



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Modularizace a modernizace studijního programu počáteční přípravy učitele fyziky

Univerzita Palackého v Olomouci

Přírodovědecká fakulta

# Paprsková a vlnová optika



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Modularizace a modernizace studijního programu počáteční přípravy učitele fyziky

Oponenti: Doc. RNDr. Roman Kubínek, CSc.  
Mgr. Marek Honců, Ph.D.

Zpracováno v rámci řešení projektu Evropského sociálního fondu  
a Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky  
Modularizace a modernizace studijního programu počáteční přípravy učitele fyziky,  
registrační číslo: CZ.1.07/2.2.00/18.0018.

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

1. vydání  
© Ivo Vyšín, Jan Říha, 2012  
© Univerzita Palackého v Olomouci, 2012  
ISBN 978-80-244-3334-9

# Obsah

1. Úvod .....	5
2. Paprsková (geometrická) optika.....	7
2.1 Základy paprskové optiky .....	7
2.1.1 Zákon lomu, zákon odrazu.....	9
2.1.2 Elementární optické prvky s rovinnými plochami .....	11
2.1.3 Pojem optického zobrazení na základě paprskové optiky.....	15
2.1.4 Paraxiální vlastnosti optické soustavy .....	16
2.2 Omezení paprskových svazků v optické soustavě .....	32
2.3 Optické vady soustavy .....	35
2.3.1 Otvorová vada .....	36
2.3.2 Koma.....	37
2.3.3 Zklenutí pole, astigmatismus.....	40
2.3.4 Zkreslení.....	41
2.3.5 Barevná vada polohy .....	42
2.3.6 Barevná vada velikosti .....	44
2.3.7 Křivost obrazu – Petzvalova křivost.....	45
2.3.8 Stigmatické zobrazení.....	46
2.4 Optické soustavy základních optických přístrojů.....	47
2.4.1 Lupa .....	47
2.4.2 Mikroskop.....	53
2.4.3 Dalekohled.....	60
3. Vlnová optika.....	72
3.1 Podstata a šíření světla z pohledu Maxwellovy teorie elektromagnetického pole.....	72
3.1.1 Základní pojmy a rovnice Maxwellovy teorie elektromagnetického pole .....	72
3.1.2 Elektromagnetické vlny v homogenním izotropním dielektriku .....	74
3.1.3 Šíření elektromagnetických vln v neomezeném ztrátovém prostředí .....	85
3.1.4 Elektromagnetické vlny na rozhraní dvou prostředí .....	86
3.2 Difrakce (ohyb) světla .....	96
3.2.1 Fraunhoferovy ohybové jevy na kruhovém otvoru .....	102
3.2.2 Omezení rozlišovací meze optických soustav Fraunhoferovými ohybovými jevy.....	104
3.3 Interference světla.....	105
3.3.1 Dvousvazková interference světla.....	111

3.3.2 Mnohosvazková interference světla .....	119
Literatura .....	123

# 1. Úvod

Optiku můžeme stručně charakterizovat jako vědu o světle. Zabývá se studiem zákonitostí světelných jevů, které vznikají při průchodu světla různými prostředími a jejich rozhraními v nejrůznějších podmínkách, a dále také studiem vzniku a zániku světla a jeho působením na látku.

Světlo dnes chápeme jako elektromagnetické vlnění. Jeho vlastnosti je nutné studovat na základě teorie nestacionárního elektromagnetického pole, ať už z hlediska teorie klasické nebo teorie kvantové, kdy je možné do řešených problémů zahrnout korpuskulárně vlnový charakter světla.

V praxi se ale velmi často omezujeme na řešení podstatných rysů daného problému, tedy zahrnujeme do řešení jen ty stránky problému, které jsou pro řešení daného typu úlohy nejdůležitější. Na základě tohoto postupu je možné optiku rozdělit na tři hlavní obory – lze mluvit o dělení optiky podle metody zkoumání:

- 1) Paprsková (geometrická) optika. Studuje zákony světelného záření založené na představě o přímočarém šíření světla. Tuto představu lze zavést za předpokladu, že všechny použité rozměry jsou značně větší, než vlnová délka světla.
- 2) Vlnová optika. Postihuje vlnové vlastnosti záření, což je nutná podmínka pro popis řady optických jevů, jako je interference, difrakce, polarizace světla apod.
- 3) Kvantová optika. Studuje elementární vlastnosti záření, jako je jeho vznik, absorpce atd., kde nelze pominout kvantovou povahu záření.

Jako optické záření označujeme elektromagnetické vlnění v oblasti frekvencí od  $10^{13}$  do  $10^{16}$  Hz, což odpovídá vlnovým délkám od  $3 \cdot 10^{-5}$  do  $10^{-8}$  m. Tato oblast spektra se dále dělí na infračervené záření (frekvence  $f \approx 10^{13}$  až  $4 \cdot 10^{14}$  Hz, tj.  $\lambda \approx 3 \cdot 10^{-5}$  až  $7,6 \cdot 10^{-7}$  m), světelné (viditelné) záření ( $f \approx 4 \cdot 10^{14}$  až  $8 \cdot 10^{14}$  Hz, tj.  $\lambda \approx 7,6 \cdot 10^{-7}$  až  $3,8 \cdot 10^{-7}$  m) a ultrafialové záření ( $f \approx 8 \cdot 10^{14}$  až  $3 \cdot 10^{16}$  Hz, tj.  $\lambda \approx 3,8 \cdot 10^{-7}$  až  $10^{-8}$  m).

Výše uvedené dělení optiky do hlavních oborů v podstatě souvisí s historickým vývojem názorů na postatu světla. První teorie, které je možno označit za vědecké, pochází z 2. poloviny 17. století. Byla to především *Huygensova vlnová teorie*, založená na představě, že každý svítící bod vykonává rychlé mechanické kmity, jež se přenáší na okolní nehmotné prostředí (světelný éter), kterým se následkem jeho dokonalé pružnosti dále šíří všemi směry ve formě podélného vlnění. V uvedeném období (v období mechanické fyziky) byl s přijetím této teorie problém. Proto prakticky až do počátku 19. století byla dávana větší přednost *Newtonově korpuskulární (částičkové) teorii*. Tato teorie byla zavedena v analogii s mechanikou – předpokládala, že světlo je proud rychle letících částic, emitovaných zdrojem. Pokud tyto částice vstoupí do oka, vyvolávají pocit vidění. Všechny optické jevy tato teorie vysvětlovala na základě mechaniky – přímočaré šíření světla, odraz i lom světla (na základě představy, že opticky hustší prostředí působí na částice většími přitažlivými silami), a tím byla tato teorie schopna vysvětlit i nejjednodušší zákony geometrické optiky včetně aberací. Teorie mohla vysvětlit i rozklad světla na základě představy, že různým barvám odpovídají různé hmotné částice. Problém ale byl při vysvětlení rychlosti šíření světla v optických prostředích různé hustoty. V hustším prostředí by se částice musely šířit vyšší rychlostí, což je evidentní rozpor s realitou.

Na počátku 19. století byly objeveny jevy ohybu světla, interference a polarizace. Tyto poznatky vedly k oživení vlnové teorie a její následné revizi v tom smyslu, že podélné vlnění bylo T. Youngem v roce 1817 nahrazeno vlněním příčným. Obě uvedené teorie jsou velmi názorné, každá z nich ale postihuje jen jednu stránku podstaty světla, proto jako obecné teorie nejsou přijatelné.

Rozpory vlnové teorie, které vznikly v souvislosti se studiem rychlosti světla ve směru rotace a proti směru rotace Země (vedoucí ke vzniku teorie relativity) urychlily nástup *Maxwellovy elektromagnetické teorie světla* (datované do roku 1863). Podle této teorie je světlo nestacionární elektromagnetické pole, které ke svému šíření nevyžaduje žádné nosné prostředí. Tato teorie je makroskopická, interpretuje správně celou řadu jevů, které souvisí s šířením světla, není ale schopna vysvětlit podstatu interakcí záření a látky, kdy se projevují i jiné vlastnosti světla, než jen vlnové. Musela vzniknout *kvantová teorie světla*, založená na skutečnosti, že světlo má korpuskulárně vlnový charakter. Světlo je chápáno jako soubor kvant energií – fotonů, které jsou základem dnešních představ o podstatě světla.

Tento text si klade za cíl popsat jen základní okruhy problémů klasické paprskové a vlnové optiky. Je nemožné zahrnout na tomto omezeném prostoru výklad problémů dalších relativně samostatných oblastí optiky a souvisejících disciplín. Namátkou můžeme v této souvislosti jmenovat radiometrii a fotometrii, spektroskopii, holografii, svazkovou optiku, fourierovskou optiku, problémy laserových světelných zdrojů apod. Je ale pravděpodobné, že alespoň v některých z uvedených směrů bude tento text v budoucnu dále doplňován.

## 2. Paprsková (geometrická) optika

Z hlediska principu je možné uvést, že paprsková optika pracuje s pojmy obyčejné geometrie. Vychází z následujících předpokladů:

- V homogenním izotropním prostředí se světlo šíří přímočaře ve formě světelných paprsků, které lze považovat za geometrické přímky.
- Z každého svítícího bodu, který považujeme za geometrický bod, vychází paprsky všemi směry a tvoří tzv. homocentrický svazek paprsků.
- Jednotlivé homocentrické svazky paprsků jsou na sobě nezávislé. Každý se šíří tak, jako by ostatní svazky neexistovaly.
- Na rozhraní dvou prostředí se světelné paprsky řídí zákony odrazu a lomu.

Paprsková optika jako metoda řešení optických úloh má velký význam. Řadu optických jevů vysvětluje poměrně jednoduše a především na jejím základě se konstruuje reálné optické přístroje. Paprsková optika se především používá ke studiu optického zobrazení, kdy základní úlohou je přeměnit homocentrický svazek paprsků, vycházející ze svítícího bodu (bodů předmětu) opět ve svazek homocentrický, sbíhající se do obrazového bodu. Paprsková optika umožňuje sledování průchodu paprsků optickou soustavou a tedy také určení tvaru svazku paprsků v obrazovém prostoru. Následně je potom možné vhodnými změnami konstrukčních dat optické soustavy tento svazek upravovat tak, aby se co nejvíce blížil svazku homocentrickému.

Na druhé straně paprsková optika neříká, do jaké míry se reálné svazky paprsků v obrazovém prostoru optické soustavy musí blížit svazkům homocentrickým, aby optické zobrazení bylo dokonalé. To umožňuje až vlnová optika. Je ale možné vyhodnocovat odchylky reálných svazků od ideálních homocentrických svazků na základě zkušeností.

### 2.1 Základy paprskové optiky

Rychlost šíření světelného rozruchu závisí na prostředí a barvě světla. Maximální rychlost šíření je rychlost světla  $c$  ( $2,998 \cdot 10^8$  m/s). V konkrétních prostředích je rychlost šíření nižší, ale srovnatelná. Protože měření velkých rychlostí je poměrně problematické, definujeme jako základní charakteristiku prostředí index lomu. Rozeznáváme absolutní index lomu  $\bar{n}_\lambda$  jako poměr rychlosti světla ve vakuu  $c$  a rychlosti světla v daném prostředí  $v_\lambda$  pro vlnovou délku  $\lambda$ , tedy

$$\bar{n}_\lambda = \frac{c}{v_\lambda}. \quad (2.1)$$

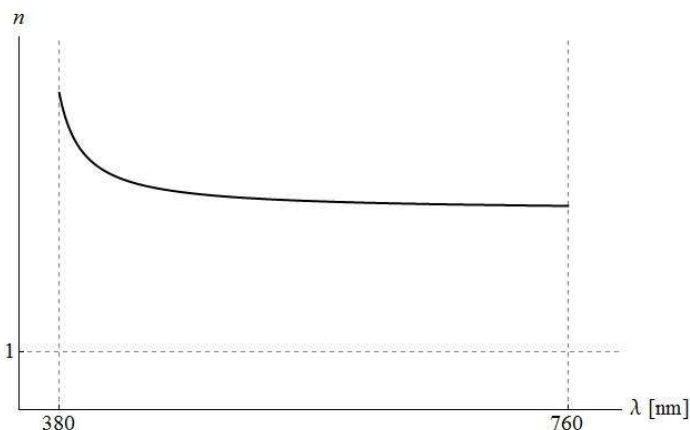
Prakticky ale bývá zvykem uvádět index lomu prostředí vzhledem ke vzduchu. Je-li rychlost světla  $v_{0\lambda}$  pro světlo vlnové délky  $\lambda$ , pak se index lomu zavádí vztahem

$$n_\lambda = \frac{v_{0\lambda}}{v_\lambda} \quad (2.2)$$

Vztah mezi těmito indexy lomu je  $\bar{n}_\lambda = n_\lambda \cdot \frac{c}{v_{0\lambda}} = n_\lambda \cdot n_{0\lambda}$ , kde za normálních okolností  $n_{0\lambda} = 1,0002916$ . V praxi se pracuje s indexy lomu  $n_\lambda$ , tedy indexy lomu prostředí jsou udávány

vzhledem ke vzduchu. Korekce mezi indexy lomu je známa, proto v dalším textu budeme v teorii pracovat s indexy absolutními, které bez uvedení vlnové délky budeme zapisovat ve tvaru  $n = \frac{c}{v}$ .

Index lomu je disperzní veličina, závisí na frekvenci  $\omega$  nebo vlnové délce  $\lambda$ . Křivka závislosti indexů lomu optických skel ve viditelné oblasti spektra má následující charakter – viz obr. 2.1:



Obr. 2.1: Charakter disperzní křivky optického skla

Pro výpočet hodnoty indexu lomu  $n_\lambda$  je možné použít některého analytického vyjádření křivky závislosti indexu lomu na vlnové délce – disperzní křivky. Z historie je znám Cornuův disperzní vzorec

$$n_\lambda = n_0 + \frac{a}{\lambda - \lambda_0}, \quad (2.3)$$

kde  $n_0$ ,  $a$ ,  $\lambda_0$  jsou koeficienty, které lze vypočítat ze znalosti tří indexů lomu pro tři vlnové délky.

Výrobci optických skel ve svých katalogích uvádějí vlastní disperzní vzorce. Např. firma Schott, SRN, používá vzorec

$$n_\lambda^2 - 1 = \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3}, \quad (2.4)$$

kde koeficienty  $B_1, B_2, B_3, C_1, C_2, C_3$  jsou součástí katalogového listu každého optického skla včetně uvedení oboru platnosti vzorce (2.4).

Ve viditelné oblasti spektra je definováno několik významných vlnových délek (spektrálních čar), pro které se v katalogích skel hodnoty indexu lomu přímo uvádí – mluví se o Fraunhoferových spektrálních čarách. Pro návrhy optických soustav, pracujících ve viditelné oblasti spektra, mají největší význam čáry, uvedené v tabulce Tab. 2.1.

Označení	$\lambda [nm]$	Popis spektrální čáry
C	656,3	Červenooranžová čára ve spektru H
C'	643,85	Červená čára ve spektru Cd
d	587,6	Žlutá čára ve spektru He
e	546,1	Zelená čára ve spektru Hg
F	486,1	Modrozelená čára ve spektru H
F'	480	Modrá čára ve spektru Cd
g	435,8	Modrá čára ve spektru Hg

Tab. 2.1: Vybrané Fraunhoferovy čáry ve viditelné oblasti spektra



Optické sklo je dále charakterizováno svou disperzí (odlišností hodnot indexů lomu pro různé vlnové délky). Disperze se vyjadřuje pomocí Abbeova čísla, které bývá vztaženo k Fraunhoferovým čarám  $d$  nebo  $e$ . Příslušná Abbeova čísla jsou pak vyjádřena vztahy

$$v_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \quad (2.5)$$

nebo

$$v_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{C'}} \quad (2.6)$$

Hodnoty  $n_F - n_C$ , příp.  $n_{F'} - n_{C'}$ , jsou známy jako hlavní (střední) disperze.

