiženého, ani vlhkých částí jeho oděvu nebo kovových předmětů spojených s jeho tělem.
2. Po vyproštění zkontrolujeme životní funkce postiženého – tep a dech. V případě potřeby ihned zahájíme masáž srdce a umělé dýchání (podle dnešních doporučení je třeba se zaměřit na masáž srdce).
3. Přivoláme záchrannou službu. I vy byste měli vědět, kde máte doma **hlavní vypínač nebo jistič**, kterými lze najednou vypnout elektrický proud v celém bytě. Na pátrání po něm není v případě neštěstí moc času. Znáte **čísla tísňových linek**? Jak byste v případě potřeby přivolali hasiče, záchrannou lékařskou službu nebo policii?

***Poznámka:** Hasičský záchranný sbor 150, Středisko územní záchranné služby 155, Policie ČR 158, Městská policie 156. Jako univerzální číslo je možné použít 112, které je napojeno na centrální záchranný systém.*

Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“.)

VYBERTE JEDNU SPRÁVNOU ODPOVĚĎ ZE ČTYŘ NABÍDNUTÝCH

1. V obvodu střídavého proudu s cívkou, která má jen indukčnost L :

- A) nedochází k fázovému posunu C) se napětí zpožďuje za proudem
B) se proud zpožďuje za napětím D) vzroste amplituda napětí na cívce

2. Zařazením kondenzátoru do jednoduchého obvodu střídavého proudu dojde k fázovému posunu proudu vzhledem k napětí o úhel:

- A) $\pi/4$ rad B) $-\pi/2$ rad C) $\pi/2$ rad D) $-\pi/4$ rad

3. Činný výkon v obvodu střídavého proudu s impedancí je největší, je-li fázový posun:

- A) $\pi/2$ rad B) $\pi/4$ rad C) $\pi/8$ rad D) 0 rad

4. Činný výkon střídavého proudu v RLC obvodu je nulový, je-li fázový posun:

- A) $\pi/2$ rad B) $\pi/4$ rad C) $\pi/8$ rad D) 0 rad

VYBERTE DVĚ SPRÁVNÉ ODPOVĚDI ZE ŠESTI NABÍDNUTÝCH

1. V obvodu střídavého proudu:

- A) veličina Z charakterizuje obvod střídavého proudu jako celek a nazývá se induktance,
- B) odpor R rezistoru je stejný jako v obvodu stejnosměrného proudu a nazývá se rezistance,
- C) s indukčností proud předbíhá napětí o $\pi/2$,
- D) s kapacitou platí, že čím je vyšší frekvence střídavého proudu, tím je větší kapacitní odpor (kapacitance),
- E) kde mají kapacitance a induktance stejnou velikost, dochází k rezonanci proudu (u paralelního obvodu) nebo rezonanci napětí (u sériového obvodu),
- F) je činný výkon dán součinem efektivních hodnot napětí a proudu – $U \cdot I$.

2. V trojfázové soustavě střídavého proudu:

- A) při zapojení do trojúhelníku je mezi libovolnými dvěma fázovými vodiči fázové napětí 400 V,
- B) při zapojení do trojúhelníku je výkon spotřebiče větší než v zapojení do hvězdy,
- C) ve které vzniká točivé magnetické pole, se vektor magnetické indukce točivého pole otáčí s frekvencí střídavého proudu,
- D) v zapojení do hvězdy se používá jako nulovací vodič drát o větším průřezu, protože je zatížen větším proudem,
- E) zvané turboalternátor, je magnetické pole vytvářeno rotující turbínou,
- F) je stator alternátoru tvořen cívkami, jejichž osy svírají úhel 60° .

ODPOVĚZTE

- Jakou velikost má *napětí fázové a sdružené v zapojení „do hvězdy“*.
- K čemu slouží *transformátor*.
- V čem spočívá princip *alternátorů*?
- Uveďte *základní typy elektráren* a porovnejte jejich účinnost a vliv na životní prostředí.

PŘÍKLADY

1. Okamžité hodnoty střídavého proudu v elektrickém obvodu vyjadřují rovnice

$$u = 20 \sin \omega t, \quad i = 0,50 \sin (\omega t + \pi/4),$$

kde napětí je ve voltech, proud v ampérech a čas v sekundách. Jakou hodnotu má účinník střídavého proudu?

$$[\cos \varphi = 0,707]$$

2. Okamžité hodnoty střídavého proudu v elektrickém obvodu vyjadřují rovnice

$$u = 20 \sin \omega t, \quad i = 0,50 \sin (\omega t + \pi/4),$$

kde napětí je ve voltech, proud v ampérech a čas v sekundách. Jaká je velikost impedance obvodu?

$$[Z = 40 \Omega]$$

3. Okamžité hodnoty střídavého proudu v elektrickém obvodu vyjadřují rovnice

$$u = 20 \sin \omega t, \quad i = 0,50 \sin (\omega t + \pi/4),$$

kde napětí je ve voltech, proud v ampérech a čas v sekundách. Jakou hodnotu má činný výkon střídavého proudu?

$$[P = 7,07 \text{ W}]$$

4. Voltmetr zapojený v obvodu ukazuje efektivní hodnotu napětí 60 V. Jaká je amplituda napětí?

$$[U = 85 \text{ V}]$$

5. Jaká je kapacitance kondenzátoru s kapacitou 10 μF , jestliže je kmitočet střídavého proudu 50 Hz?

$$[X_C = 318 \Omega]$$

6. Jak velká je indukance cívky o indukčnosti 1 H, při kmitočtu 50 Hz?

$$[X_L = 314 \Omega]$$

7. Jak velké je efektivní napětí, jestliže maximální napětí je 300 V?

$$[U_{\text{ef}} = 212 \text{ V}]$$

8. Určete indukanci cívky o indukčnosti 0,1 H, prochází-li jí proud o frekvenci 200 Hz.

$$[X_L = 125,7 \Omega]$$

9. Vypočítejte maximální hodnotu střídavého napětí, jestliže $U_{\text{ef}} = 120 \text{ V}$.

$$[U_{\text{max}} = 169,7 \text{ V}]$$

10. Jak velké je efektivní napětí, jestliže maximální napětí je 325 V?

$$[U_{\text{ef}} = 230 \text{ V}]$$

11. Cívkou o vlastní indukčnosti 5 H prochází proud s frekvencí $f = 50 \text{ Hz}$. Jaká je indukance této cívky a jaký proud jí prochází, je-li připojena ke zdroji střídavého proudu o napětí 5 V?

$$[X_L = 1570 \Omega, I = 3,18 \text{ mA}]$$

12. Jaká je kapacitance kondenzátoru s kapacitou $C = 5 \text{ nF}$, jestliže jím prochází střídavý proud s frekvencí $f = 50 \text{ Hz}$?

$$[X_C = 0,63 \text{ M}\Omega]$$

13. Kondenzátor s kapacitou 10 pF je připojený ke zdroji střídavého proudu o frekvenci $f = 50 \text{ Hz}$ s napětím 220 V. Jaký proud jím prochází?

$$[I = 6,9 \cdot 10^{-7} \text{ A}]$$

14. Cívka má při frekvenci $f_1 = 50 \text{ Hz}$ indukanci $X_{L1} = 50 \Omega$. Při jaké frekvenci bude mít cívka indukanci $X_{L2} = 20 \Omega$?

$$[f = 20 \text{ Hz}]$$

15. Cívkou v obvodu stejnosměrného proudu prochází při napětí 4 V proud 0,5 A. V obvodu střídavého proudu s napětím 9 V a frekvencí 50 Hz prochází cívkou proud 180 mA. Určete indukčnost cívky.

$$[L = 0,16 \text{ H}]$$

16. Elektromotorem připojeným na střídavé napětí 230 V protéká proud 5 A. Jaký bude výkon elektromotoru, je-li účinník 0,5?

$$[P = 575 \text{ W}]$$

17. Určete velikost střídavého proudu procházejícího žárovkou o výkonu 100 W, je-li zapojena na spotřebitelskou síť ($U = 230 \text{ V}$)?