Zavádí se pojem optické dráhy  $l = n \cdot d$ , kde  $d$  je skutečná dráha v daném prostředí o indexu lomu  $n$ . Dvě skutečné dráhy ve dvou různých prostředích jsou ekvivalentní, pokud se sobě rovnají optické dráhy, tedy pokud platí

$$n_1 d_1 = n_2 d_2 \quad (2.7)$$

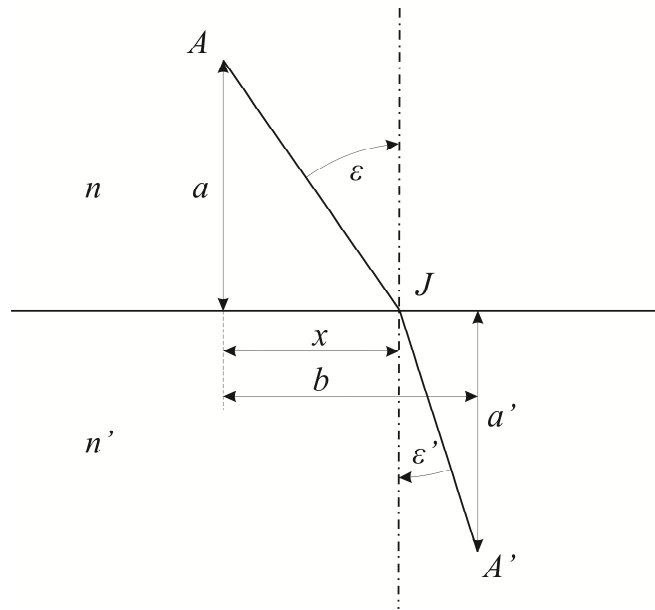
Označíme-li jako  $v_1$  rychlost šíření světla v prostředí o indexu lomu  $n_1$ , pak čas  $t_1$ , za který světlo urazí dráhu  $d_1$  v tomto prostředí bude  $d_1 = v_1 t_1$  a tedy  $t_1 = \frac{d_1}{v_1} = \frac{d_1 c}{v_1 c} = \frac{n_1 \cdot d_1}{c}$ . Je tedy jasné, že optická dráha má význam dráhy, kterou světlo urazí za stejný čas ve vakuu.

Základním principem paprskové optiky je Fermatův princip. Ten říká, že světlo se šíří z jednoho bodu prostoru do druhého po takové dráze, že doba potřebná k jejímu proběhnutí je extrémní, případně stacionární.

Z Fermatova principu pak přímo vyplývá přímočaré šíření světla v homogenním izotropním prostředí, protože přímková spojnice mezi dvěma body realizuje nejkratší vzdálenost mezi těmito body. Dále bude ukázáno, že z Fermatova principu přímo vyplývají zákony odrazu a lomu světla.

### 2.1.1 Zákon lomu, zákon odrazu

Aplikujme Fermatův princip na situaci, zakreslenou na obr. 2.2. Je zde znázorněn chod paprsku z bodu  $A$  do bodu  $A'$  přes rozhraní dvou prostředí, kde rovina rozhraní je rovina kolmá k obrázku. Na tomto rozhraní dochází k lomu paprsku, průsečík paprsku s rovinou rozhraní je označen jako bod  $J$ . Úhel  $\varepsilon$  nazveme úhlem dopadu, úhel  $\varepsilon'$  je úhel lomu. Tyto úhly jsou označené jako orientované, jsou orientovány od paprsku směrem ke kolmici k rozhraní, přičemž směr hodinových ručiček je považován za kladný.



Obr. 2.2: K odvození zákona lomu

Vyjádřeme si čas, který paprsek potřebuje k proběhnutí dráhy z bodu  $A$  do bodu  $A'$ :

$$t = \frac{AJ}{v} + \frac{JA'}{v'} = \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{v} + \frac{\sqrt{a'^2+(b-x)^2}}{v'}, \quad (2.8)$$

kde  $v$  a  $v'$  jsou rychlosti šíření světla v prvním a druhém prostředí. Zavedeme-li indexy lomu  $n$  a  $n'$  obou prostředí, můžeme čas  $t$  vyjádřit jako

$$t = \frac{1}{c} \cdot \left[ n\sqrt{a^2+x^2} + n'\sqrt{a'^2+(b-x)^2} \right]. \quad (2.9)$$

Hledáme extrém tohoto výrazu podle vzdálenosti  $x$ , která označuje polohu bodu  $J$ . Dosadíme-li do výsledku pro extrém (2.9) úhel dopadu a úhel lomu pomocí vztahů  $\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} = \sin \varepsilon$  a  $\frac{b-x}{\sqrt{a'^2+(b-x)^2}} = \sin \varepsilon'$ , dojdeme k závěru

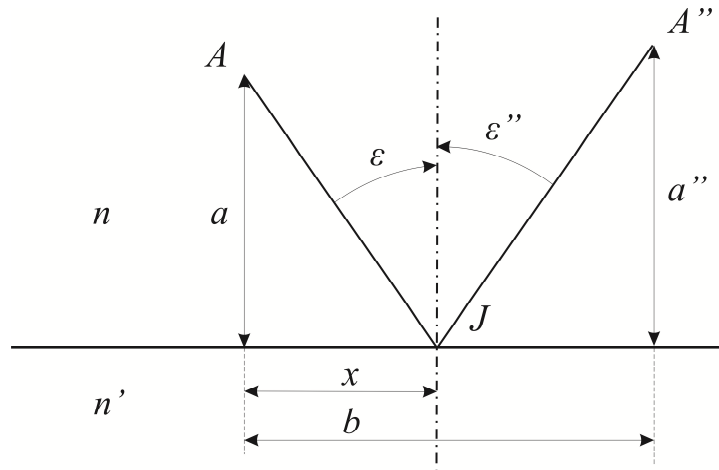
$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{c} \cdot (n \sin \varepsilon - n' \sin \varepsilon') = 0 \quad (2.10)$$

a tedy

$$n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon', \quad (2.11)$$

což je hledaný tvar Snellova (Snelliova) zákona lomu.

Zákon odrazu lze odvodit na základě stejného principu. Vyjdeme ze situace, znázorněné na obr. 2.3. Paprsek vychází z bodu  $A$ , odráží se od roviny rozhraní v bodě  $J$  a prochází bodem  $A''$ . Úhel  $\varepsilon$  je opět úhel dopadu, úhel  $\varepsilon''$  je úhel odrazu. Oba úhly jsou opět orientované – úhel dopadu je kladný, úhel odrazu záporný.



Obr. 2.3: K odvození zákona odrazu

Čas, který paprsek potřebuje k proběhnutí dráhy z bodu  $A$  do bodu  $A''$  je:

$$t = \frac{AJ}{v} + \frac{JA''}{v} = \frac{n}{c} \cdot \left[ \sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{a''^2 + (b-x)^2} \right]. \quad (2.12)$$

Hledáme opět extrém tohoto výrazu podle vzdálenosti  $x$ . Pokud použijeme vztahů  $\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}} = \sin \varepsilon$  a  $\frac{b-x}{\sqrt{a''^2+(b-x)^2}} = -\sin \varepsilon''$ , dojdeme k závěru

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n}{c} \cdot (\sin \varepsilon + \sin \varepsilon'') = 0 \quad (2.13)$$

a odtud

$$\varepsilon'' = -\varepsilon, \quad (2.14)$$

což je tvar zákona odrazu při zohlednění orientací úhlu dopadu a úhlu odrazu.

Je zřejmé, že tvar zákona odrazu (2.14) lze získat přímo ze zákona lomu (2.11) pro  $n' = -n$ . Odraz na rozhraní proto můžeme chápat jako zvláštní případ lomu.

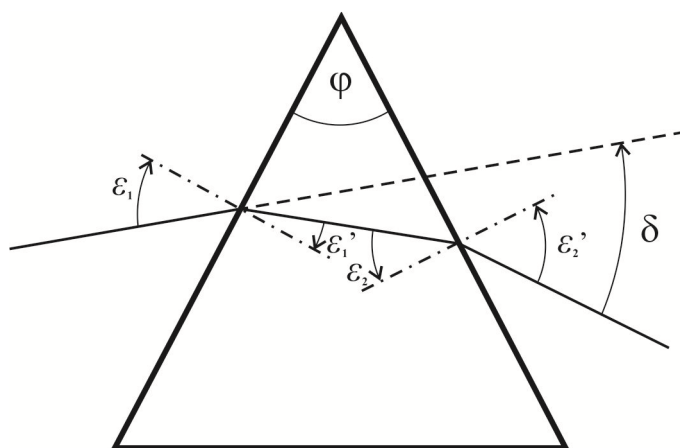
Prostředí s nižší hodnotou indexu lomu se nazývá prostředí opticky řidší, prostředí s vyšší hodnotou indexu lomu je opticky hustší. Při přechodu paprsku z prostředí opticky řidšího do hustšího dochází k lomu ke kolmici a naopak při přechodu paprsku z prostředí opticky hustšího do řidšího dochází k lomu od kolmice. Ve druhém případě nastává situace, že paprsek dopadající na rozhraní pod určitým úhlem  $\varepsilon_m$  se láme pod úhlem  $\varepsilon' = \pi/2$ , tedy lomený paprsek se šíří podél roviny rozhraní. Úhel  $\varepsilon_m$  se nazývá mezný nebo kritický úhel dopadu. Pokud úhel dopadu je větší, než mezný úhel, tedy  $\varepsilon' > \varepsilon_m$ , dochází k tzv. totálnímu odrazu.

### 2.1.2 Elementární optické prvky s rovinnými plochami

Těmito elementárními optickými prvky jsou myšleny lámavý hranol, optický klín a planparalelní deska. Jedná se o prvky, které jsou běžnými součástmi optických přístrojů.

a) Lámavý hranol

Jedná se o prvek, který je tvořen dvojicí rovinných optických ploch (stěn hranolu), které spolu svírají lámavý úhel  $\varphi$ . Přímka, ve které se stěny hranolu protínají, je lámavá hrana hranolu. Každá rovina kolmá na lámavou hranu je hlavní řez hranolu. Konečně rovina kolmá k ose souměrnosti lámavého úhlu a k hlavnímu řezu hranolu je základna hranolu. Na obr. 2.4 je znázorněn průchod paprsku hlavním řezem hranolu. Index lomu skla hranolu označme  $n$  a předpokládejme v dalších úvahách, že hranol leží na vzduchu.



Obr. 2.4: Průchod paprsku hlavním řezem hranolu

Odchylka paprsku vystupujícího z hranolu od paprsku dopadajícího (úhel  $\delta$ ) je tzv. deviace hranolu. Je zřejmé, že při průchodu paprsku hranolem podle obr. 2.4 jsou splněny následující vztahy:

$$\sin \varepsilon_1' = \frac{\sin \varepsilon_1}{n}, \quad (2.15)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1' - \varphi, \quad (2.16)$$

$$\sin \varepsilon_2' = n \sin \varepsilon_2. \quad (2.17)$$

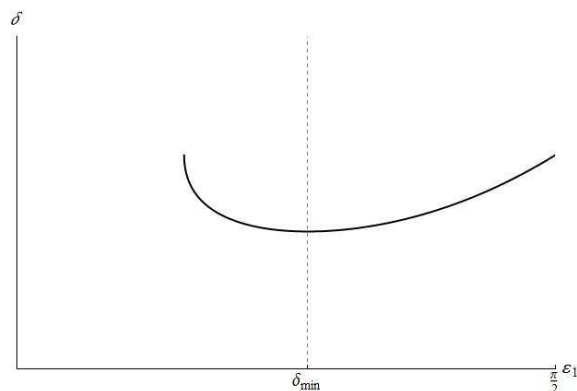
Protože pro deviaci hranolu platí

$$\delta = (\varepsilon_1 - \varepsilon_1') + (\varepsilon_2 - \varepsilon_2') = \varepsilon_1 - \varepsilon_2' - \varphi, \quad (2.18)$$

lze po dosazení (2.15) až (2.17) psát

$$\delta' = \arcsin(n \sin \varepsilon_1') + \arcsin[n \sin(\varphi - \varepsilon_1')] - \varphi. \quad (2.19)$$

Pomocí tohoto vztahu je možné vyjádřit závislost deviace hranolu  $\delta$  na úhlu dopadu  $\varepsilon_1$  na první lámavou plochu hranolu. Charakter této závislosti je uveden na obr. 2.5. Z tohoto obr. Je zřejmé, že existuje úhel dopadu, při kterém deviace hranolu nabývá své minimální hodnoty.



Obr. 2.5: Závislost deviace hranolu na úhlu dopadu

Pomocí vztahu (2.19) lze hledat extrém  $\delta$  v závislosti na úhlu lomu  $\varepsilon_1'$  na první lámavé ploše, tedy počítat výraz  $\frac{d\delta}{d\varepsilon_1'} = 0$ . Lze dojít k závěru

$$(1 - n^2) \sin(\varphi - 2\varepsilon_1') = 0, \quad (2.20)$$

který bude splněn, pokud

$$\varepsilon_1' = \frac{\varphi}{2}. \quad (2.21)$$

Je tedy zřejmé, že minimální deviace nastává tehdy, pokud je průchod paprsku hranolem symetrický.

Minimální deviace hranolu je možné využít k měření indexu lomu skla Fraunhoferovou metodou. Změříme-li minimální deviaci  $\delta_{min}$  hranolu s lámavým úhlem  $\varphi$  pro paprsek světla určité vlnové délky  $\lambda$ , pak pro index lomu skla hranolu platí vztah

$$n_\lambda = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{min} + \varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\varphi}{2}}. \quad (2.22)$$

Lámavé hranoly se používají ke spektrálnímu rozkladu bílého světla. Hodnota deviace v důsledku disperze indexu lomu skla hranolu roste se zkracující se vlnovou délkou. Dopadá-li na hranol paprsek bílého světla, pak nejmenší deviace nastává pro červenou barvu a největší pro fialovou.