$$[I = 0,435 \text{ A}]$$

18. Vypočtete indukčnici cívky o zanedbatelném odporu R , je-li její vlastní indukčnost $L = 2 \text{ H}$ a frekvence střídavého proudu 50 Hz .
 $[X_L = 628 \Omega]$
19. Vypočtete indukčnost cívky, je-li její odpor $R = 20 \Omega$ a při zapojení na střídavé napětí 12 V o frekvenci 50 Hz protéká cívkou proud $0,1 \text{ A}$.
 $[L = 0,377 \text{ H}]$
20. V obvodu střídavého proudu o úhlové frekvenci $500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ jsou zapojeny v sérii rezistor s odporem 40Ω , cívka o indukčnici 50Ω a kondenzátor o kapacitanci 80Ω . Jaká je impedance obvodu?
 $[Z = 50\Omega]$
21. V obvodu střídavého proudu o úhlové frekvenci $500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ jsou zapojeny v sérii rezistor s odporem 40Ω , cívka o indukčnici 50Ω a kondenzátor o kapacitanci 80Ω . Jaká je rezonanční frekvence obvodu?
 $[f = 100 \text{ Hz}]$
22. V obvodu střídavého proudu o úhlové frekvenci $500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ jsou zapojeny v sérii rezistor s odporem 40Ω , cívka o indukčnici 50Ω a kondenzátor o kapacitanci 80Ω . Jaký je výsledný fázový posuv proudu vzhledem k napětí v tomto obvodu?
 $[\varphi = 37^\circ]$
23. Transformátor má v primárním vinutí 500 závitů a v sekundárním 100 závitů. Primární vinutí je připojeno na napětí 230 V . Jaké napětí je na vývodech sekundárního vinutí?
 $[U = 46 \text{ V}]$

Historie

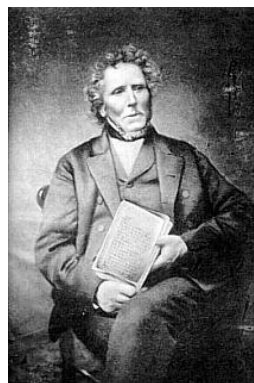
Bezdrátová telegrafie

Obor bezdrátové telegrafie stál na počátcích dnešního oboru radiotelekomunikace a vznikl na základě potřeby přenosu signálů a dat bez použití vodičů. Všichni jistě slyšeli o signalizaci pomocí Morseovy abecedy, která se používala dlouhou dobu jako oficiální způsob signalizace na moři i pevnině. K přenosu morseovky je možné použít akustický signál (pískání), optický signál (signalizace vlajkami, záznam na papír pomocí teček a čárek) a elektrický signál s využitím telegrafu. Rychlost komunikace se pohybuje od 60 do 250 znaků za minutu. Nejběžnější použití „morseovky“ je dnes v amatérské radiotelegrafii. Dnešní přenosy dat a signálů se realizují moderními způsoby.

Možnost přenášet elektromagnetické vlny bez vodičů předpověděli Faraday a Hertz na počátku 19. století. Rovněž zmiňovali jejich využití k telegrafickému přenosu zpráv a informací. V 1832, James Bowman Lindsay (1799 – 1862), přednášel svým studentům o bezdrátové telegrafii a v roce 1854 realizoval přenos na vzdálenost zhruba 3 km. Postupně se začala objevovat různá technická zařízení pro bezdrátovou telegrafii. Heinrich Hertz (1857 – 1894) demonstroval existenci elektromagnetického záření (rozhlasových vln) v sérii experimentů v Německu během 80. let 19. století.



Heinrich Hertz



James Bowman Lindsay

Nikola Tesla představil moderní bezdrátový systém v roce 1893. Zařízení, které použil ještě před vývojem elektronek, zahrnovalo všechny tehdy známé prvky, které byly potřebné pro konstrukci rádiového přijímače. To však vedlo k omezeným úspěchům a umožnilo dosah jen několik set metrů.

Za skutečného otce bezdrátové telegrafie je považován Guglielmo Marconi (1874–1937), který systém bezdrátového přenosu elektromagnetických vln zdokonalil tak, že bylo možné dosáhnout celosvětového rádiového spojení. V roce 1909 obdržel za svůj objev Nobelovu cenu. Již během studií v Bologni se zajímal o výsledky pokusů Heinricha Hertze a pokoušel se je zopakovat. 2. června 1896 získává patent na bezdrátový telegraf. V roce 1897 zakládá telegrafní společnost a vysílá na vzdálenost 15 km. V roce 1898 provádí spojení z palub lodí a první sportovní reportáž. 12. prosince 1901 provedl první transatlantické bezdrátové spojení. Pro papeže Pia XI. vybudoval v roce 1931 Radio Vatikán.



Guglielmo Marconi

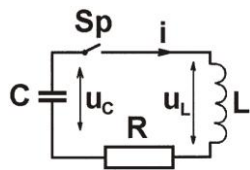


Piotr Nikolajevič Lebeděv

Piotr Nikolajevič Lebeděv (1866-1912) vyrobil vlny o délce 3 mm a dostal se tak do nové oblasti elektromagnetického záření. Zmenšování vlnových délek sebou přineslo nové elektrotechnické součástky – magnetron a klystron. První využití mikrovln se uskutečnilo během 2. světové války ve formě radaru, což sehrálo významnou roli v bitvě o Británii. V roce 1947 si všiml zaměstnanec americké firmy Raytheon (výrobce radaru), že se mu v blízkosti radaru roztavila teplem čokoláda. To ho přimělo k myšlence zkonstruovat mikrovlnnou troubu. První patent se objevil v roce 1952 a první mikrovlnná trouba se objevila v roce 1961. Byla velká jako skříň a stála 5 000 dolarů. O rok později byla v New Yorku otevřena první restaurace, kde se podávala jídla připravená v mikrovlnné troubě. Pro domácnosti se mikrovlnné trouby začaly rozšiřovat až v 80. letech. Největšího uplatnění našly mikrovlny v komunikacích (radar, televize, mobilní telefony, satelitní vysílání atd.), dále při ohřevu a zpracování potravin (rozmrazování, pečení, ohřívání) a při sušení různých materiálů (keramika, dřevo, léčiva ap.).

4.6 ELEKTRICKÉ KMITY

1. Vlastní kmity oscilačního obvodu



Uvažujme obvod sestavený z R , L , C podle obrázku.

- Nabijeme při rozpojeném spínači Sp kondenzátor na napětí U_0 .
- V čase $t = 0$ sepne spínač a necháme vybíjet kondenzátor přes cívku a rezistor.

- Kondenzátor je zdrojem elektromotorického napětí u_C , které vyvolá proud i (časově proměnný).
- Se vzrůstajícím proudem v obvodu vzroste i magnetický indukční tok v cívce, který vyvolá indukované elektromotorické napětí u_L .

$$u_C = \frac{Q}{C}, \quad i = -\frac{dQ}{dt}, \quad u_L = -L \frac{di}{dt}.$$

Podle 2. Kirchhoffova zákona musí být celkové EMN rovno úbytku napětí na rezistoru

$$Ri = u_C + u_L$$

a po dosazení

$$Ri = \frac{Q}{C} - L \frac{di}{dt}. \quad (4.59)$$

Po derivaci a dosazení za $\frac{dQ}{dt} = -i$ můžeme rovnici přepsat

$$L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0.$$

Rovnici vydělíme L

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0. \quad (4.60)$$

Zavedme označení

$$\frac{R}{L} = 2\delta, \quad \frac{1}{LC} = \omega_0^2.$$

a upravme rovnici na tvar

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 2\delta \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0. \quad (4.61)$$

Charakteristická rovnice této diferenciální rovnice je kvadratickou rovnicí

$$\lambda^2 + 2\delta\lambda + \omega_0^2 = 0.$$

Diskriminant této kvadratické rovnice je

$$D = \delta^2 - \omega_0^2$$

a její kořeny jsou

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{D}.$$

Řešení rovnice (4.61)

$$i = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t},$$

kde A_1 a A_2 jsou konstanty, které můžeme určit z počátečních podmínek.

Mohou nastat dva případy:

a) $D \leq 0$, – kořeny kvadratické rovnice reálná čísla. Řešení rovnice vyjadřuje **aperiodický děj** v obvodu, kdy proud i nejprve vzroste do maxima a poté klesá k nule, aniž změní směr. (kondenzátor se vybije stejnsměrným proudem)

b) $D < 0$, tj. platí $\delta^2 < \omega_0^2$, – kořeny kvadratické rovnice jsou komplexní a řešení po úpravě vyjádříme

$$i = I_0 e^{-\delta t} \sin \omega t,$$

kde

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

V obvodu vzniknou **tlumené kmity** s úhlovou frekvencí ω .

Amplituda těchto kmitů se s rostoucím časem exponenciálně zmenšuje

$$I_0 e^{-\delta t}.$$

δ – **koeficient tlumení**,

Oscilační obvod – obvod, ve kterém mohou vzniknout elektrické kmity.

Přeměna energie v kmitavém obvodu

Vybíjející kondenzátor vyvolá v obvodu proud \Rightarrow magnetické pole v dutině cívky \Rightarrow po vybití kondenzátoru magnetické pole zanikne \Rightarrow vznikne indukované napětí u_L na cívce \Rightarrow nabije kondenzátor (s opačnou polaritou) atd. se celý děj opakuje.

Energetické poměry v oscilačním obvodu

Rovnici (4.59) vynásobíme proudem i

$$Ri^2 = \frac{1}{C} Qi - Li \frac{di}{dt}.$$

Pro $i = -\frac{dQ}{dt}$ dostaneme

$$Ri^2 = -\frac{1}{C} Q \frac{dQ}{dt} - Li \frac{di}{dt}.$$

Dále rovnici upravíme

$$Ri^2 = -\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \right) - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right).$$

Výrazy v závorkách jsou okamžité hodnoty energie kondenzátoru (W_e) a magnetického pole cívky (W_m) v oscilačním obvodu

$$Ri^2 = -\frac{d}{dt}(W_e + W_m)$$

nebo

$$Ri^2 dt = -d(W_e + W_m). \quad (4.62)$$

Výklad:

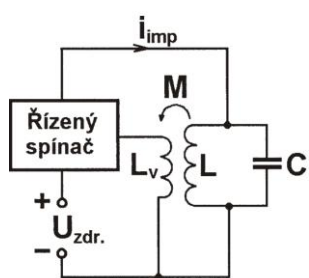
Přírůstek vnitřní energie rezistoru za dobu dt (Jouleovo teplo v rezistoru) **je roven úbytku** celkové elektromagnetické energie oscilačního obvodu za dobu dt .

Vlivem úbytku energie rozptylem polí v okolí cívky a kondenzátoru klesá amplituda kmitů s časem – kmity jsou tlumené.

2. Generátor tlumených oscilací

Ve vhodném okamžiku musíme do obvodu dodat energii (proud ze zdroje musí mít stejný směr jako proud cívkou při oscilacích obvodu)

Oscilátor – řízený spínač, např. tranzistor.



Princip je znázorněn na obrázku.

Mějme cívku o indukčnosti L a paralelně zapojený kondenzátor o kapacitě C . (Odpor vinutí cívky zanedbáme).

Ztráty energie budeme nahrazovat z vnějšího zdroje $U_{zdr.}$ (stejnoseměrný zdroj) připojený přes spínač do obvodu.

Zajištění správného okamžiku sepnutí

Cívka oscilačního obvodu o L je indukční vazbou vázána na vazební cívku L_v . (Proud v cívce oscilačního obvodu vyvolá indukované napětí na cívce L_v a toto způsobí po krátkou dobu sepnutí řízeného spínače.)

Indukční zpětná vazba:

- **kladná** – případ netlumených oscilací,
- **záporná** – kmity okamžitě zaniknou (vnější zdroj by dodal do obvodu proud v okamžiku, kdy je směr proudu v cívce obvodu opačný než proud zdroje).

3. Vázané oscilační obvody

Přenos energie z jednoho oscilačního obvodu na druhý pomocí elektromagnetické vazby mezi obvody.

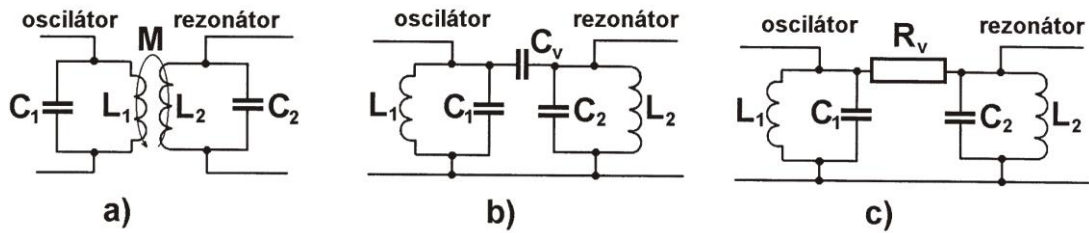
Jeden obvod **oscilátor**,

druhý obvod **rezonátor**.

Tři základní druhy vazeb mezi oscilačními obvody (obrázek).

- **Indukční vazba** (a) realizuje se prostřednictvím jejich magnetických polí (nenulová vzájemná indukčnost),

- **Kapacitní vazba** (b) – realizace elektrickým polem vazebního kondenzátoru C_v .
- **Galvanická vazba** (c) – uskutečňuje se rezistorem R_v .



Přenos energie z oscilátoru do rezonátoru je maximální za podmínky

$$\omega_{r1} = \omega_{r2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}. \quad (4.63)$$

Pásmová propust' – přenos určitého pásma kmitočtů v okolí obou rezonančních kmitočtů.

4. Vynucené kmity oscilačního obvodu

Do blízkosti cívky oscilačního obvodu umístíme druhou cívku (obr. a), kterou necháme procházet proud i_1 o úhlové frekvenci Ω :

$$i_1 = I_{m1} \cos \Omega t$$

Při koeficientu vzájemné indukčnosti M je napětí indukované prostřednictvím indukční vazby

$$u = -M \frac{di_1}{dt} = -M (-I_{m1} \Omega) \sin \Omega t = U_m \sin \Omega t.$$

Při proudu i v oscilačním obvodu podle 2. Kirchhoffova zákona musí platit

$$Ri = u_L + u_C + u.$$

Po vyjádření napětí

$$Ri = -L \frac{di}{dt} + \frac{Q}{C} t + U_m \sin \Omega t.$$

Rovnici derivujeme podle času a dosadíme za $\frac{dQ}{dt} = -i$ a upravíme

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = U_m \Omega \cos \Omega t.$$

Rovnici vydělíme $L \Rightarrow$ nehomogenní diferenciální rovnice 2. řádu s konstantními koeficienty:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = \frac{U_m \Omega}{L} \cos \Omega t$$

Řešení této rovnice vyjadřuje vynucený proud i v oscilačním obvodu.

Pro amplitudu I_m po vyřešení a úpravě dostaneme

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(L\Omega - \frac{1}{C\Omega}\right)^2}}. \quad (4.64)$$

Výraz ve jmenovateli je impedance Z oscilačního obvodu při frekvenci Ω .

Bude-li se Ω vynucujícího proudu i spojitě měnit, pak při jisté hodnotě $\Omega = \Omega_r$ bude impedance v obvodu nejmenší a amplituda bude maximální $I_{m\max} = \frac{U_m}{R}$ (**rezonance**)

při rezonanční frekvenci

$$\Omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.65)$$

Rezonanční obvody – oscilační obvody, u nichž dochází k rezonanci s vynucujícím signálem.

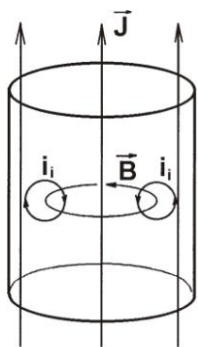
Rezonanční křivka – grafické vyjádření závislosti I_m na Ω .

4.7 NESTACIONÁRNÍ ELEKTROMAGNETICKÉ POLE

1. Vysokofrekvenční proudy a napětí

Budeme-li v oscilačním obvodu generátoru zmenšovat L a kapacitu C , můžeme získat napětí a proudy velmi vysokých frekvencí (až 100 MHz).

Povrchový jev – při vedení ωf proudu se projevuje **skinefekt**.



V případě ωf proudů je největší hustota proudu na povrchu vodiče a nejmenší uprostřed. S tím souvisí i značné zvětšení odporu vodiče pro proud vysoké frekvence, neboť pro vedení je využita jen povrchová vrstva vodiče (pokrytí povrchu vodičů vrstvou stříbra nebo skládání z tenkých izolovaných drátů).

Vysvětlení: (obrázek) – část vodiče s ωf proudem.

- proudové čáry jsou rovnoběžné s povrchem vodiče,
- každá je obklopena magnetickými indukčními čarami (některé procházejí vnitřkem vodiče)
- Uvnitř vodiče existuje střídavý magnetický indukční tok, (mění-li se směr proudu ve vodiči, mění se i směr magnetického pole tímto proudem vyvolaného).
- To způsobuje, že se ve vodiči indukují kolem magnetických indukčních čar proudu i_i .
- Směr proudů je na povrchu souhlasný se směrem proudových čar \Rightarrow vzroste \vec{J} .
- Proudové čáry kolem osy vodiče mají opačný směr, než $i_i \Rightarrow$ celková hustota proudu se uvnitř vodiče zmenší.