#### b) Optický klín

Optický klín je vlastně hranol s malým lámavým úhlem. Jestliže také úhel dopadu na první lámavou plochu klínu je malý, můžeme funkce sinus ve vztazích pro hranol nahradit jejich argumenty. Vztahy (2.15) až (2.17) přechází na tvar

$$\varepsilon_1' = \frac{\varepsilon_1}{n}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_1' - \varphi, \quad \varepsilon_2' = n\varepsilon_2 \quad (2.23)$$

a tedy

$$\varepsilon_2' = n(\varepsilon_1' - \varphi) = n\left(\frac{\varepsilon_1}{n} - \varphi\right) = \varepsilon_1 - n\varphi. \quad (2.24)$$

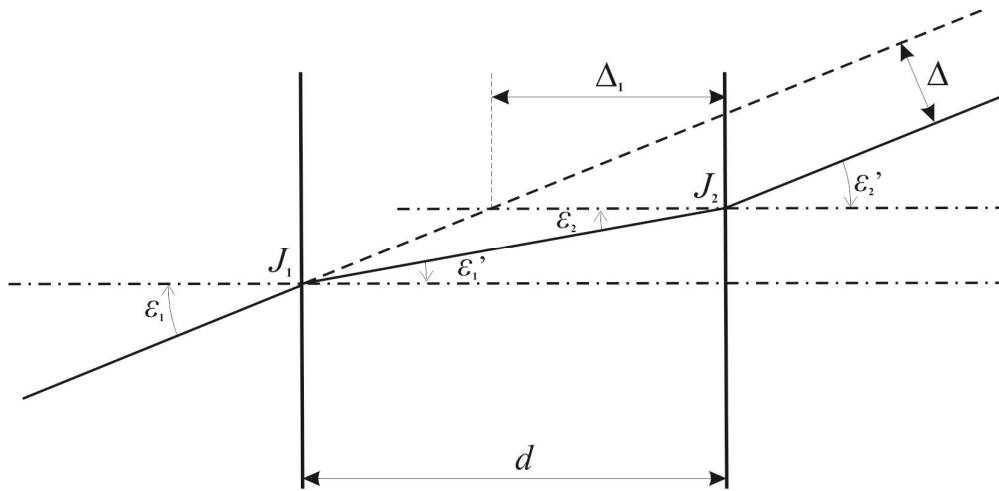
Ze vztahu (2.18) pro deviaci hranolu ale vyplývá, že  $\varepsilon_1 - \varepsilon'_2 = \delta + \varphi$ , takže po dosazení lze vypočítat deviaci klínu

$$\delta = (n - 1)\varphi. \quad (2.25)$$

Optický klín tedy slouží k získání jemných odchylek směru dopadajícího paprsku. V praxi je možné setkat se s dvojicí stejných klínů, které se otáčejí proti sobě. Odchylna směru prošlého paprsku od směru paprsku dopadajícího je pak plynule měnitelná od 0 do  $2\delta$ , kde  $\delta$  je deviace každého z klínů. Takováto dvojice klínů pak slouží např. k jemné justáži směru pohledu zobrazovacích optických soustav.

### c) Planparalelní deska

Planparalelní desku můžeme chápat jako hranol s nulovou hodnotou lámavého úhlu. Tloušťka planparalelní desky je  $d$ , deska leží na vzduchu a je vyrobena ze skla o indexu lomu  $n$ . Z vlastností planparalelní desky nás nejvíce zajímá příčné a podélné posunutí paprsku, který dopadá na čelní plochu desky pod úhlem  $\varepsilon_1 \neq 0$ .



Obr. 2.6: Průchod paprsku planparalelní deskou

Vyděme ze situace na obr. 2.6. Je zřejmé, že pro příčné posunutí paprsku  $\Delta$  platí vztah

$$\Delta = J_1 J_2 \sin(\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) = \frac{d}{\cos \varepsilon'_1} \cdot \sin(\varepsilon_1 - \varepsilon'_1). \quad (2.26)$$

Uplatníme-li vzorec pro sinus rozdílu úhlů  $\sin(\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) = \sin \varepsilon_1 \cos \varepsilon'_1 - \cos \varepsilon_1 \sin \varepsilon'_1$  a použijeme vztah  $\cos \varepsilon'_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \varepsilon'_1} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varepsilon_1}{n^2}}$ , dostaneme

$$\Delta = d \sin \varepsilon_1 \left( 1 - \frac{\cos \varepsilon_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1}} \right). \quad (2.27)$$

Kromě příčného je možné také vyhodnotit podélné posunutí paprsku  $\Delta_1$  planparalelní deskou. Vztah mezi příčným a podélným posunutím je

$$\Delta_1 = \frac{\Delta}{\sin \varepsilon_1}. \quad (2.28)$$

Tento vztah má největší význam pro malé úhly dopadu  $\varepsilon_1$ . Pro tento případ jej lze upravit na tvar

$$\Delta_1 = d \frac{n-1}{n}. \quad (2.29)$$

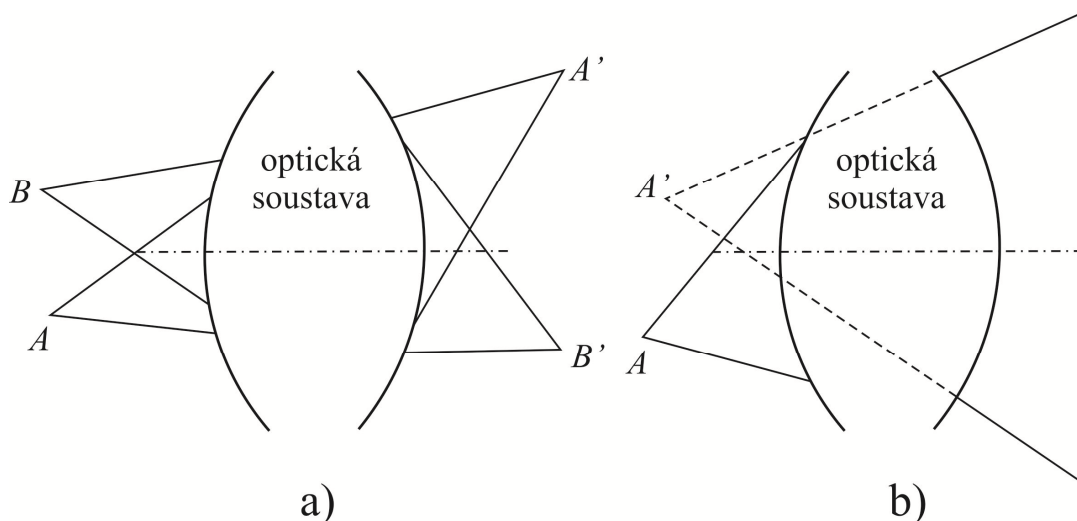
Podélné posunutí  $\Delta_1$  má význam podélného posunutí bodu, ve kterém paprsek vystupuje ve stejné výšce při zařazení a bez zařazení planparalelní desky. Potom  $\Delta_1$  má vlastně význam prodloužení stavební délky optické soustavy při zařazení planparalelní desky tloušťky  $d$ .

Jako planparalelní desky se do návrhů optických soustav započítávají totálně odrazné hranoly, kterými jsou nejčastěji nahrazována rovinná zrcadla. Hranoly se vyznačují vyšší mechanickou stabilitou a vyšší odrazností. Nejčastěji se s totálně odraznými hranoly můžeme setkat v optických soustavách dalekohledů.

### 2.1.3 Pojem optického zobrazení na základě paprskové optiky

Bylo již uvedeno, že paprsková optika pracuje s představou, že z každého bodu předmětu (ať už svítícího nebo osvětleného) vychází homocentrický svazek paprsků. Cílem optického zařízení je přeměnit tyto svazky opět ve svazky homocentrické, jejichž vrcholy jsou potom body obrazu.

Tvoří-li paprsky za soustavou sbíhavý svazek, mluvíme o skutečném (reálném) obraze – obr. 2.7a. Jestliže jsou svazky za soustavou rozbíhavé, mluvíme o neskutečném (zdánlivém) obraze – obr.2.7b.



Obr.2.7: Znázornění skutečného a neskutečného obrazu

Pokud optická soustava vytváří skutečný obraz předmětu, mluvíme o objektivních soustavách. Obraz je možno zachytit na určité ploše – CCD čipu, filmu, promítacím plátně aj. Druhý typ soustav jsou soustavy subjektivní. Subjektivní soustavy se ale mohou stát soustavami objektivními ve spojení s okem – reálný obraz se vytvoří na sítnici oka.

Zavádí se pojem fyzikálně dokonalého zobrazení. Při tomto zobrazení se bod zobrazí jako bod, přímka se zobrazí v přímku a rovina v rovinu. Zobrazení reálných soustav se fyzikálně dokonalému zobrazení pouze blíží. Požadované přeměny paprskových svazků tak, aby se zobrazení blížilo fyzikálně

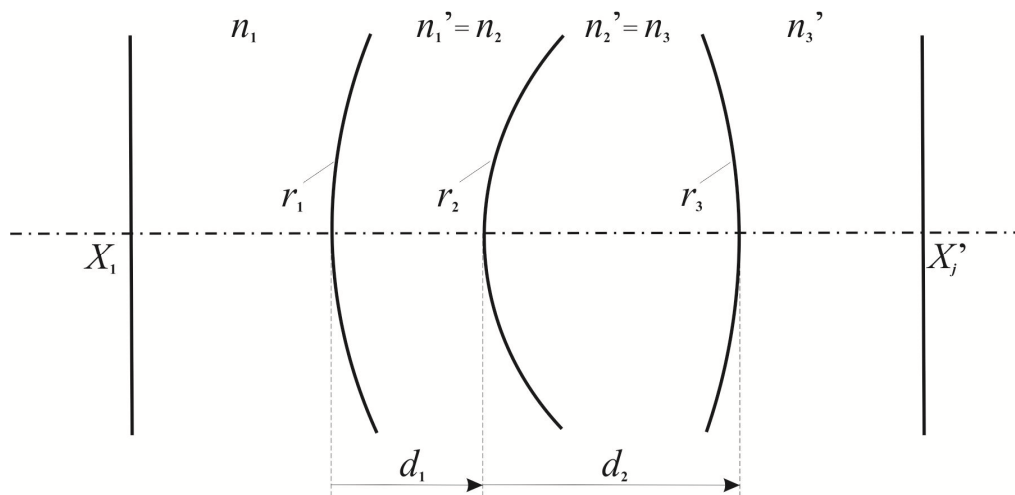
dokonalému, se dosáhne využitím zákonů odrazu a lomu na rozhraních prostředí. Soubor těchto rozhraní se nazývá optická soustava.

Optická soustava je nejčastěji soustavou sférických a rovinných ploch, které oddělují prostředí s různými indexy lomu. Nejjednoduššími optickými soustavami jsou jednoduchá čočka a sférické zrcadlo. Tyto nejjednodušší optické soustavy jsou schopné realizovat fyzikálně dokonalé zobrazení jen velmi malého plošného elementu předmětu, který se nachází v blízkosti optické osy soustavy (přímka, na které leží středy sférických ploch) a pouze při malých průměrech optických ploch – mluvíme o paraxiálním prostoru. Paprsky v tomto prostoru svírají velmi malé úhly s optickou osou, prakticky se uvažují paprsky, které svírají s optickou osou úhel menší než  $2^\circ$ . Je-li však předmět rozlehlý nebo uvažujeme-li větší průměry optických ploch, nelze mluvit o fyzikálně dokonalém zobrazení. Odchyšky zobrazení reálné optické soustavy od fyzikálně dokonalého zobrazení jsou optické vady (aberrace) soustavy.

Aby bylo dosaženo požadované kvality zobrazení (závislé na konkrétním případě použití soustavy), je třeba čočky kombinovat. Obecně platí, že čím jsou širší svazky, které zobrazení realizují, a čím je rozlehlejší předmět, tím větší počet čoček je nutné použít. Žádané kvality zobrazení se dále dosahuje vhodnými změnami parametrů čoček – poloměrů optických ploch, osových tloušťek, materiálů čoček.

#### 2.1.4 Paraxiální vlastnosti optické soustavy

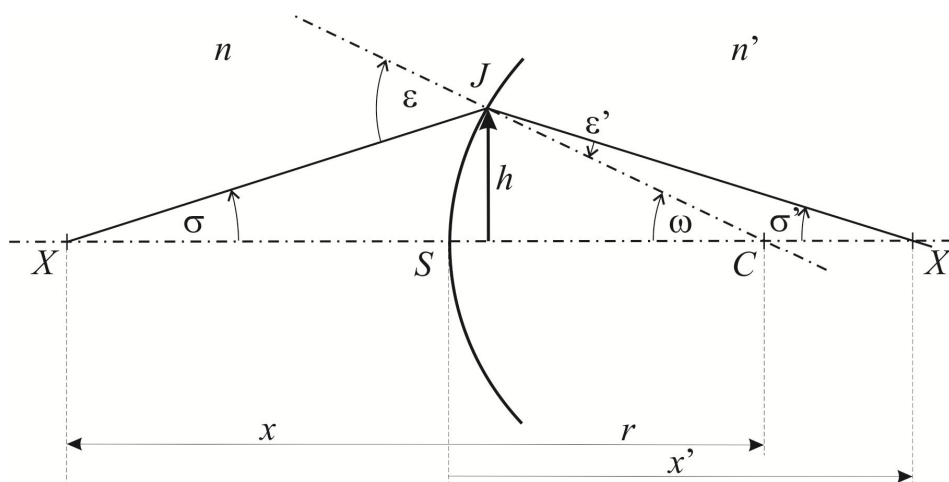
Uvažujme centrovanou optickou soustavu (poloměry všech ploch leží na optické ose a rovinné plochy jsou na ni kolmé) složenou z  $j$  lámavých ploch. Taková soustava je potom popsána pomocí  $j$  hodnot poloměrů křivosti ploch  $r_1, r_2, \dots, r_j$ ,  $j - 1$  hodnot vzdáleností vrcholů ploch na optické ose  $d_1, d_2, \dots, d_{j-1}$  a pomocí  $j + 1$  hodnot indexů lomu prostředí  $n_1, n_1' = n_2, n_2' = n_3, \dots, n_{j-1}' = n_j, n_j'$ . Prostředí s indexy lomu  $n_1$  a  $n_j'$  tvoří předmětový a obrazový prostor soustavy – viz obr. 2.8. pro  $j=3$ .



Obr. 2.8: Parametry optické soustavy

Uvažujme lom paprsku na jedné sférické ploše v meridiánové rovině, tedy v rovině, která prochází optickou osou. Tato situace je znázorněna na obr. 2.9.





Obr. 2.9: Lom paprsku na sférické ploše

Pro popis tohoto lomu paprsku na jedné ploše a následně pro popis průchodu paprsků soustavou optických ploch se s výhodou zavádí znaménková konvence. Definujeme jednu z možných konvencí, kterou budeme dále používat, v následujících bodech:

- předpokládá se, že světlo, dopadající na soustavu, se šíří zleva doprava. Tento směr považujeme za kladný.
- leží-li bod  $X$  resp.  $X'$  vpravo (vlevo) od vrcholu lámavé plochy  $S$ , je vzdálenost  $x$  resp.  $x'$  kladná (záporná).
- poloměr  $r$  lámavé plochy je kladný (záporný), leží-li střed křivosti  $C$  plochy vpravo (vlevo) od vrcholu plochy  $S$ .
- úhel  $\sigma$  resp.  $\sigma'$  orientujeme od optické osy k paprsku, přičemž směr hodinových ručiček je považován za kladný. Tuto skutečnost můžeme také vyjádřit tak, že úhel  $\sigma$  resp.  $\sigma'$  má stejné znaménko, jako podíl  $\frac{h}{x}$  resp.  $\frac{h}{x'}$ , přičemž  $h$  je kladné (záporné), leží-li bod  $J$  nad (pod) optickou osou.
- úhel dopadu  $\varepsilon$  resp. úhel lomu  $\varepsilon'$  orientujeme ve směru od paprsku ke kolmici k rozhraní, přičemž opět směr hodinových ručiček považujeme za kladný.
- úhel  $\omega$  orientujeme ve směru od optické osy ke spojnici bodů  $C, J$ , přičemž směr hodinových ručiček je kladný.