2. Rovnice kontinuity (spojitosti) proudu pro nestacionární elektromagnetické pole

Ve stacionárním elektrickém poli musí být proudové čáry uzavřené křivky

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \text{nebo diferenciální tvar} \quad \text{div } \vec{J} = 0.$$

V obvodech střídavého proudu prochází proud přes kondenzátor (s nevodivým dielektrikem).

Obklopíme-li jednu elektrodu nabitého kondenzátoru uzavřenou plochou S , pak při vybíjení kondenzátoru prochází obvodem proud i způsobený úbytkem náboje $-dQ$ na elektrodě kondenzátoru za dobu dt

$$i = -\frac{dQ}{dt}.$$

Vyjádříme proud i plochou S pomocí \vec{J} , dostaneme rovnici kontinuity v integrálním tvaru pro nestacionární pole

$$\oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{dQ}{dt}. \quad (4.66)$$

Celkový náboj Q uvnitř uzavřené plochy S vyjádříme pomocí hustoty náboje ρ a integrál na levé straně pomocí $\text{div } \vec{J}$

$$\int_V \text{div } \vec{J} \cdot dV = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Porovnáním integrandů dostaneme *rovnici kontinuity proudu pro nestacionární případ* v diferenciálním tvaru

$$\text{div } \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (4.67)$$

3. Maxwellovy rovnice pro kvazistacionární elektromagnetické pole

a) Integrální tvar Maxwellových rovnic

1. *Gaussova zobecněná věta* pro tok vektoru elektrické indukce \vec{D} uzavřenou plochou (platí i pro okamžité hodnoty příslušných veličin v nestacionárním poli)

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV. \quad (4.68)$$

Tok vektoru \vec{D} uzavřenou plochou S je roven celkovému volnému náboji uvnitř této plochy.

2. Faradayův zákon elektromagnetické indukce

Časová změna magnetického pole vyvolává pole elektrické

$$U_i = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (4.69)$$

3. Uzavřenost magnetických indukčních čar

Tok vektoru \vec{B} uzavřenou plochou S je vždy roven nule

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (4.70)$$

4. **Ampérův zákon celkového proudu** (byl odvozen pro stacionární pole, platí i pro pole kvazistacionární).

Cirkulace \vec{B} po uzavřené dráze l je rovna $\mu_0\mu_r$ – násobku celkového proudu přes plochu S ohraničenou křivkou l .

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0\mu_r \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}. \quad (4.71)$$

b) Diferenciální tvar Maxwellových rovnic

Použitím Gaussovy a Stokesovy věty z vektorové analýzy

1. Gaussova věta

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho. \quad (4.72)$$

2. Faradayův zákon elektromagnetické indukce

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (4.73)$$

3. Uzavřenost magnetických indukčních čar

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (4.74)$$

4. Ampérův zákon celkového proudu

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0\mu_r \vec{J}. \quad (4.75)$$

lze upravit na tvar

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}.$$

4. Maxwellovy rovnice pro nestacionární elektromagnetické pole

Z Maxwellových rovnic pro stacionární magnetické pole lze použít všechny rovnice v diferenciálním a integrálním tvaru kromě Ampérova zákona celkového proudu (má platnost pro stacionární i pro kvazistacionární elektromagnetické pole).

Pro nestacionární pole neplatí – je v rozporu s rovnicí kontinuity.

Rovnice kontinuity pro nestacionární pole

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Rozpor:

Ampérův zákon v diferenciálním tvaru

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0\mu_r \vec{J}.$$

Po aplikaci divergence

$$\underbrace{\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{B}}_{=0} = \mu_0 \mu_r \underbrace{\operatorname{div} \vec{J}}_{\neq 0},$$

Musíme proto na pravé straně dosadit místo vektoru \vec{J} takový vektor, jehož divergence je rovna nule. Ten určíme z Gaussovy věty

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho,$$

kterou parciálně zderivujeme podle času

$$\operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

a dosadíme do rovnice kontinuity. Dostaneme

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Úprava rovnice na tvar

$$\operatorname{div} \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0. \quad (4.76)$$

Divergence vektoru v závorce je rovna nule a tento vektor dosadíme do Ampérova zákona místo hustoty vodivého proudu \vec{J} .

Rovnice vyhovující pro nestacionární elektromagnetické pole

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \mu_r \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right). \quad (4.77)$$

Veličinu

$$\vec{J}_M = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (4.78)$$

nazýváme **hustota Maxwellova proudu** (má nenulovou hodnotu jen v dielektriku nebo ve vakuu).

Vektor \vec{D} lze vyjádřit pomocí vektoru \vec{E} a \vec{P} vztahem

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Potom hustota Maxwellova proudu \vec{J}_M má dvě složky

$$\vec{J}_M = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}. \quad (4.79)$$

Výraz $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ představuje hustotu proudu způsobenou pohybem vázaných polarizačních nábojů při časové změně polarizace dielektrika – **hustota posuvného proudu**.

!! Člen $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ existuje i ve vakuu a není vázán na pohyb elektrických nábojů

Maxwellův proud má rovněž magnetické účinky

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \mu_r \int_s \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}. \quad (4.80)$$

Vydělením $\mu_0 \mu_r$ lze rovnici upravit na tvar

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_s \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}, \quad (4.81)$$

nebo v diferenciálním tvaru

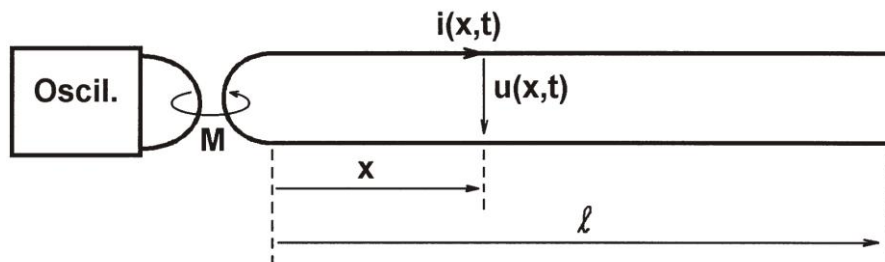
$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (4.82)$$

5. Obvody s rozloženými parametry

Obvody s prvky R, L, C – *obvody se soustředěnými parametry* (pole se šíří do okolí málo).

Obvody s rozloženými parametry jsou tvořeny vodiči s jednoduchou geometrií (dvouvodičové vedení, koaxiální vedení – koaxiální kabel).

Dvouvodičové vedení (obrázek) – R, L, C jsou spojitě rozloženy podél vedení.



Charakteristické parametry vedení – hodnoty R, L, C jsou vztaženy na jednotku vedení (1 m) – označení R_1, L_1, C_1 .

Vodivost prostředí vztaženou rovněž na jednotku vedení označíme G_1 .

Indukční nebo kapacitní vazbou vybudíme ve vedení elektrické kmity (elektrické pole bude úměrné U , magnetické I).

- Při malých frekvencích oscilátoru a malé délce vedení l předpokládáme stejné okamžité hodnoty u a i .
- U vf oscilátoru bude $u(x, t)$ a $i(x, t)$ záviset nejen na t , ale i na místě vedení.

Hodnoty pro element dx ve vzdálenosti x od začátku vedení vyjádříme jako

$$R_1 dx, L_1 dx, C_1 dx, G_1 dx$$

V místě x jsou okamžité hodnoty napětí a proudu rovny $u(x, t)$ a $i(x, t)$ (pro jednoduchost (x, t) vynecháváme).

- Vodivostní proud $i_G = G_1 dx u$ (při napětí u),

- náboj na kapacitě $C_1 dx$ při napětí u je $Q = C_1 dx u$,
- proud kapacitou při časové změně napětí $i_c = \frac{dQ}{dt} = C_1 dx \frac{\partial u}{\partial t}$.

Proud v místě $x + dx$ má hodnotu

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} dx.$$

Podle 1. Kirchhoffova zákona proud přitékající do úseku vedení se musí rovnat součtu proudů odtékajících

$$i = i_G + i_c + i + \frac{\partial i}{\partial x} dx.$$

Po dosazení

$$i = G_1 dx u + C_1 dx \frac{\partial u}{\partial t} + i + \frac{\partial i}{\partial x} dx.$$

Odtud po vydělení výrazem dx a úpravě

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G_1 u + C_1 \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (4.83)$$

Podle 2. Kirchhoffova zákona (stejný úsek vedení):

Časová změna magnetického indukčního toku (kolem vodičů existuje magnetické pole) indukuje ve vodičích napětí

$$u_L = -L_1 dx \frac{\partial i}{\partial t}.$$

Úbytek napětí na odporu úseku vedení je

$$R_1 dx i + u + \frac{\partial u}{\partial x} dx = -L_1 dx \frac{\partial i}{\partial t}.$$

Odtud po vydělení a úpravě

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R_1 i + L_1 \frac{\partial i}{\partial t}. \quad (4.84)$$

Beztrátové vedení – zanedbatelné R_1 , G_1 mezi vodiči

Telegrafní rovnice pro beztrátové vedení

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - L_1 C_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - L_1 C_1 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.85)$$

Pro beztrátové vedení mají telegrafní rovnice tvar vlnové rovnice \Rightarrow napětí u a proud i se šíří podél vedení ve formě vln.

Vlna napětí i vlna proudu se šíří po dvoudrátovém vedení rychlostí

$$\frac{1}{v^2} = L_1 C_1 \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}. \quad (4.86)$$

Rychlost šíření těchto vln je rovna rychlosti světla ve vakuu c .

Délka vlny na vedení je

$$\lambda = \frac{c}{f},$$

kde f je frekvence oscilátoru.

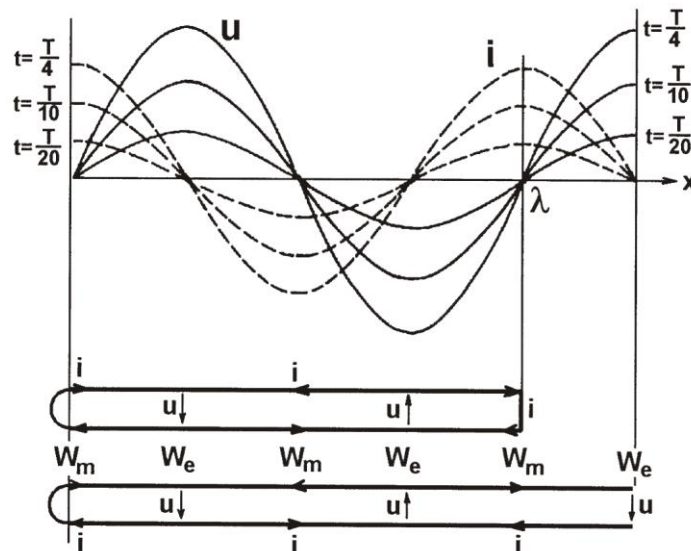
Děje na vedení v závislosti na tvaru zakončení

Při vhodném zakončení se vlna na konci může odrazet a šířit zpět ke zdroji.

Superpozicí s přímou vlnou vznikne *stojaté vlnění* (uzly nebo kmitny u, i)

V místě vazební smyčky s oscilátorem je *uzel napětí* a *kmitna proudu*.

Podmínky pro vyladěné vedení (obrázek)



- **Vedení s volným koncem** (zakončené naprázdno – nekonečnou impedancí) – na konci *kmitna napětí* a *uzel proudu*.

Pro délku l vedení

$$l = (2k - 1) \frac{\lambda}{4}, k = 1, 2, \dots \quad (4.87)$$

- **Zkratované vedení** (nulová impedance) – na konci *kmitna proudu* a *uzel napětí*.

Pro délku vedení

$$l = k \frac{\lambda}{2}, k = 1, 2, \dots \quad (4.88)$$

V kmitnách napětí je největší energie W_e ,

V kmitnách proudu je největší energie W_m .

Každé vedení má určitou **vlnovou impedanci** \hat{Z}_v .

Pro bezztrátové vedení je čistě reálná – **vlnový odpor** R_v , tedy $\hat{Z}_v = Z_v = R_v$,

$$R_v = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_{zk.}}{C_{napr.}}} \quad (4.89)$$

Zakončení vedení impedancí \hat{Z}_2 , která je rovna impedanci vedení \hat{Z}_v (nebo R_v), pak činitel odrazu na konci vedení je roven 0 \Rightarrow na vedení existuje jen *postupná vlna* šířící se od zdroje signálu k impedanci \hat{Z}_2 na konci vedení (celá energie postupné vlny se spotřebuje v impedanci \hat{Z}_2).

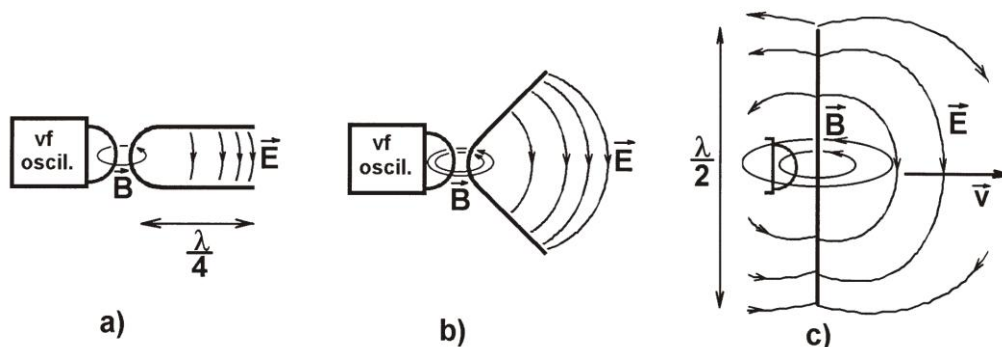
Přízpůsobení zátěže a vedení – pro případ přenosu signálu od zdroje ke spotřebiči (např. od TV antény k TV přístroji).

Dříve – dvojlinka s vlnovým odporem $R_v = 300 \Omega$,

nyní – koaxiální kabel s vlnovým odporem $R_v = 75 \Omega$.

6. Obvody s otevřenými parametry

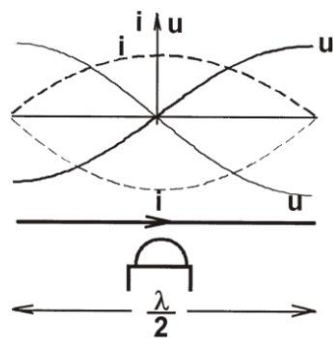
U dvouvodičového vedení je elektrické i magnetické pole rozloženo podél vedení (převážně však mezi vodiči a v blízkém okolí).



Nejkratší délka l_{\min} vyladěného dvouvodičového vedení (obrázek a)

$$l_{\min} = \frac{\lambda}{4},$$

Obvod s otevřenými parametry – chceme-li, aby se elektrické a magnetické pole šířilo do okolního prostoru.



Realizace – vodiče vyladěného dvouvodičového vedení rozevřeme na přímý vodič $\lambda/2 \Rightarrow$ **půlvlnný dipól**. (obrázek b, c).

Pole půlvlnného dipólu se šíří do okolí rychlostí \vec{v} ve **formě elektromagnetických vln**.

Rozložení napětí a proudu na oscilujícím půlvlnném dipólu je na obrázku.

- Uprostřed dipólu je kmitna proudu (buzení vazbou oscilátoru),

- napětí má uzel uprostřed dipólu a na koncích jsou kmitny napětí.

Kmitny napětí se dějí tak, že jeden konec dipólu je kladný a druhý záporný a obráceně.

Použití:

Ve sdělovací technice (antény, vysílače).

Při dopadu elektromagnetických vln o vlnové délce λ na půlvlnný dipól délky $\lambda/2$ pracuje dipól jako rezonátor a rozkmitá se s kmity odpovídající frekvence – anténa přijímače elektromagnetických vln.

7. Řešení Maxwellových rovnic pro homogenní izotropní dielektrikum

Při řešení vyjdeme z Maxwellových rovnic v diferenciálním tvaru

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{D} &= \rho, & \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= 0, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \end{aligned}$$

V dielektriku $\rho = 0$, tedy $\vec{J} = 0$.

Pro homogenní, izotropní dielektrikum lze využít "materiálových vztahů"

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}.$$

Pro homogenní, izotropní dielektrikum po úpravě dostaneme rovnice

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{E} &= 0, & \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \mu_r \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= 0, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \end{aligned}$$

Abychom vyjádřili rovnici pro \vec{E} aplikujeme na 1. rovnici operátor rotace a 2. rovnici parciálně derivujeme podle času

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \mu_r \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \end{aligned}$$

Za výraz obsahující \vec{H} na pravé straně dosadíme výraz z druhé rovnice

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = -\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0.$$

Avšak

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E},$$

kde Δ je Laplaceův operátor. Tak dostaneme *rovnici pro vektor elektrické intenzity*

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (4.90)$$

Obdobným postupem dostaneme **rovnici pro vektor magnetické intenzity**

$$\Delta \vec{H} - \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (4.91)$$

Rovnice (4.90) a (4.91) jsou **vlnové rovnice** popisující šíření vektoru \vec{E} a \vec{H} ve formě elektromagnetické vlny v dielektriku.