S využitím této konvence propočítejme lom paprsku na obr. 2.9. Z trojúhelníka  $XJC$  plyne, že

$$-\sigma + \omega = \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \omega - \sigma. \quad (2.30)$$

Obdobně z trojúhelníka  $CX'J$

$$\varepsilon' + \sigma = \omega \Rightarrow \varepsilon' = \omega - \sigma'. \quad (2.31)$$

Protože v paraxiálním prostoru jsou i úhly  $\varepsilon, \varepsilon'$  malé, platí zde zákon lomu ve tvaru  $n\varepsilon = n'\varepsilon'$ , tedy po dosazení

$$n(\omega - \sigma) = n'(\omega - \sigma'). \quad (2.32)$$

V paraxiálním prostoru podle obr. 2.9 dále platí  $\omega = \frac{h}{r}$ ,  $\sigma = \frac{h}{x}$  a  $\sigma' = \frac{h}{x'}$ . Po dosazení do rovnice (2.32) lze získat vztah

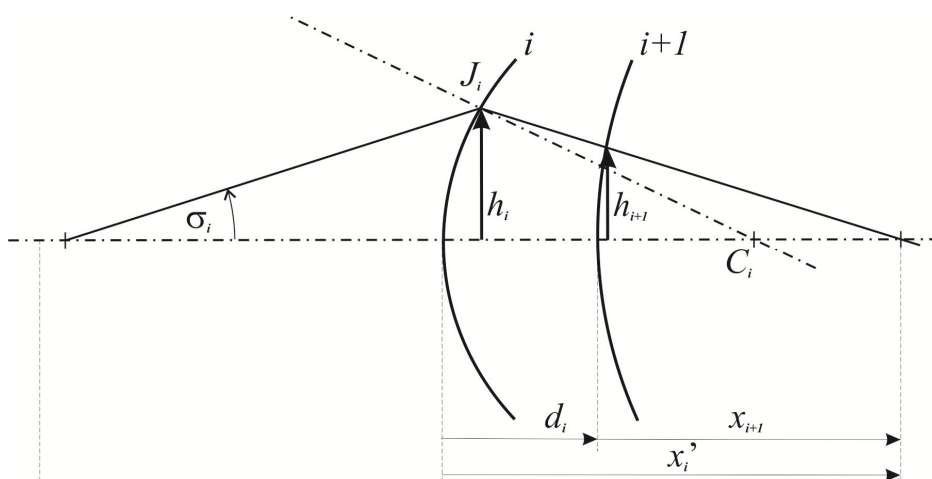
$$\frac{n'}{x'} - \frac{n}{x} = \frac{n' - n}{r}, \quad (2.33)$$

což je rovnice, popisující zobrazení osového bodu  $X$  do bodu  $X'$  v paraxiálním prostoru, neboli zobrazovací rovnice paraxiálního paprsku.

Zobrazení paraxiálního paprsku soustavou  $j$  lámavých ploch pak realizujeme opětovným použitím rovnice (2.33) pro každou plochu soustavy s následným použitím vztahu pro přechod na následující plochu soustavy (obr. 2.10), tedy pomocí vztahů

$$\frac{n'_i}{x'_i} - \frac{n_i}{x_i} = \frac{n'_i - n_i}{r_i}, \quad i = 1, 2, \dots, j \quad (2.34)$$

$$x_{i+1} = x'_i - d_i; \quad i = 1, 2, \dots, j - 1. \quad (2.35)$$



Obr. 2.10: Přechod od plochy s indexem  $i$  k ploše  $i + 1$

Situace na obr. 2.10 můžeme také využít pro získání vztahu pro poměr dopadových výšek na optických plochách. Z uvedeného obrázku je zřejmé, že při zanedbání vrchlíků optických ploch

$$\frac{h_i}{x'_i} = \frac{h_{i+1}}{x_{i+1}} \Rightarrow \frac{h_i}{h_{i+1}} = \frac{x'_i}{x_{i+1}}. \quad (2.36)$$

Vyjádřeme si tento poměr dopadových výšek pro každé dvě následující plochy optické soustavy a vyto poměry vzájemně vynásobme. Pak

$$\frac{h_1}{h_2} \cdot \frac{h_2}{h_3} \cdot \frac{h_3}{h_4} \dots \frac{h_{j-1}}{h_j} = \frac{x'_1}{x_2} \cdot \frac{x'_2}{x_3} \cdot \frac{x'_3}{x_4} \dots \frac{x'_{j-1}}{x_j} \quad (2.37)$$

a tedy poměr dopadových výšek paraxiálního paprsku na první a poslední ploše optické soustavy je

$$\frac{h_1}{h_j} = \frac{x'_1 x'_2 \dots x'_{j-1}}{x_2 x_3 \dots x_j}. \quad (2.38)$$

Ze zobrazovací rovnice paraxiálního paprsku (2.33) lze při nahrazení lomu odrazem, tedy při zavedení podmínky  $n' = -n$ , získat paraxiální zobrazovací rovnici kulového zrcadla

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{2}{r} . \quad (2.39)$$

### 2.1.4.1 Zvětšení optických soustav

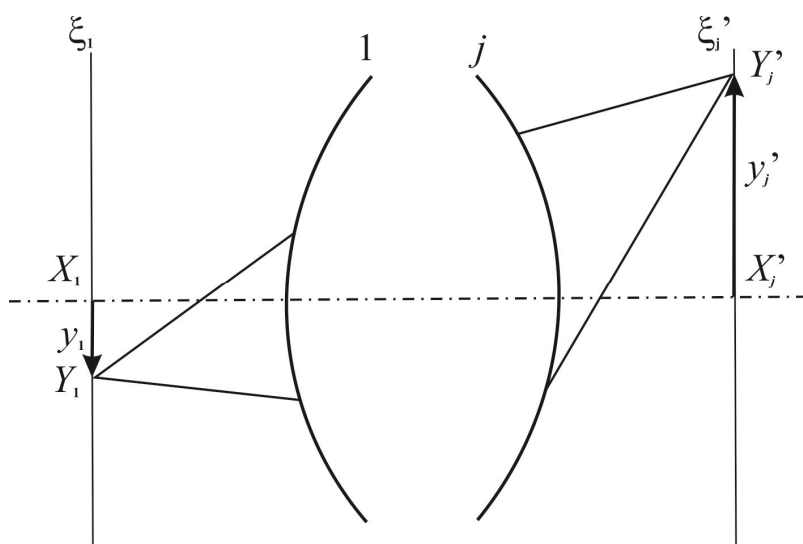
Rozeznáváme tři druhy zvětšení optických soustav:

- 1) Zvětšení příčné  $\beta$
- 2) Zvětšení úhlové  $\gamma$
- 3) Zvětšení osové  $\alpha$

- 1) Zvětšení příčné (příčné měřítko zobrazení)  $\beta$ .

Vyjděme ze situace, znázorněné na obr. 2.11. Uvažujme opět optickou soustavu, složenou z  $j$  optických ploch. Rovina  $\xi_1$  se optickou soustavou zobrazí do roviny  $\xi'_j$ , tedy bod  $X_1$  na optické ose se zobrazí do bodu  $X'_j$  a mimosový bod  $Y_1$  se zobrazí do bodu  $Y'_j$ . Označme  $y_1 = X_1Y_1$ ,  $y'_j = X'_jY'_j$ . Pak

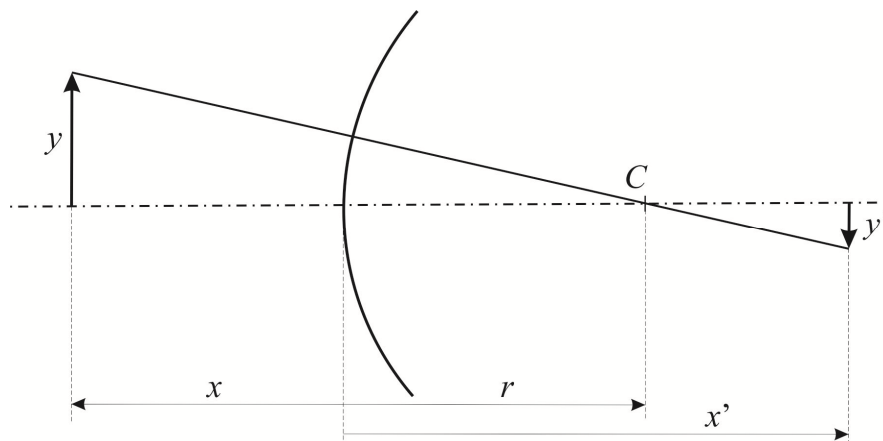
$$\beta = \frac{y'_j}{y_1} . \quad (2.40)$$



Obr. 2.11: Příčné zvětšení optické soustavy

Vypočítejme příčné zvětšení pro jednu plochu optické soustavy. Použijeme-li označení z obr. 2.12, pak s využitím znaménkové konvence platí:

$$\frac{-y'}{x'-r} = \frac{y}{r-x} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{x'-r}{x-r} . \quad (2.41)$$



Obr. 2.12: K příčnému zvětšení jedné plochy optické soustavy

Ze vztahu (2.41) je nutno vyloučit poloměr plochy  $r$ , k čemuž lze využít zobrazovací rovnice paraxiálního paprsku (2.33). Z této rovnice lze získat

$$r = \frac{xx'(n'-n)}{n'x-nx'}. \quad (2.42)$$

Po dosazení do (2.41) dojdeme k závěru

$$\frac{y'}{y} = \frac{nx'}{n'x}. \quad (2.43)$$

Chceme-li vypočítat příčné zvětšení celé soustavy, stačí vynásobit příčná zvětšení všech optických ploch, tedy

$$\beta = \beta_1 \beta_2 \cdots \beta_j, \quad (2.44)$$

kde  $\beta_1 = \frac{n_1 x'_1}{n'_1 x_1}$ ,  $\beta_2 = \frac{n_2 x'_2}{n'_2 x_2}$ , ...,  $\beta_j = \frac{n_j x'_j}{n'_j x_j}$ . Pak po dosazení

$$\beta = \frac{n_1 n_2 \cdots n_j}{n'_1 n'_2 \cdots n'_j} \cdot \frac{x'_1 x'_2 \cdots x'_j}{x_1 x_2 \cdots x_j} \quad (2.45)$$

a protože  $n'_1 = n_2$ ,  $n'_2 = n_3$  až  $n'_{j-1} = n_j$ ,

$$\beta = \frac{n_1}{n'_j} \cdot \frac{x'_1 x'_2 \cdots x'_j}{x_1 x_2 \cdots x_j} \quad (2.46)$$

nebo při využití vztahu (2.38) lze výsledek přepsat ve zkráceném tvaru

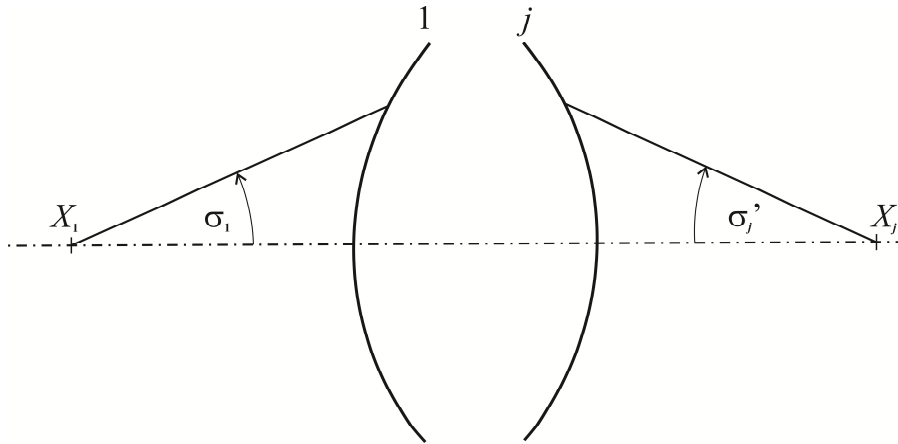
$$\beta = \frac{n_1}{n'_j} \cdot \frac{h_1}{h_j} \cdot \frac{x'_j}{x_1}. \quad (2.47)$$

## 2) Zvětšení úhlové $\gamma$

Úhlové zvětšení je chápáno jako poměr úhlů, které svírají obraz dopadajícího paprsku, vytvořený optickou soustavou, a dopadající paprsek s optickou osou

$$\gamma = \frac{\sigma'_j}{\sigma_1}, \quad (2.48)$$

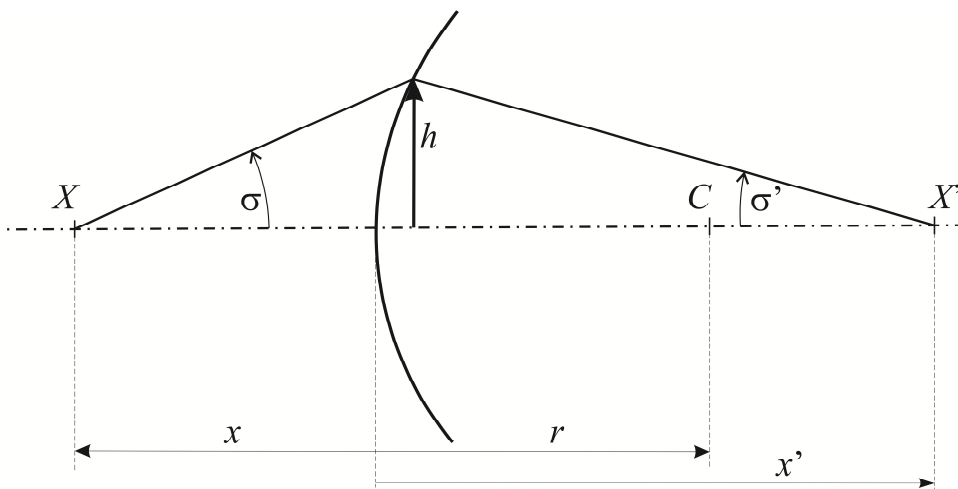
jak je patrné z obr. 2.13.



Obr. 2.13: Úhlové zvětšení optické soustavy

Úhlové zvětšení jednou plochou optické soustavy je možno určit podle obr. 2.14. V paraxiálním prostoru, kde lze navíc zanedbat vrchlík optické plochy, platí  $-\sigma = \frac{h}{-x}$ ,  $\sigma' = \frac{h}{x'}$  a odtud

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{x}{x'}. \quad (2.49)$$



Obr. 2.14: K úhlovému zvětšení jedné plochy

Vynásobíme-li úhlová zvětšení všech ploch, dostaneme úhlové zvětšení celé soustavy:

$$\gamma = \gamma_1 \gamma_2 \cdots \gamma_j = \frac{x_1 x_2 \cdots x_j}{x'_1 x'_2 \cdots x'_j} \quad (2.50)$$

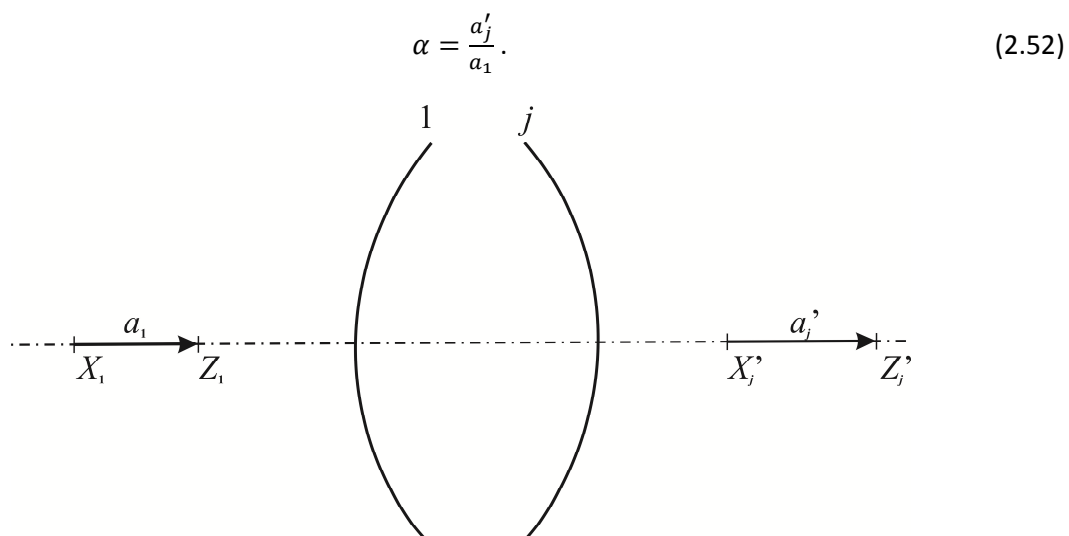
a tento výsledek lze dále upravit s využitím vztahu pro příčné zvětšení (2.46) na tvar

$$\gamma = \frac{n_1}{n'_j} \cdot \frac{1}{\beta}. \quad (2.51)$$

Odtud je zřejmé, že pokud je stejné prostředí v předmětovém a obrazovém prostoru soustavy (např. častý případ, kdy soustava leží na vzduchu), pak úhlové zvětšení je převrácenou hodnotou zvětšení příčného.