Elektrická i magnetická intenzita se šíří stejnou rychlostí

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}}. \quad (4.92)$$

Ve vakuu $\varepsilon_r = 1, \mu_r = 1$, takže

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.93)$$

Rychlost šíření elektromagnetické vlny v dielektriku ($\varepsilon_r > 1$) je menší než rychlost šíření ve vakuu, tj. $v < c$.

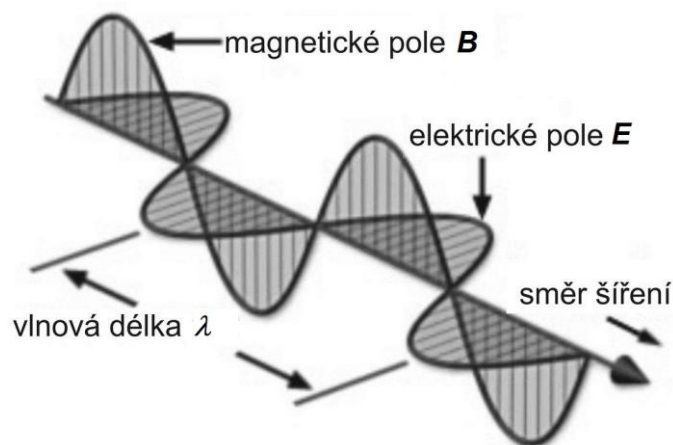
Podíl rychlosti šíření vlny ve vakuu a dielektriku je tzv. **absolutní index lomu** dielektrika

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}. \quad (4.94)$$

7. Vlastnosti elektromagnetických vln

a) Elektromagnetické vlnění je **vlnění příčné**. Vektory \vec{E} a \vec{H} jsou kolmé na směr šíření vlnění (kolmé k \vec{v}) a jsou vzájemně kolmé.

b) **Spektrum elektromagnetických vln**



Tabulka 2: Rozdělení elektromagnetických vln

Interval	frekvence	vlnové délky
<i>rádiové vlny:</i>		
velmi dlouhé	3 – 30 kHz	$(10^5 - 10^4)$ m
nízké frekvence	30 – 300 kHz	$(10^4 - 10^3)$ m
střední frekvence	0,3 – 3 MHz	$(10^3 - 10^2)$ m
vysoké frekvence	3 – 30 MHz	$(10^2 - 10)$ m
velmi vysoké frekvence	30 – 300 MHz	$(10 - 1)$ m
<i>mikrovlny:</i>		
decimetrové	0,3 – 3 GHz	$(1 - 0,1)$ m
centimetrové	3 – 30 GHz	$(10 - 1)$ cm
milimetrové	30 – 300 GHz	$(10 - 1)$ mm
submilimetrové	> 300 GHz	< 1 mm
<i>daleká infračervená oblast</i>	$10^{11} - 10^{13}$ Hz	$(10^3 - 20)$ μ m
<i>infračervené záření</i>	$10^{13} - 4 \cdot 10^{14}$ Hz	$(20 - 0,75)$ μ m
<i>viditelné světlo</i>	$4 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{14}$ Hz	$(750 - 400)$ nm
<i>ultrafialové záření</i>	$7,5 \cdot 10^{14} - 6 \cdot 10^{16}$ Hz	$(400 - 50)$ nm
<i>rentgenové záření: měkké</i>	$10^{16} - 10^{18}$ Hz	$(20 - 0,1)$ nm
<i>tvrdé</i>	$10^{18} - 10^{22}$ Hz	$(0,1 - 10^{-5})$ nm
γ záření	> 10^{18} Hz	< 0,1 nm

Pro rozhlasové vysílání se užívají frekvenční pásma

- DV – $f = 145$ kHz až 420 kHz
- SV – $f = 510$ kHz až 1,6 MHz
- KV – $f = 3$ MHz až 30 MHz
- VKV – $f = 30$ MHz až 300 MHz
- UKV – $f = 300$ MHz až 3 GHz

Elektromagnetické vlny od oblasti daleké infračervené oblasti již nelze generovat uměle vyrobenými oscilátory.

Jsou generovány přirozenými oscilátory – atomy, molekuly.

Kvantové vlastnosti elektromagnetického záření – není vyzařováno spojitě, ale po kvantech o energii

$$W = hf = h \frac{c}{\lambda},$$

kde h je Planckova konstanta.

c) Šíření elektromagnetických vln v prostoru

- Snadno procházejí nevodivým prostředím i vakuem, na vodivém prostředí se odráží,
- velká rychlost šíření je vhodná pro přenos informace,

Dlouhé a střední vlny jsou obvykle vyzařovány svislými čtvrtvlnovými dipóly – šíří se při povrchu Země (ohýbají se na překážkách, není nutná přímá viditelnost mezi vysílačem a přijímačem).

Krátké vlny – je možné je přijímat jen v oblasti přímé viditelnosti antény vysílače,

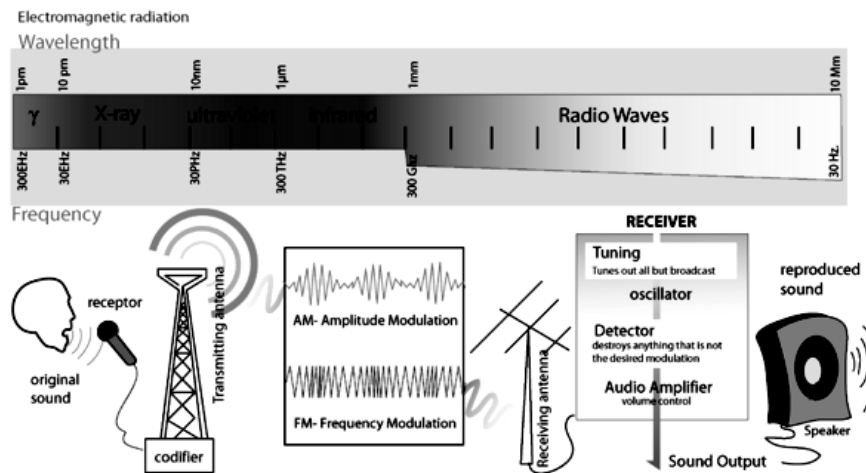
dálkový příjem KV je umožněn odrazem od ionosféry (výška 100 až 120 km – vrstva E), která vzniká ionizací vzduchu působením slunečního záření. V noci vrstva zaniká rekombinací iontů.

V noci je šíření možné odrazem od ionizované vrstvy F (200 až 400 km) – spojení na delší vzdálenost.

Radiové vlny velmi vysoké frekvence ($\lambda = 10$ až 1 m) procházejí ionosférou a pronikají do kosmického prostoru.

Příjem je možný jen v dosahu přímé viditelnosti, umožňují spojení s umělými družicemi Země a s objekty vypuštěnými do kosmického prostoru.

Fyzika, technika, příroda



Spektrum elektromagnetického záření a princip přenosu signálů

Podle vlnové délky rozlišujeme

vlny	dlouhé	střední	krátké	velmi krátké
zkratky	DV, LW	SV, MW	KV, SW, KW	VKV, FM
vlnová délka	2000 – 1050 m	572 – 187 m	49 – 11 m	4,55 – 4,11 m
frekvence	150 – 285 kHz	525 – 1605 kHz	6 – 26 MHz	66 – 73 MHz

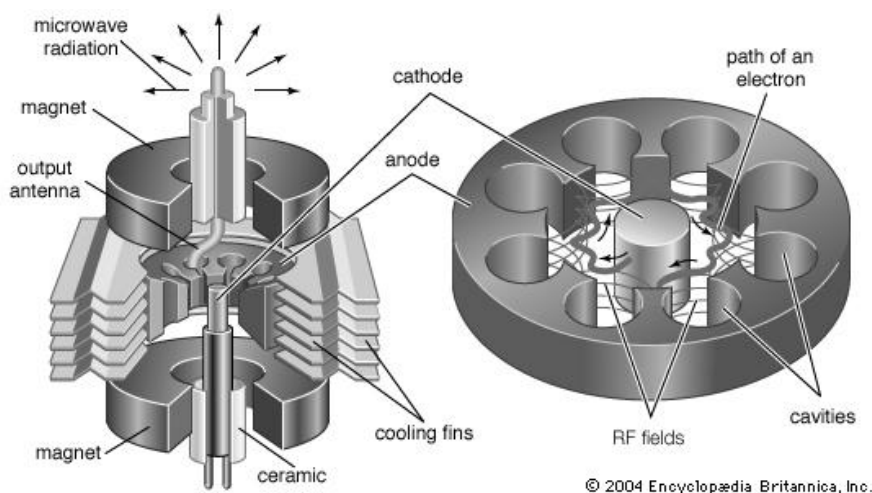
Mezery ve frekvenčním spektru jsou vyhrazeny pro spojení v letecké a námořní dopravě, pro záchrannou a bezpečnostní službu, pro amatéry apod.

Dlouhé vlny (20 – 3 km) se šíří povrchovými vlnami do vzdálenosti několik set kilometrů. Prostorové vlny mají dosah větší, jsou často rušeny atmosférickými výboji. **Střední vlny** (3 km – 200 m) se šíří povrchovými vlnami s ještě menším dosahem. V noci se šíří i prostorovými vlnami. **Krátké vlny** (200 – 10 m) povrchová vlna se šíří jen na krátkou vzdálenost mezi vysílači a přijímači v dosahu „přímé viditelnosti“. Prostorovou vlnou na jakoukoli vzdálenost. **Velmi krátké vlny** (pod 10 m): prostorové vlny pronikají ionosférou a používají se ke komunikaci s družicemi. Povrchová vlna umožňuje příjem na přímou vzdálenost

Mikrovlnné záření

Mikrovlny některými materiály (papír, plast, bavlna, sklo, igelitový sáček) projdou bez problémů. Propustnost závisí na materiálu a jeho tloušťce. K výraznějšímu útlumu u propustných materiálů dochází v případě, že jejich tloušťka je větší než polovina vlnové délky. Jinými materiály (kov, voda) jsou mikrovlny pohlcovány a přeměňují se v nich na teplo. Třetí možností je odraz mikrovln. Na tomto principu je založena funkce radaru. Obdobným způsobem je zamezeno úniku mikrovln z kuchyňských mikrovlnek, které jsou v podstatě plechovými krabicemi. Vzhledem k vlnové délce 12,2 cm nemohou mikrovlny unikat malými otvory, jako je např. mřížka na dvířkách.

Magnetron je elektronka s válcovou katodou, která je vložena do osy rovněž válcové, ale duté anody. Celá elektronka se nachází mezi póly silného elektromagnetu, jehož siločáry postupují rovnoběžně s osou obou elektrod. Elektrony, které vyletují z katody, jsou přitahovány k anodě a také na ně působí magnetické pole. Jejich dráha se zakříví tak, že ani na anodu nedoletí a vracejí se obloukem zpět do blízkosti katody. Následkem tohoto pohybu se vytvoří kolem katody mračno elektronů, které se kolem ní otáčí a představuje prstencový proud. Spojíme-li elektrody s vhodně naladěným rezonátorem, stačí slabý elektrický impuls, aby se elektrony rozkmitaly v pravidelných oscilacích s velmi vysokou frekvencí.



Některé motivační příklady a testové otázky odpovídající středoškolské úrovni.

(Série příkladů vysokoškolské učitelské fyziky bude zpracována v samostatném souboru „početních cvičení“) – do příkladů jsou zahrnuty partie fotoelektrického jevu, které byly zmíněny v kapitole vedení elektrického proudu ve vakuu

VYBERTE JEDNU SPRÁVNOU ODPOVĚĎ ZE ČTYŘ NABÍDNUTÝCH

1. Na čem závisí rychlost elektronů uvolněných z povrchu kovu?

- A) na intenzitě záření
- B) na energii dopadajících fotonů
- C) na počtu fotonů dopadajících na povrch kovu
- D) na rychlosti dopadajících fotonů

2. V oblasti viditelného světla má nejmenší energii foton příslušející světlu barvy:

- A) červené
- B) žluté
- C) zelené
- D) fialové

3. V oblasti viditelného světla má největší energii foton příslušející světlu barvy:

- A) červené
- B) žluté
- C) zelené
- D) fialové

4. Einsteinova rovnice pro fotoelektrický jev vyjadřuje zákon zachování:

- A) hybnosti
- B) momentu hybnosti
- C) hmotnosti
- D) energie

VYBERTE DVĚ SPRÁVNÉ ODPOVĚDI ZE ŠESTI NABÍDNUTÝCH

1. Světlo jako elektromagnetické vlnění má následující vlastnosti:

- A) potřebuje ke svému šíření látkové prostředí,
- B) největší rychlost šíření tohoto vlnění je ve vzduchu,
- C) fyziologický vjem zvaný vidění vyvolává světlo v rozmezí vlnových délek přibližně 390 - 790 nm,
- D) v průsvitných prostředích nedochází k rozptylu světla,
- E) pokud se světlo šíří anizotropním prostředím závisí rychlost světla na směru šíření,
- F) v anizotropním prostředí se světlo šíří podle Huygensova principu.

2. Monofrekvenčnímu záření se nejvíce přibližuje záření:

- A) zářivky,
- B) žárovky,
- C) laseru,
- D) maseru,
- E) absolutně černého tělesa,
- F) rentgenové lampy.

3. Záření gama je:

- A) elektromagnetické záření,
- B) vychyluje se jak v elektrickém tak i v magnetickém poli,
- C) vzniká především jako důsledek dějů v elektronovém obalu atomů,
- D) záření o větších vlnových délkách než 10^{-12} m,
- E) může vznikat i výbojem v plynu,
- F) uvolňuje z látky nabitě částice v důsledku fotoefektu a Comptonova jevu.

4. Ultrafialové záření je:

- A) součástí gama záření,
- B) vychyluje se jak v elektrickém tak i v magnetickém poli,
- C) je absorbováno křemenným sklem,
- D) ionizuje vzduch,
- E) jeho tepelná složka je využívána u slunečních kolektorů,
- F) záření s kratšími vlnovými délkami než je 380 nm.

5. Rentgenové záření se podle způsobu vzniku rozděluje na brzdné a charakteristické. Pro brzdné záření platí:

- A) souvisí se změnami energie atomů kovů,
- B) vzniká jako důsledek zpomalování pohybu elektronů, které dopadají na povrch kovů,
- C) brzdné záření neutrálních atomů je prakticky stejné jako jejich iontů,
- D) má spojité spektrum,
- E) nemůže vyvolat ionizaci látky, kterou prochází,
- F) vzhledem ke krátké vlnové délce je absorbováno již povrchem látky a nemůže pronikat do hlubších vrstev.

PŘÍKLADY

1. Rentgenové záření má frekvenci $6 \cdot 10^{18}$ Hz. Rychlost světla ve vakuu $3 \cdot 10^8$ m · s⁻¹. Jaká je vlnová délka rentgenového záření ve vakuu? [$\lambda = 5 \cdot 10^{-11}$ m]
2. Rentgenové záření má frekvenci $6 \cdot 10^{18}$ Hz. Planckova konstanta je přibližně $6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s. Jaká je energie fotonu rentgenového záření? [$E = 3,9 \cdot 10^{-15}$ J]
3. Rentgenové záření má frekvenci $6 \cdot 10^{18}$ Hz. Planckova konstanta je přibližně $6,6 \cdot 10^{-34}$ J · s. Rychlost světla ve vakuu $3 \cdot 10^8$ m · s⁻¹. Jaká je hybnost fotonu rentgenového záření? [$p = 1,3 \cdot 10^{-23}$ kg · m · s⁻¹]

Literatura ke studijnímu modulu Elektřina a magnetismus

ZÁHEJSKÝ, Jiří. *Elektřina a magnetismus*. 1.vyd. Olomouc: Vydavatelství UP, 2002, 236 s. ISBN 80-244-0482-6

HALLIDAY, D. – RESNICK, R. – WALKER, J. *Fyzika, část 3, Elektřina a magnetismus*, 1. vyd. Brno, Praha: VUTIUM a Prometheus, 2000, s. 579 – 889. ISBN 80-214-1868-0 (VUTIUM), ISBN 81-7196-213-9 (Prometheus)

FEYNMAN, Richard – LEIGHTON, Robert – SANDS, Matthew. *Feynmanovy přednášky z fyziky*. 1.vyd., 2. svazek, Havlíčkův Brod: Fragment 2001, 806 s. ISBN 80-7200-420-4

ČIČMANEC, Pavol. *Elektřina a magnetismus*. 1.vyd., Bratislava: Alfa, 1980, 563 s.