### 3) Zvětšení osové $\alpha$

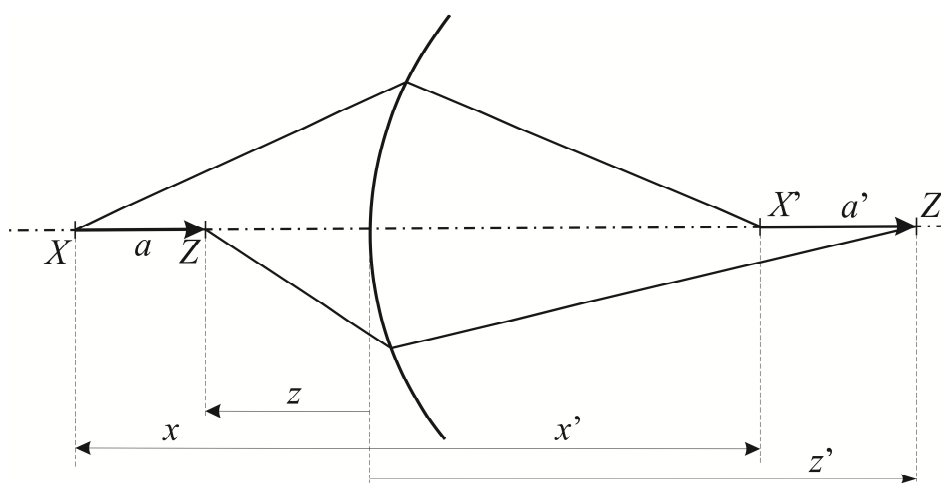
Jedná se o poměr velikosti obrazu  $a'_j$  úsečky, ležící na optické ose, a velikosti samotné úsečky  $a_1$  – obr. 2.15:



Obr. 2.15: Osově zvětšení optické soustavy

Určeme opět osové zvětšení pro jednu plochu soustavy. Použijeme-li značení, uvedené na obr. 2.16, lze psát, že

$$\frac{a'}{a} = \frac{z'-x'}{z-x}. \quad (2.53)$$



Obr. 2.16: K osovému zvětšení jednou optickou plochou

Úpravu tohoto vztahu je možné provést s využitím zobrazovací rovnice paraxiálního paprsku (2.33), kterou zapíšeme pro polohy předmětových bodů  $X, Z$ , tedy pro vzdálenosti předmětu  $x, z$ . Pokud tyto rovnice odečteme, dojdeme po úpravě k závěru

$$\frac{z'-x'}{z-x} = \frac{nx'z'}{n'xz} . \quad (2.54)$$

Pokud osová zvětšení všech ploch vynásobíme a využijeme skutečnosti, že  $n'_1 = n_2, n'_2 = n_3, \dots, n'_{j-1} = n_j$ , můžeme pro osová zvětšení soustavy psát

$$\alpha = \frac{n_1}{n'_j} \cdot \frac{x'_1 x'_2 \dots x'_j}{x_1 x_2 \dots x_j} \cdot \frac{z'_1 z'_2 \dots z'_j}{z_1 z_2 \dots z_j} . \quad (2.55)$$

První dva zlomky na pravé straně definují příčné zvětšení v rovinách kolmých na optickou osu v bodech  $X_1$  a  $X'_j$ , označíme je  $\beta_x$ . Pokud vztah (2.55) dále rozšíříme výrazem  $\frac{n_1 n'_j}{n_1 n'_j}$ , můžeme do něj zavést i příčné zvětšení v rovinách bodů  $Z_1$  a  $Z'_j$ . Označíme-li toto příčné zvětšení  $\beta_z$ , můžeme (2.55) přepsat na tvar

$$\alpha = \frac{n'_j}{n_1} \cdot \beta_x \beta_z . \quad (2.56)$$

Uvažujeme-li ale jen malé úsečky, tedy blízké body  $X, Z$ , můžeme psát, že  $\beta_x = \beta_z = \beta$  a tedy

$$\alpha = \frac{n'_j}{n_1} \cdot \beta^2 \quad (2.57)$$

a pokud je prostředí v předmětovém a obrazovém prostoru optické soustavy stejné (např. opět soustava na vzduchu), pak

$$\alpha = \beta^2 . \quad (2.58)$$

#### 2.1.4.2 Základní body a roviny optické soustavy

Mezi základní body optické soustavy patří

- a) **Sdružené body** – dvojice bodů, z nichž jeden je obrazem druhého a naopak. Tedy každý předmětový bod a jeho obraz jsou sdružené body. Existují ale také významné sdružené body:
  - **Hlavní body**. Jsou to sdružené body, v nichž je příčné zvětšení rovno jedné,  $\beta = 1$ . Předmětový a obrazový hlavní bod budou označovány jako  $H_1, H'_j$ , případně zkráceně  $H, H'$ .
  - **Uzlové body** – sdružené body, ve kterých je úhlové zvětšení rovno jedné,  $\gamma = 1$ . Předmětový a obrazový uzlový bod budou označovány jako  $N_1, N'_j$ , případně  $N, N'$ .
- b) **Ohniska** – předmětové ohnisko  $F$ , obrazové ohnisko  $F'$ . Ohniska nejsou sdružené body. Jsou definována následovně:
  - Obrazové ohnisko je bod, ve kterém se protínají obrazy všech paprsků rovnoběžných v předmětovém prostoru s optickou osou.
  - Předmětové ohnisko je bod, ze kterého vycházející svazek rozbíhavých paprsků se zobrazí jako svazek rovnoběžných paprsků s optickou osou v obrazovém prostoru.

Významné roviny (dvojice rovin) jsou roviny procházející významnými body a kolmé k optické ose soustavy. Jsou to tedy:

- Rovina předmětová  $\xi$  a rovina obrazová  $\xi'$ .
- Hlavní roviny (předmětová a obrazová)  $\zeta$  a  $\zeta'$ .
- Uzlové roviny (předmětová a obrazová)
- Ohniskové roviny (předmětová a obrazová)  $\pi$  a  $\pi'$

Pokud je stejné prostředí v předmětovém a obrazovém prostoru soustavy, pak uzlové body splývají s hlavními body.

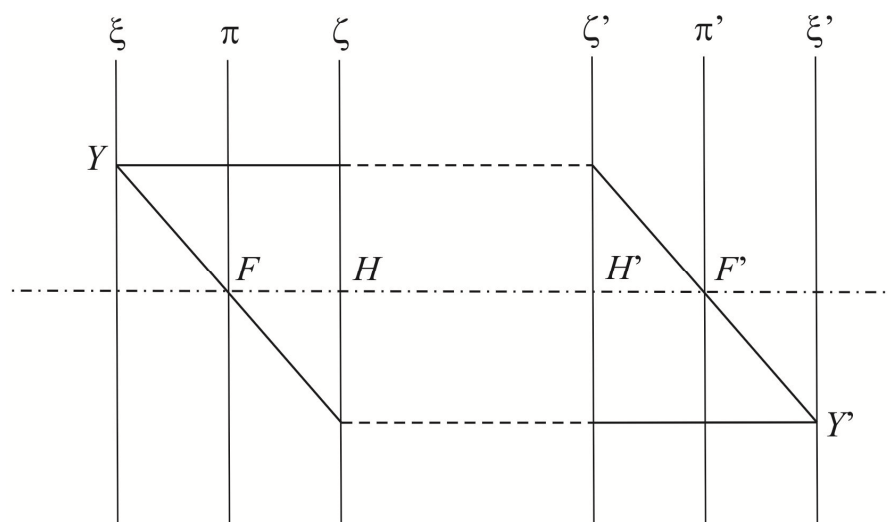
Z definice základních bodů a rovin optické soustavy vyplývají pravidla pro významné paprsky:

- a) Paprsek vstupující do soustavy rovnoběžně s optickou osou prochází v obrazovém prostoru obrazovým ohniskem  $F'$ .
- b) Paprsek jdoucí předmětovým ohniskem  $F$  vychází z optické soustavy rovnoběžně s optickou osou.
- c) Sdružené paprsky protínají odpovídající hlavní roviny ve stejné výšce.
- d) Sdružené paprsky, procházející uzlovými body, jsou vzájemně rovnoběžné.

Sdružené paprsky, které prochází hlavními body, se nazývají hlavní paprsky.

Zobecnění pravidel pro významné paprsky pak říká, že obrazy paprsků, které se protínají v předmětové ohniskové rovině, jsou vzájemně rovnoběžné v obrazovém prostoru soustavy a naopak obrazy paprsků vzájemně rovnoběžných v předmětovém prostoru se protínají v obrazové ohniskové rovině.

Těchto závěrů je potom možné využít v grafickém konstrukčním řešení úloh. Na obr. 2.17 je uveden příklad, jak lze graficky pomocí paprsku rovnoběžného s optickou osou v předmětovém prostoru a paprsku procházejícího předmětovým ohniskem určit polohu obrazu  $Y'$  mimoosového předmětového bodu  $Y$ , pokud jsou známy polohy ohnisek a hlavních bodů.



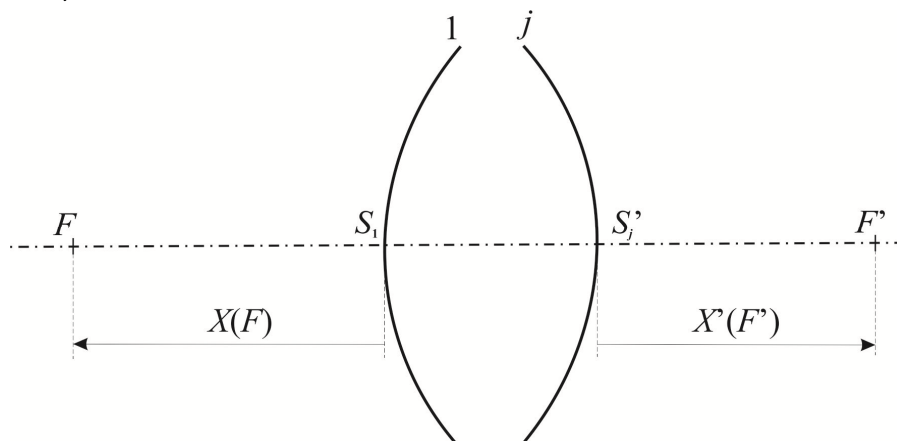
Obr. 2.17: Grafické řešení polohy obrazu bodu



### 2.1.4.3 Významné délky

Mezi významné délky zahrnujeme polohy ohnisek, polohy hlavních bodů, polohy uzlových bodů (všechny vzhledem k vrcholům první a poslední plochy optické soustavy) a ohniskové vzdálenosti soustavy.

- a) Polohy ohnisek – poloha předmětového ohniska  $x(F)$ , poloha obrazového ohniska  $x'(F')$  (obr. 2.18)



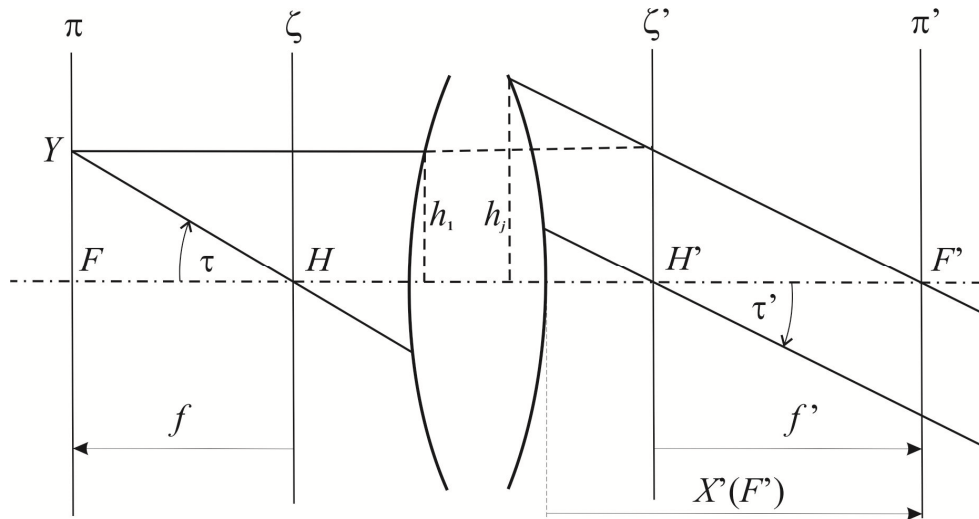
Obr. 2.18: Poloha předmětového a obrazového ohniska optické soustavy

Polohu obrazového ohniska získáme použitím zobrazovací rovnice paraxiálního paprsku pro soustavu  $j$  optických ploch optické soustavy (vztahy (2.34) a (2.35)) pro  $x_1 = \infty$ . Polohu předmětového ohniska vypočítáme stejným způsobem pro otočenou optickou soustavu – otočíme pořadí indexů lomu, pořadí vzdáleností vrcholů ploch na optické ose a pořadí poloměrů ploch. U poloměrů ploch musíme následně otočit znaménka. Dále postupujeme stejně, jako při výpočtu polohy obrazového ohniska, a výsledek s opačným znaménkem je vzdálenost předmětového ohniska  $x(F)$ .

- b) Polohy hlavních bodů jsou  $x(H)$  a  $x'(H')$ .  
c) Polohy uzlových bodů označíme  $x(N)$  a  $x'(N')$ .  
d) Ohniskové vzdálenosti soustavy – předmětová ohnisková vzdálenost  $f$ , obrazová ohnisková vzdálenost  $f'$ .

Ohniskové vzdálenosti jsou definovány jako vzdálenosti předmětového (obrazového) ohniska od předmětového (obrazového) hlavního bodu. Jsou to tedy vzdálenosti  $f = HF$ ,  $f' = H'F'$ .

Vztah pro výpočet ohniskových vzdáleností lze odvodit z obr. 2.19. a následující úvahy:



Obr. 2.19: K odvození ohniskových vzdáleností

Bodem  $Y$  předmětové ohniskové roviny jsou vedeny dva paprsky. Jeden je rovnoběžný s optickou osou, druhý prochází předmětovým hlavním bodem.