SEDLÁK, Bedřich, – ŠTOLL, Ivan. *Elektřina a magnetismus*. Praha: Academia, 2002. ISBN 80-200-1004-1

KUBÍNEK, Roman. – KOLÁŘOVÁ, Hana. – HOLUBOVÁ, Renata. *Fyzika pro každého – Rychlokurz fyziky*. 1.vyd. Olomouc: Rubico, 2009, 276 s. ISBN 978-80-7346-095-2

BARTUŠKA, Karel. *Sbírka řešených úloh z fyziky pro střední školy III*, 2.vyd. , Praha: Prometheus, 2002, 215 s. ISBN 80-7196-235-X

TIRPÁK, Andrej. *Elektřina a magnetismus – úlohy ke cvičenkám*. 1. vyd., Bratislava: Vyd. Univerzity Komenského, 1991, 349 s. ISBN 80-223-0359-3

KUBÍNEK, Roman. *Sbírka příkladů z elektřiny a magnetismu*. (on line) 2011, poslední revize listopad 2011 (<http://fyzika.upol.cz/cs/zkratky-predmetu/emg>).

VŮJTEK, Milan. *Fyzikální praktikum – elektřina a magnetismus*. (on – line) 2011, poslední revize listopad 2011 (<http://fyzika.upol.cz/cs/zkratky-predmetu/fp2>).

Zdroje převzatých obrázků (řazeno postupně)

- Coulombovy váhy – www.techmania.cz, <http://www.converter.cz/fyzici/coulomb.htm> (schéma)
- Blesk – www.wallpapers.cz (volně ke stažení)
- Kulový blesk – <http://www.centrum.estranky.cz/clanky/kulovy-blesk.html>,
http://cs.wikipedia.org/wiki/Kulovy_blesk
- Faradayova klec – [http://physicsb-2009-10.wikispaces.com/\(_11\)+Electrostatics+and+Conductors](http://physicsb-2009-10.wikispaces.com/(_11)+Electrostatics+and+Conductors)
- Leydenská láhev – http://technet.idnes.cz/foto.aspx?foto1=PKA1ef27b_leyden.jpg
- Elektrolytické kondenzátory – <http://www.aldax.cz/index.php?act=prod&show=clanky&key=elyty>
- Keramické kondenzátory – http://elektronika.host22.com/test/articles.php?article_id=4
- Wimshurstův přístroj – <http://www.skolab.cz/Obchod/fyzika/ucebni-pomucky/ucebni-pomucky-elektrostatika.html>
- Van de Graafův generátor – <http://www.helago-cz.cz/catalog/elektrostatika/>
- Schéma – www.techmania.cz
- Van de Graaff – vlasy <http://ecodatarecovery.wordpress.com/tag/fried-pcb/>
- Piezoelektrický zapalovač – <http://www.exihand.cz/zapalovace-piezo-i-bateriove-katskup9.php>
- Piezoelektrický mikrofon – <http://sk.wikipedia.org/wiki/Mikrof%C3%B3n>
- Ultrazvukové čidlo – <http://www.panelovameridla.cz/panelovameridla/eshop/42-1-ULTRAZVUKOVE-SNIMACE/113-3-S-pruchozim-paprskem/5/367-Ultrazukove-cidlo-UBE4000-30GM-SA2-V15>
- Šíření akčního potenciálu – studijní materiály Ústavu lékařské biofyziky LF UP (spoluautor R. Kubínek)
- Skleněné pojistky – <http://www.automaxhk.cz/Pojistky-sklenene-sada-10ks-2605.html>
- Keramická pojistka – <http://www.emat.cz/pojistky/valcove-10x38>
- Automobilová pojistka – <http://www.specialni-elektro.cz/hute/eshop/4-1-Auto-moto/3-2-Konektory-pojistky-svorky>
- Nožová pojistka – <http://www.dnaelektro.com/nh-pojistky/nozova-pojistka-63-a.23154>
- Jistič – <http://eshop.langmont.cz/jistice-a-stykace/92-jistic-moeller-pl7-b50-3.html>
- Halogenová žárovka do auta – http://autodily.rosicko.com/?28,cz_autozarovka-h4-halogenova-zarovka-do-auta-12v-60-55w-p43t
- Maglev – <http://www.supraconductivite.fr/en/index.php?p=applications-trains-maglev-more>
- Galvanické pokovování – <http://www.avthk.cz/linka-pro-galvanicke-pokovovani.html>
- Plošná elektroforéza – <http://www1.lf1.cuni.cz/~kocna/biochem/text5.htm>
- EKG záznam – <http://zivotni-energie.cz/ekg-signal-a-jeho-zaznam.html>
- Svařování elektrickým obloukem – <http://www.cez.cz/edee/content/microsites/elektrina/fyz8.htm>,
<http://www.morkus-morava.cz/kovovyroba.html>
- Kompas – <http://www.science27.com/english/magnetism.html>
- Busola – <http://www.speotimis.ro/dictionar-speologic/busola.html>
- Zemské magnetické pole – <http://www.topnews.in/usa/earth-s-magnetic-field-vital-protecting-atmosphere-216293>
- Sluneční erupce –
http://www.asu.cas.cz/~svanda/prace/clanky/ian/ian507_files/main_page_fr_data/main_page_data/detart_obsah.html
- Polární záře – <http://scienceworld.cz/aktuality/zelena-kouzla-polarni-zare-6650>
- Magnetický záznam zvuku – <http://pavtechnologies.com/pavwordpress/?cat=15>
- Magnetické pole Země – <http://shiftfrequency.com/tag/earths-magnetic-field/>

Mozek v MRI – <http://www.cancerresearchuk.org/cancer-help/about-cancer/tests/mri-scan>

MRI skener – <http://www.mrimedicalequipment.com/siemens-mri-medical/siemens-magnetom-espre-1-5t-equipment/>

Elektromagnet na železný šrot – <http://www.magnety.sk/magneticke-systemy/zdvhanie-a-prenasanie/srotove-elektromagnety/>

Kytarový snímač – <http://hudebniforum.cz/snimace-hardware-prislusenstvi-udrzba/to-zakladni-o-snimacich-t7031.html>

Princip indukční varné desky – <http://www.energetickyporadce.cz/domacnost/domaci-spotrebice/varne-desky-troubny/zakladni-informace.html>

Indukční pec – <http://www.rajmont.cz/produkty-indukcni-ohrev/>

Samonabíjecí svítidla – <http://www.dmail.cz/prodotto.php?cod=125381>

Vodní elektrárna – http://www.priroda.cz/detail_foto.php?id1=100&id2=95

Jaderná elektrárna – http://cs.wikipedia.org/wiki/Jadern%C3%A1_elektr%C3%A1rna

Větrná elektrárna – <http://www.tvojdomy.sk/dom-stavba/stavba-rekonstrukcia/vetrne-elektrarny.aspx>

Transformátor ve Vranovské elektrárně – http://www.techmania.cz/edutorium/art_exponaty.php?xkat=fyzika&xser=456c656b74f8696e612061206d61676e657469736d7573h&key=507

Autotransformátor – <http://www.georgeb.wz.cz/dilna/autotransformator/autotrafo.jpg>

Ruhmkorffův transformátor – http://fyzweb.cz/odpovedna/index.php?hledat=pokusy&limit_od=4&obor=

Elektromagnetická vlna – <http://micro.magnet.fsu.edu/primer/java/wavebasics/index.html>

Přenos elektromagnetických vln – <http://schools-wikipedia.org/wp/r/Radio.htm>

Magnetron – http://microwavetubes.iwarp.com/How_Magnetron_Work.html

Roman Kubínek

Elektřina a magnetismus

Výkonný redaktor prof. RNDr. Tomáš Opatrný, Dr.
Odpovědná redaktorka Mgr. Lucie Loutocká
Technická úprava textu doc. RNDr. Oldřich Lepil, CSc.
Návrh obálky Jiří Jurečka

Vydala a vytiskla Univerzita Palackého v Olomouci
Křížkovského 8, 771 47 Olomouc
<http://www.upol.cz/vup>
e-mail: vup@upol.cz

Olomouc 2012

1. vydání

Publikace neprošla ve vydavatelství redakční a jazykovou úpravou.

Neprodejné

ISBN 978-80-244-3360-8