V paraxiálním prostoru je možné zanedbat vrchlíky ploch. Proto v obrazovém prostoru soustavy platí

$$\frac{f'}{x'(F')} = \frac{h_1}{h_j} \quad (2.59)$$

Protože pro poměr dopadových výšek paraxiálního paprsku na první a poslední ploše soustavy platí vztah (2.38) a  $x'(F') = x'_j$  pro  $x_1 = \infty$ , lze pro obrazovou ohniskovou vzdálenost získat vztah

$$f' = \frac{x'_1 x'_2 \dots x'_j}{x_2 x_3 \dots x_j} \text{ pro } x_1 = \infty. \quad (2.60)$$

Předmětovou ohniskovou vzdálenost získáme pomocí výpočtu dopadové výšky na první ploše. Z obr. 2.19 je zřejmé, že

$$h_1 = -f \cdot \tan \tau \quad \text{nebo} \quad h_1 = f' \cdot \tan \tau' \quad (2.61)$$

a odtud

$$f = -\frac{\tan \tau'}{\tan \tau} \cdot f' \quad (2.62)$$

V paraxiálním prostoru  $\tan \tau \approx \tau$  a  $\tan \tau' \approx \tau'$ . Poměr  $\frac{\tau'}{\tau}$  je úhlové zvětšení v hlavních rovinách. Použijeme-li pro jeho vyjádření vztah (2.51) a zavedeme pro zjednodušení  $n = n_1$  a  $n' = n'_j$ , pak

$$f = -\frac{n}{n'} \cdot f', \quad (2.63)$$

kde  $n$  je index lomu prostředí v předmětovém a  $n'$  index lomu prostředí v obrazovém prostoru optické soustavy.

V praxi má velký význam znaménko obrazové ohniskové vzdálenosti  $f'$ . Platí, že

- 1) Pokud  $f' > 0$ , mluvíme o spojné optické soustavě.
- 2) Pokud  $f' < 0$ , optická soustava je rozptylná.
- 3) Pokud  $f' = \infty$ , mluvíme o afokální optické soustavě.

Kromě ohniskových vzdáleností je možné k charakterizování optické soustavy definovat optickou mohutnost neboli lámavost soustavy vztahem

$$\varphi = \frac{n'}{f'} \quad (2.64)$$

a protože platí (2.63), lze také psát

$$\varphi = -\frac{n}{f}, \quad (2.65)$$

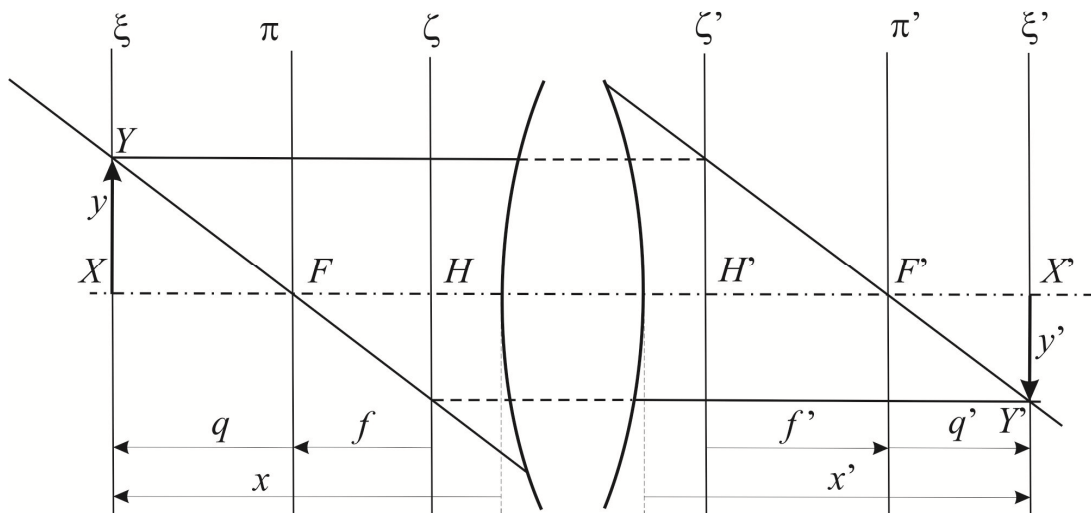
kde jednotkou je dioptrie D, jejíž rozměr je  $m^{-1}$ .

#### 2.1.4.4 Zobrazovací rovnice

Pokud známe parametry optické soustavy (polohy základních bodů a hodnoty významných délek), pak zobrazovací rovnice nám umožňuje přímý výpočet polohy obrazu libovolného bodu v paraxiálním prostoru bez nutnosti propočtu chodu paraxiálních paprsků optickou soustavou. Budou zde uvedeny zobrazovací rovnice vztažené na ohniska a zobrazovací rovnice vztažené na libovolnou dvojici sdružených bodů.

- a) Zobrazovací rovnice vztažená na ohniska – rovnice Newtonova

Vyděme ze situace a z označení, uvedených na obr. 2.20. Chceme zobrazit optickou soustavou mimoosový předmětový bod  $Y$ , ležící v předmětové rovině  $\xi$ , jejíž orientovaná vzdálenost od předmětové ohniskové roviny je  $q$ . Zobrazení je provedeno pomocí paprsku rovnoběžného s optickou osou a paprsku procházejícího předmětovým ohniskem.



Obr. 2.20: K odvození Newtonovy zobrazovací rovnice

V předmětovém prostoru soustavy platí

$$\frac{-f}{-q} = \frac{-y'}{y} \Rightarrow \beta = -\frac{f}{q}. \quad (2.66)$$

V obrazovém prostoru obdobně platí

$$\frac{q'}{f'} = \frac{-y'}{y} \Rightarrow \beta = -\frac{q'}{f'} \quad (2.67)$$

a porovnáním těchto výsledků dojdeme k závěru, že

$$qq' = ff', \quad (2.68)$$

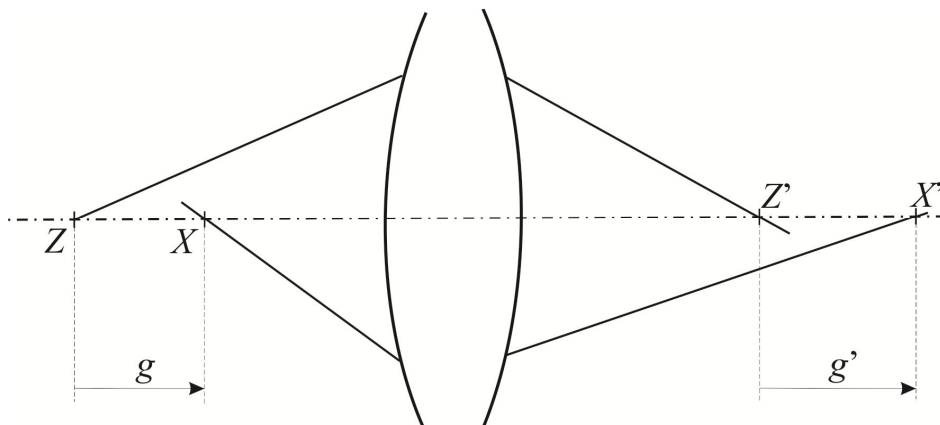
což je hledaná Newtonova zobrazovací rovnice. Leží-li optická soustava na vzduchu nebo je-li alespoň stejné prostředí v předmětovém a obrazovém prostoru optické soustavy, pak lze rovnici psát ve tvaru

$$qq' = -(f')^2. \quad (2.69)$$

Newtonova rovnice nám tedy určuje polohu obrazové roviny a polohu obrazu bodu  $Y$  v této rovině získáme pomocí vztahů (2.66) nebo (2.67) pro příčné zvětšení  $\beta$ .

b) Zobrazovací rovnice vztažená na libovolnou dvojici sdružených bodů

Mějme definovanou dvojici sdružených bodů  $Z$  a  $Z'$ , ležících na optické ose. Vzhledem k těmto bodům definujeme polohu předmětu  $X$  a jeho obrazu  $X'$  vzdálenostmi  $g$  a  $g'$  viz obr. 2.21. Příčné zvětšení v rovinách bodů  $Z, Z'$  označme  $\beta_z$ .



Obr. 2.21: Zobrazovací rovnice vztažená na dvojici sdružených bodů  $Z, Z'$ .

$Z, Z'$  a  $X, X'$  jsou dvojice sdružených bodů, pro které platí Newtonova zobrazovací rovnice (2.68). Z těchto rovnic vyplývá, že

$$q_z q'_z = q_x q'_x, \quad (2.70)$$

kam lze dosadit, že  $q_x = q_z + g$  a  $q'_x = q'_z + g'$ . Použijeme-li dále vztahy (2.66) a (2.67) pro vyjádření příčného zvětšení  $\beta_z$ , můžeme (2.70) upravit na tvar

$$\frac{\beta_z f'}{g'} + \frac{f}{\beta_z g} = 1, \quad (2.71)$$

a protože  $f = -\frac{n}{n'} f'$ , lze finálně psát

$$\frac{n' \beta_z}{g'} - \frac{n}{\beta_z g} = \frac{n'}{f'} \quad (2.72)$$

Poměr vzdáleností  $\frac{g'}{g}$  je samozřejmě osově zvětšení soustavy, pro které platí vztah (2.56). Odtud lze vypočítat zatím neznámé příčné zvětšení  $\beta_x$  v rovinách bodů  $X, X'$ :

$$\beta_x = \frac{n}{n'} \cdot \frac{g'}{g} \cdot \frac{1}{\beta_z} \quad (2.73)$$

Pomocí vztahů (2.72) a (2.73) jsme tedy opět schopni (jako v případě Newtonovy zobrazovací rovnice) vypočítat jak polohu obrazové roviny ke známé předmětové rovině, tak i příčné zvětšení v těchto rovinách.

Nejvýhodnější vztažnou dvojicí sdružených bodů jsou hlavní body  $H, H'$ . V hlavních rovinách ale platí  $\beta_H = 1$ . Označíme-li polohu bodu  $X$  vzhledem k předmětovému hlavnímu bodu  $H$  jako  $p$  a polohu obrazu  $X'$  vzhledem k obrazovému hlavnímu bodu jako  $p'$ , pak rovnice (2.72) přechází na tvar

$$\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n'}{f'} \quad (2.74)$$

a tento vztah je znám jako Gaussova zobrazovací rovnice. Pro příčné zvětšení v rovinách předmětu a obrazu pak platí

$$\beta = \frac{n}{n'} \cdot \frac{p'}{p} \quad (2.75)$$

Pro optickou soustavu ležící na vzduchu, kdy  $n = n' = 1$  pak (2.74) a (2.75) dostávají tvar

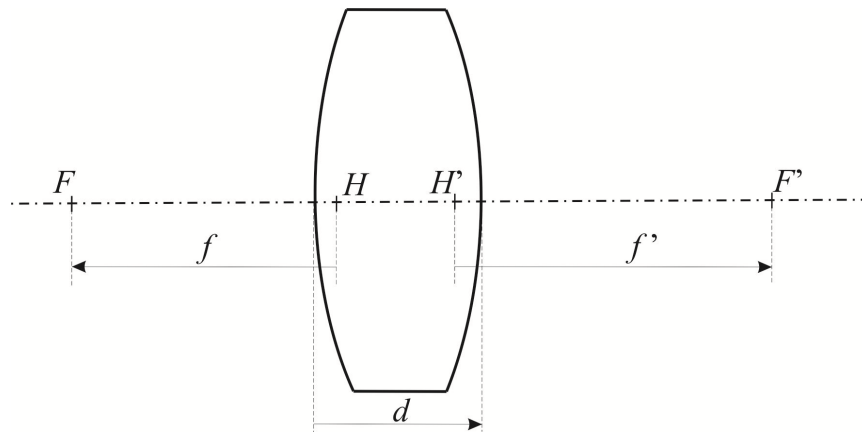
$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \quad (2.76)$$

$$\beta = \frac{p'}{p} \quad (2.77)$$

#### 2.1.4.5 Zobrazení soustavou optických ploch a soustavou čoček

Uvažujme jednu čočku konečné osově tloušťky  $d$ , ležící na vzduchu – obr. 2.22. Index lomu skla čočky je  $n$ , poloměry optických ploch čočky jsou  $r$  a  $r'$ . Zápis parametrů této soustavy je

$$\begin{array}{l} 1 \quad r \quad d \\ n \quad r' \\ 1 \end{array}$$



Obr. 2.22: Čočka konečné tloušťky

Pomocí zobrazovací rovnice paraxiálního paprsku (2.34) a přechodového vztahu na druhou optickou plochu (2.35) není problém tuto čočku kompletně vyřešit – nalézt polohy ohnisek, vypočítat ohniskové vzdálenosti a tím nalézt polohy hlavních bodů. Pro čočku na vzduchu hlavní body splývají s body uzlovými.

Položíme-li  $x_1 = \infty$ , vypočítáme

$$x'_2 = x'(F') = \frac{d(1-n)r' + nrr'}{d(1-n)^2 + (n-1)n(r'-r)} \quad (2.78)$$

a z mezivýsledků s využitím (2.60) dostaneme

$$f' = \frac{nrr'}{d(1-n)^2 + (n-1)n(r'-r)} ; f = -f'. \quad (2.79)$$

Otočíme-li čočku, můžeme vypočítat vzdálenost předmětového ohniska

$$x(F) = \frac{d(1-n)r - nrr'}{d(1-n)^2 + (n-1)n(r'-r)}. \quad (2.80)$$

Z těchto výsledků lze vypočítat polohu hlavních (uzlových) bodů:

$$x'(H') = x'(F') - f' = -\frac{f'(n-1)d}{nr}, \quad (2.81)$$

$$x(H) = x(F) - f = \frac{f(n-1)d}{nr'}. \quad (2.82)$$

Optická mohutnost čočky je

$$\varphi = \frac{1}{f'} = \frac{(n-1)(r'-r)}{rr'} + \frac{d(1-n)^2}{nrr'}. \quad (2.83)$$

K orientačnímu přehledu o chodu paprsků soustavou čoček slouží přiblížení, v němž se zanedbávají osové tloušťky čoček – zavádí se tenká čočka. Položme tedy ve vztazích (2.78) až (2.82)  $d = 0$ . Potom

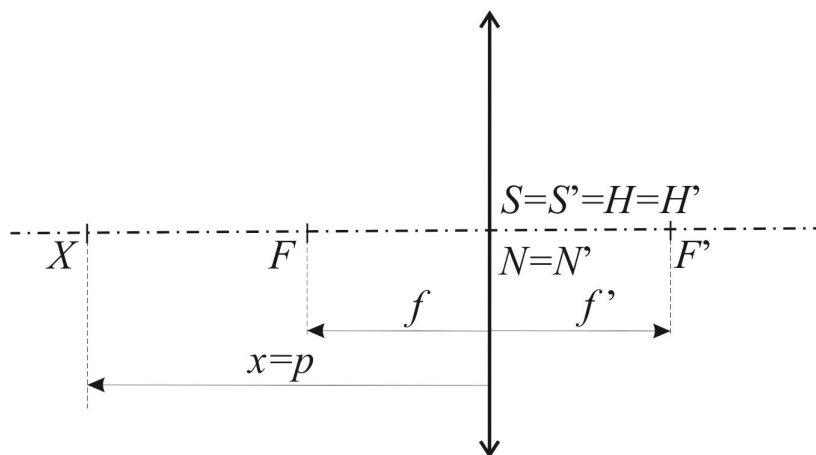
$$f' = \frac{nrr'}{(n-1)n(r'-r)} ; f = -f' \quad (2.84)$$

a dále

$$x(F) = f, \quad x'(F') = f', \quad (2.85)$$

$$x(H) = 0, \quad x'(H') = 0. \quad (2.86)$$

Spojná tenká čočka s polohou významných bodů a uvedením významných délek je nakreslena na obr. 2.23.



Obr. 2.23: Spojná tenká čočka

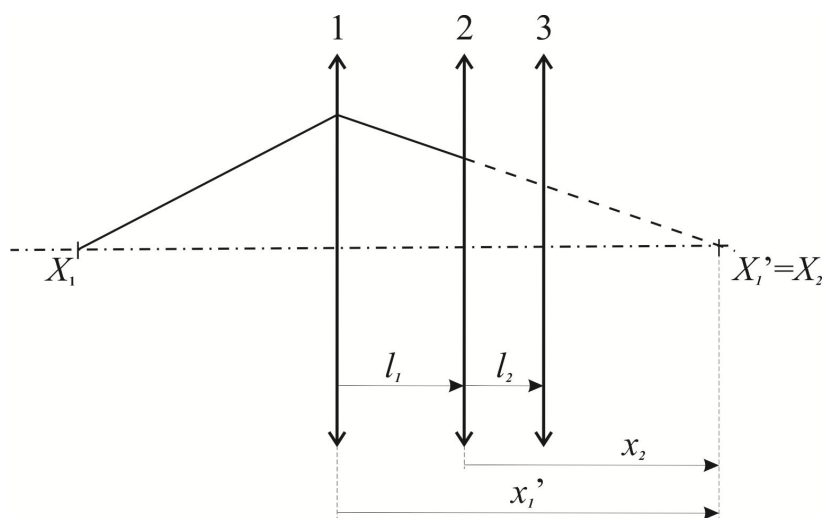
Za těchto okolností Gaussova zobrazovací rovnice (2.74) přechází na tvar

$$\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \quad (2.87)$$

a vztah pro příčné zvětšení je potom

$$\beta = \frac{x'}{x}. \quad (2.88)$$

Soustava tenkých čoček je znázorněna na obr. 2.24. Uvažujme obecně soustavu  $j$  tenkých čoček, mezery mezi čočkami pak budou  $l_1, l_2, \dots, l_{j-1}$ .



Obr. 2.24: Soustava tenkých čoček

Průchod paprsku touto soustavou tenkých čoček propočítáme pomocí uvedené zobrazovací rovnice tenké čočky pro každou čočku soustavy

$$\frac{1}{x'_i} - \frac{1}{x_i} = \frac{1}{f'_i}; \quad i = 1, 2, \dots, j, \quad (2.89)$$

přičemž pro přechod k následující čočce soustavy je nutné použít přechodový vztah

$$x_{i+1} = x'_i - l_i. \quad (2.90)$$

## 2.2 Omezení paprskových svazků v optické soustavě

V následujících úvahách popisujeme chování reálných optických soustav, to znamená, že se již pohybujeme v mimoparaxiálním prostoru. Soustavou již procházejí široké svazky paprsků a jsou zobrazovány rozlehlé předměty. Šířka paprskových svazků, které projdou optickou soustavou, tedy které se účastní zobrazení, potom ovlivňuje vlastní zobrazení. Je proto nutné sledovat omezení paprskových svazků optickou soustavou a vlastnosti, které z tohoto omezení vyplývají.

Tyto vlastnosti jsou následující:

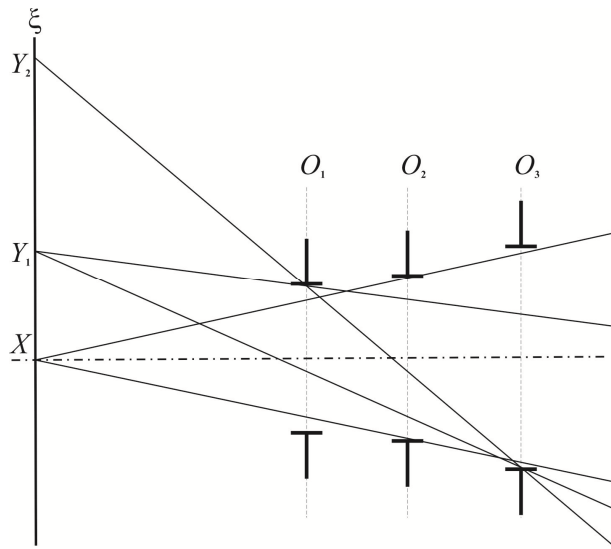
- a) Omezení paprskových svazků ovlivňuje hloubku zobrazeného prostoru, tedy prostoru, který soustava zobrazí s požadovanou kvalitou.
- b) Omezení paprskových svazků ovlivňuje velikost vad soustavy. Žádná soustava není dokonalá, vždy nějaké vady zobrazení reálnou soustavou existují. Obecně je vždy větší problém minimalizovat vady soustavy pro široké paprskové svazky.
- c) Omezení svazků ovlivňuje energetiku zobrazení – širšími svazky jsou přenášeny větší energie.
- d) Omezení svazků vyvolává ohyb světla – jev, který je důsledkem vlnové povahy světla a který také ovlivňuje dokonalost zobrazení optickou soustavou (její rozlišovací schopnost). Oproti vadám soustavy je zde závislost opačná. Čím jsou svazky širší, snižuje se velikost omezení dokonalosti zobrazení ohybovými jevy.

Šířku paprskových svazků, které projdou optickou soustavou, je možné ovlivnit dvěma způsoby:

- 1) Pomocí otvorů, zařazených do optické soustavy. Jedná se o objímky čoček (optických ploch) a o clony.
- 2) Velikostí předmětu. Kraje rozlehlějších předmětů jsou zobrazovány užšími svazky paprsků, než body předmětu v blízkosti optické osy soustavy.

Tyto způsoby omezení je možné vysvětlit na prosté soustavě centrovaných otvorů (např. soustavě kruhových clon) ležících na vzduchu – obr. 2.25. Sledujme šířky paprskových svazků, které jsou vysílány z jednotlivých bodů roviny  $\xi$  a projdou touto soustavou otvorů.





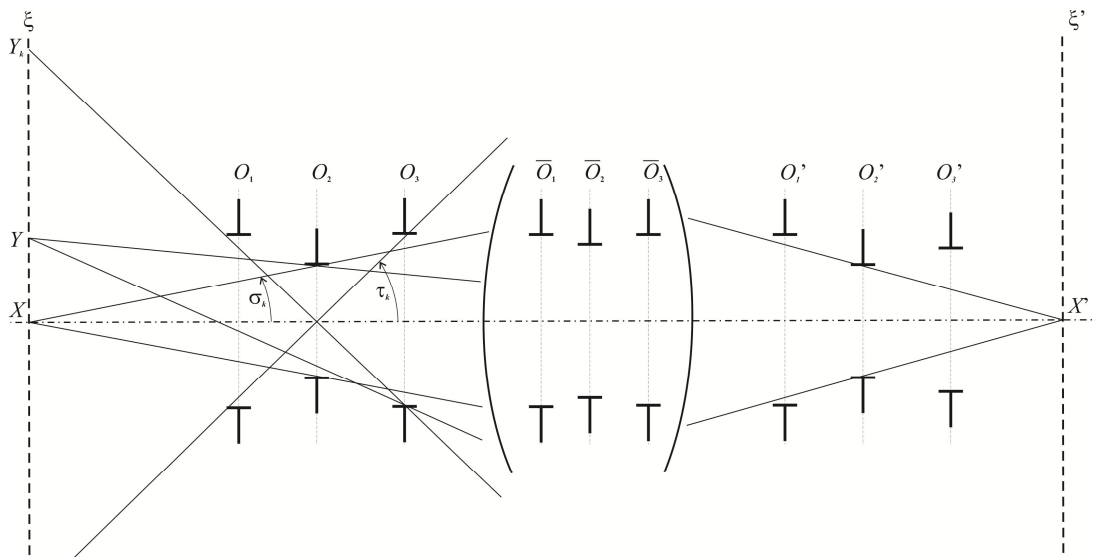
Obr. 2.25: Soustava kruhových otvorů

Je zřejmé, že z bodu  $X$ , ležícího na optické ose, projde kuželový svazek paprsků s vrcholem v bodě  $X$ , přičemž základnu kužele bude tvořit ten z otvorů, jehož okraje budou vidět z bodu  $X$  pod nejmenším úhlem. V uvedeném obrázku to bude otvor  $O_2$  - tento otvor pak nazýváme pupilou soustavy otvorů. Pokud rovina  $\xi$  leží v nekonečnu, pak bude pupilou soustavy jednoduše nejmenší z otvorů.

Dále je vidět, že svazky paprsků z bodů roviny  $\xi$ , ležících mimo optickou osu, a které projdou soustavou otvorů, jsou užší, než svazek z osového bodu  $X$ . Kromě toho jejich šířka již nemusí být omezena jen jedním z otvorů. Např. šířka svazku, vycházejícího z bodu  $Y_1$ , je omezena otvory  $O_1$  a  $O_3$ . Nakonec pro bod  $Y_2$  se šířka svazku omezuje na jediný paprsek. Z bodů nad bodem  $Y_2$  již soustavou otvorů neprojde nic.

Optická soustava ale není jen soustavou otvorů v jednom prostředí. Obsahuje lámavá rozhraní (rozhraní různých prostředí), kdy rozhraní jsou nejčastěji tvořena sférickými plochami. Při vyšetřování šířky procházejících paprskových svazků je nutno postupovat trošku jinak.

Použijme značení, uvedená na obr. 2.26. Postupujeme tak, že všechny reálné otvory v optické soustavě (otvory  $\bar{O}_1, \bar{O}_2$  atd.) zobrazíme předchozími optickými plochami soustavy do předmětového prostoru. Získáme tak soustavu obrazů  $O_1, O_2$  atd. reálných otvorů. Potom platí, že ten z obrazů reálných otvorů, který je vidět z osového předmětového bodu (z bodu  $X$ ) pod nejmenším úhlem, se nazývá vstupní pupila optické soustavy (v obr. 2.26 je to obraz  $O_2$ ). Reálný otvor, jehož obrazem v předmětovém prostoru je vstupní pupila, se nazývá clona otvorová (clona aperturní) – na obr. 2.16 otvor  $\bar{O}_2$ .



Obr. 2.26: K omezení paprskových svazků optickou soustavou

Obdobně také můžeme všechny reálné otvory v optické soustavě zobrazit následujícími plochami optické soustavy do obrazového prostoru soustavy. Získáme tak soustavu obrazů  $O'_1, O'_2$  atd. Platí, že obraz clony otvorové v obrazovém prostoru je výstupní pupila optické soustavy (na obr. 2.26 obraz  $O'_2$ ). Z uvedeného vyplývá, že výstupní pupila je obrazem vstupní pupily, vytvořeným optickou soustavou a že tedy roviny vstupní a výstupní pupily jsou sdružené roviny.

To také znamená, že výstupní pupilu můžeme získat stejným způsobem, jako vstupní pupilu. Výstupní pupila je ten z obrazů reálných otvorů v obrazovém prostoru soustavy, který je vidět pod nejmenším úhlem ze středu obrazové roviny (z bodu  $X'$ ).

Vrcholový úhel  $2\sigma_k$  paprskového kužele, jehož vrcholem je osový předmětový bod a základnou vstupní pupila, je aperturní úhel. Hodnota  $\sin \sigma_k$  se nazývá číselná apertura.

Z mimoosových předmětových bodů projdou soustavou obrazů otvorů v předmětovém prostoru soustavy užší svazky paprsků, než z bodu osového, a svazek paprsků může být omezen obrazy dvou otvorů. Říkáme, že dochází k vignetaci neboli odclonění. Příkladem může být bod  $Y$  předmětové roviny  $\xi$  na obr. 2.26. Budeme-li mimoosový předmětový bod dále vzdalovat od bodu osového, nastane situace, kdy z mimoosového bodu projde soustavou obrazů otvorů (a tedy i samotnou optickou soustavou) jen jeden paprsek. Takový mimoosový předmětový bod pak vymezuje lineární zorné pole. Jeden paprsek ale přenáší příliš málo energie, to znamená, že kraj lineárního zorného pole se prakticky nezobrazí.

Zavádí se proto a vymezuje se tzv. prakticky použitelné zorné pole. Vymezuje se tím způsobem, že hledáme, který z dalších obrazů reálných otvorů je vidět pod nejmenším úhlem ze středu vstupní pupily. V obr. 2.26 je to obraz  $O_3$ . Bod  $Y_k$  je potom krajní bod prakticky použitelného zorného pole. Uvažovaný obraz reálného otvoru (obraz  $O_3$  na obr. 2.26) se pak nazývá vstupní průhled. Reálný otvor, jehož obrazem v předmětovém prostoru je vstupní průhled, se nazývá clona zorného pole (na obr. 2.26 otvor  $\bar{O}_3$ ). Úhel  $2\tau_k$  je pak úhel zorného pole.

Paprsky, které vycházejí z mimoosových předmětových bodů a prochází středem vstupní pupily, se označují jako hlavní paprsky.

V praxi se pokud možno snažíme volit clonu zorného pole tak, aby vstupní průhled ležel v rovině předmětu. Zorné pole je pak ostře ohraničené.

## 2.3 Optické vady soustavy

Pokud se při stejné ohniskové vzdálenosti soustavy zvětšuje zorné pole soustavy nebo její účinný průměr (soustavou prochází širší svazky paprsků) nebo obojí, nelze mluvit o fyzikálně dokonalém zobrazení. Vznikají odchylky od tohoto zobrazení, které se projevují následujícími způsoby:

- Obrazem bodu je ploška.
- Obrazem roviny kolmé k optické ose je rotační plocha.
- Obrazem přímky, která leží v předmětové rovině a neprotíná optickou osu je křivka.
- Předmět se ve světle různých vlnových délek zobrazuje v různých místech.

Říkáme, že optická soustava je zatížena vadami (aberacemi).

Vady dělíme na:

- a) Monochromatické – projevující se ve světle jedné vlnové délky.
- b) Barevné – projevující se ve světle složeného z většího počtu vlnových délek – např. v bílém světle.

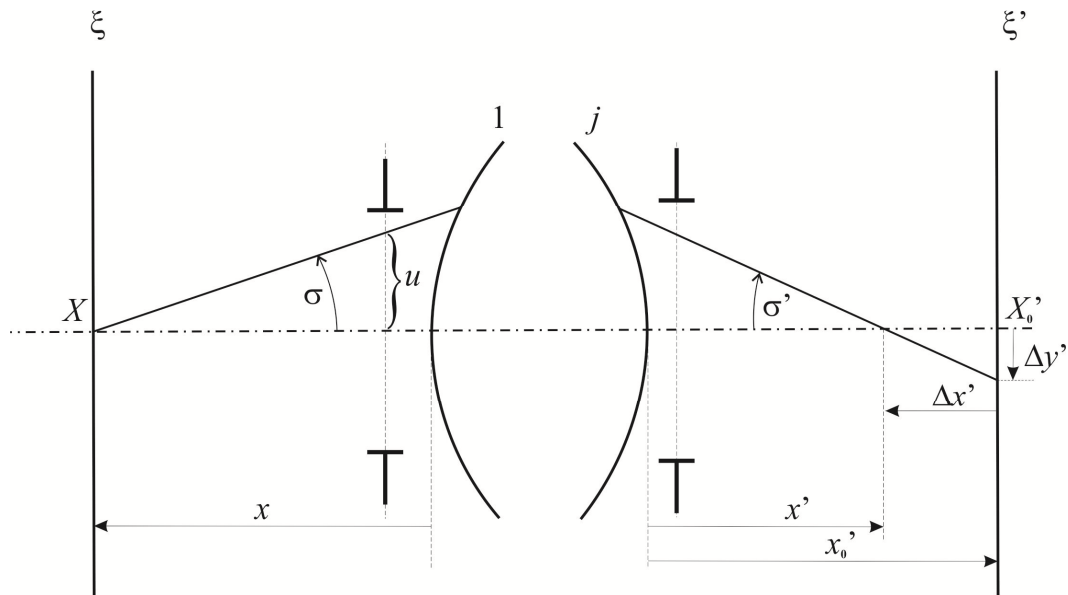
Provedme základní klasifikaci aberací včetně jejich názvů:

- a) Monochromatické aberace. Můžeme je dále dělit na
  - 1) Vady, které se projevují tím, že obrazem bodu je ploška. Sem patří
    - vada otvorová
    - koma
    - astigmatismus
  - 2) Vada, která způsobí, že obrazem roviny je rotační plocha je
    - zklenutí neboli křivost obrazu
  - 3) Vada, která se projevuje tím, že obrazem přímky je křivka je
    - zkreslení
- b) Barevné vady. Ty dělíme dále na
  - 1) Vadu, která způsobí, že se předmětová rovina ve světle různých vlnových délek zobrazí do různých míst. Vadu nazýváme
    - barevná vada polohy
  - 2) Vada, která se projevuje tak, že předmět se ve světle různých vlnových délek zobrazí ve zvolené obrazové rovině v různých velikostech. Vada se nazývá
    - barevná vada velikosti

K výpočtu optických vad je nutné propočítat chod řady paprsků optickou soustavou převážně v mimoparaxiálním prostoru, ať už v rovině meridiánové nebo paprsků mimoběžných s optickou osou. Vztahy pro propočet takových paprsků nejsou uvedeny a jejich znalost zde není požadována. V následujícím textu proto bude uveden popis jednotlivých aberací a případně pouze finální vztahy pro jejich výpočet.

### 2.3.1 Otvorová vada

Otvorová vada je vada širokého svazku paprsků při zobrazení osového předmětového bodu. Jejím důsledkem je, že obraz bodu na optické ose je kroužek.



Obr. 2.27: Otvorová vada

Na obr. 2.27 je znázorněn osový předmětový bod  $X$ , předmětová rovina  $\xi$ , schématicky optická soustava včetně vstupní a výstupní pupily. Vzdálenost bodu  $X$  od první plochy optické soustavy je  $x$ . Paraxiální obraz bodu  $X$  je bod  $X'_0$  a rovina  $\xi'$  je tedy paraxiální obrazová rovina. Její vzdálenost od poslední plochy soustavy je  $x'_0$ . Zobrazujeme-li bod  $X$  některým paprskem širokého svazku paprsků, dochází k situaci, že obraz tohoto paprsku neprotíná optickou osu v bodě  $X'_0$ , ale obecně někde jinde ve vzdálenosti  $x$  od poslední plochy optické soustavy. Potom

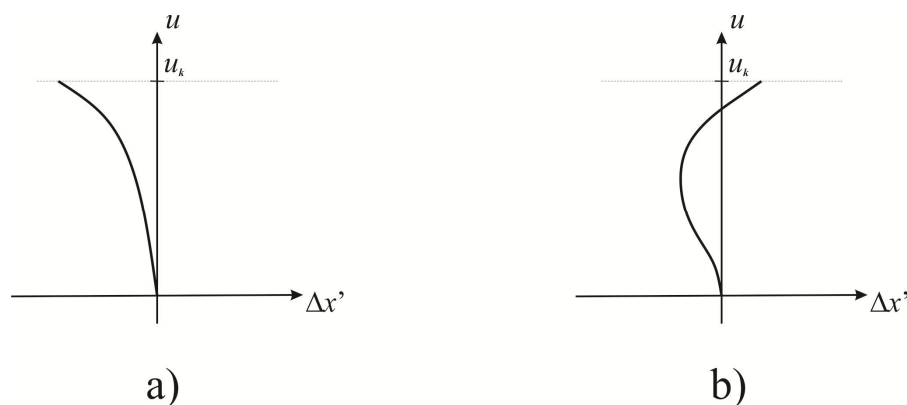
$$\Delta x' = x' - x'_0 \quad (2.91)$$

je podélná otvorová vada. Hodnota

$$\Delta y' = \Delta x' \cdot \tan \sigma' \quad (2.92)$$

je příčná otvorová vada.

Hodnota otvorové vady závisí na dopadové výšce paprsku širokého svazku v rovině vstupní pupily nebo např. v tečné rovině k vrcholu první optické plochy soustavy. Proto se průběh otvorové vady (podélné nebo příčné) vyjadřuje často ve formě grafu právě v závislosti na dopadové výšce paprsku. Na obr. 2.28a je znázorněn průběh podélné otvorové vady v závislosti na dopadové výšce paprsku v rovině vstupní pupily pro jednoduchou spojnou čočku.



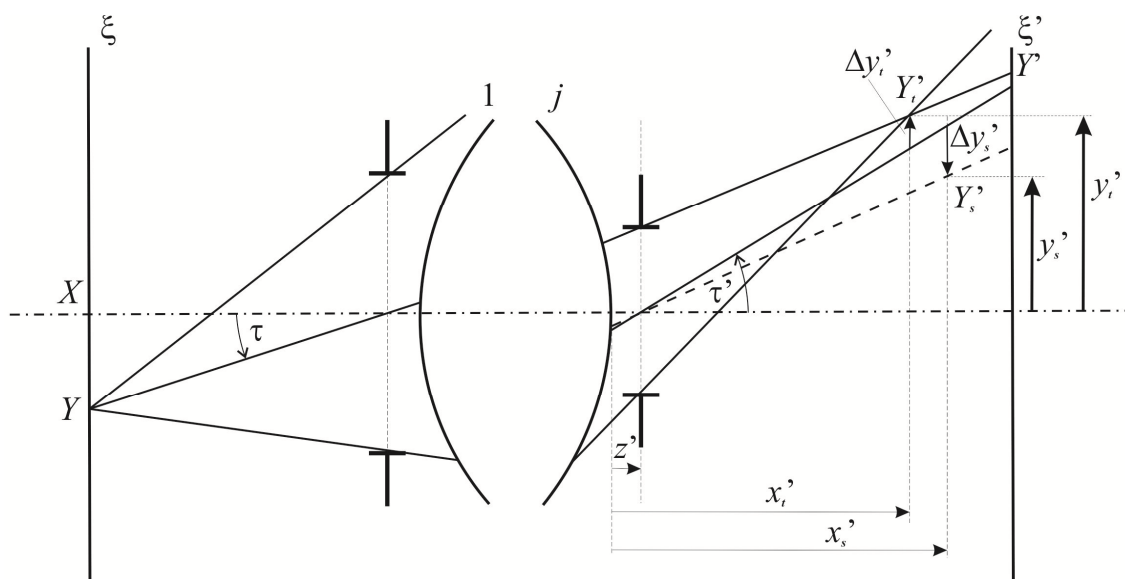
Obr. 2.28: Otvorová vada jednoduché spojky a vada s jednoduchou korekcí

Je zřejmé, že otvorová vada s rostoucí dopadovou výškou paprsku monotónně narůstá. O takové otvorové vadě říkáme, že je nekorigovaná. S rostoucím průměrem svazku paprsků, zobrazujícího osový předmětový bod, roste velikost jeho obrazu. Proto se snažíme u reálných soustav průběh otvorové vady korigovat – zamezit jejímu nárůstu s rostoucí dopadovou výškou nebo dokonce požadujeme, aby křivka otvorové vady změnila svůj charakter a protínala v určité dopadové výšce (nebo i několika výškách) osu  $u$ . V těchto případech mluvíme o otvorové vadě s jednoduchou – obr. 2.28b - (případně i s dvojnásobnou, trojnásobnou) korekcí. Průběh otvorové vady je možné u složitějších soustav ovlivnit změnou parametrů soustavy – poloměrů ploch, vzdáleností vrcholů ploch a skel čoček. Nejjednodušší soustavou, pro kterou lze korigovat otvorovou vadu, je tmelený dublet – dvojice čoček (jedné spojné a jedné rozptylné), jejichž stejné poloměry jsou stmetleny optickým tmelem.

Maximální hodnota příčné otvorové vady je vlastně poloměr kroužku, do kterého optická soustava zobrazí osový předmětový bod. Rovina, vzhledem ke které se otvorová vada vyhodnocuje, může být paraxiální obrazová rovina (jako na obr. 2.27) nebo jiná zvolená rovina – např rovina, ve které je průměr kroužku (obrazu bodu) nejmenší.

### 2.3.2 Koma

Koma je vada, která vzniká při zobrazení mimoosového předmětového bodu širokým svazkem paprsků. U centrované optické soustavy se bod zobrazí jako stranově symetrická ploška. Princip komy bude vysvětlen pomocí obr. 2.29.



Obr. 2.29: Koma

Na tomto obrázku je znázorněno zobrazení mimoosového předmětového bodu  $Y$  širokým svazkem paprsků. Paprsek jdoucí středem vstupní pupily (jehož obraz prochází středem výstupní pupily) nazveme opět paprskem hlavním. Situace už není válcově symetrická, jako v případě otvorové vady, a proto pro vyhodnocení komy (a některých dalších aberací při zobrazení mimoosových předmětových bodů) zavedeme dvě roviny. Rovina tangenciální je rovina, ve které leží optická osa a hlavní paprsek – rovina papíru podle obr. 2.29. Rovina kolmá k rovině tangenciální a procházející hlavním paprskem je rovina sagitální.

Jako tangenciální komu pak označujeme odchylku průsečíku  $Y'_t$  obrazů krajních paprsků širokého svazku od obrazu hlavního paprsku ve směru kolmém k optické ose. Na obr. 2.29 je tato hodnota označena jako  $\Delta y'_t$  a lze ji určit pomocí vztahu

$$\Delta y'_t = y'_t - (z' - x'_t) \tan \tau', \quad (2.93)$$

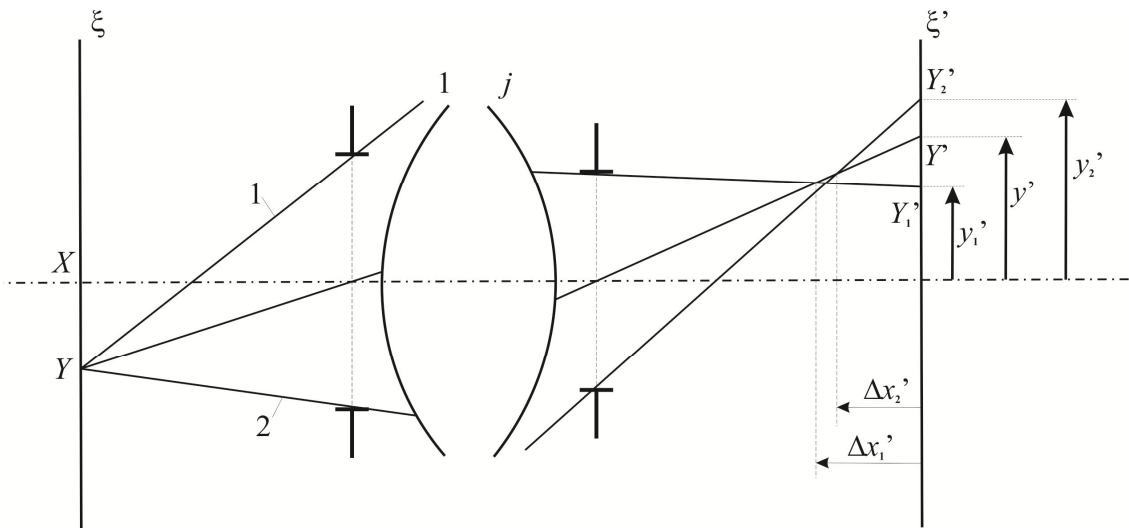
Kde všechna označení jsou patrná z obr. 2.29.

V sagitálním směru může nastat následující situace. Obrazy krajních paprsků širokého svazku v sagitálním směru mohou ležet v jiné rovině, než je sagitální rovina, procházející obrazem hlavního paprsku. Projekce této roviny do roviny tangenciální je na obr. 2.29 označena čárkovanou čarou. Jako sagitální komu  $\Delta y'_s$  pak označujeme orientovanou vzdálenost průsečíku obrazů těchto krajních paprsků širokého svazku v sagitální rovině (bod  $Y'_s$ ) opět od hlavního paprsku ve směru kolmém k optické ose. Pro sagitální komu analogicky platí

$$\Delta y'_s = y'_s - (z' - x'_s) \tan \tau'. \quad (2.94)$$

V praxi se ale často aberace širokých paprskových svazků, zobrazujících mimoosové předmětové body, vyhodnocují pomocí tzv. podélných a příčných aberací. Jedná se vlastně o analogii s hodnocením otvorové vady, kdy roli optické osy u vady otvorové nyní hraje obraz hlavního paprsku širokého svazku. Podélné aberace jsou tak vlastně odchylky průsečíků obrazů jednotlivých paprsků širokého svazku s obrazem hlavního paprsku od zvolené obrazové roviny (např. paraxiální) ve směru

optické osy. Příčné aberace jsou pak odchylky průsečíků obrazů jednotlivých paprsků širokého svazku se stejnou obrazovou rovinou od průsečíku obrazu hlavního paprsku s touto rovinou – obr. 2.30.



Obr. 2.30: Podélné a příčné aberace

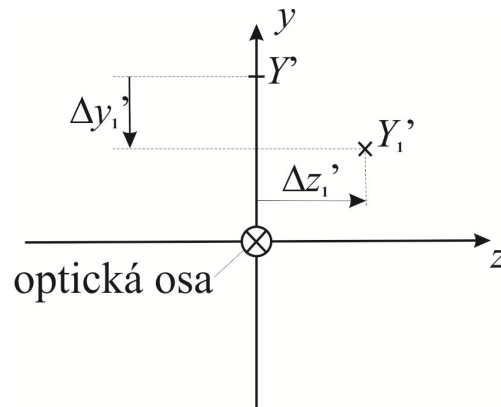
Pro příčné aberace krajních paprsků širokého svazku pak podle obr. 2.30 platí

$$\Delta y_1' = y_1' - y', \quad \Delta y_2' = y_2' - y' \quad (2.95)$$

a  $\Delta x_1'$ ,  $\Delta x_2'$  jsou pak příslušné podélné aberace.

Zavedení podélných a příčných aberací v tangenciální rovině má potom tu výhodu, že je můžeme pro paprsky širokého svazku vynášet do grafů v závislosti na dopadových výškách těchto paprsků např. v rovině vstupní pupily, obdobně jako otvorovou vadu.

Obraz paprsku širokého svazku, který neleží v tangenciální rovině, je obecně mimoběžný s obrazem hlavního paprsku, tedy jeho průsečík s obrazovou rovinou nemusí ležet v rovině tangenciální. Potom se odchylka průsečíku tohoto paprsku s obrazovou rovinou od průsečíku obrazu hlavního paprsku s obrazovou rovinou vyhodnocuje např. pomocí dvojice příčných aberací. Příklad je uveden na obr. 2.31, kde je znázorněna zvolená obrazová rovina při pohledu zleva, tedy ve směru šíření paprsků.



Obr. 2.31: Příčné aberace paprsků v obrazové rovině

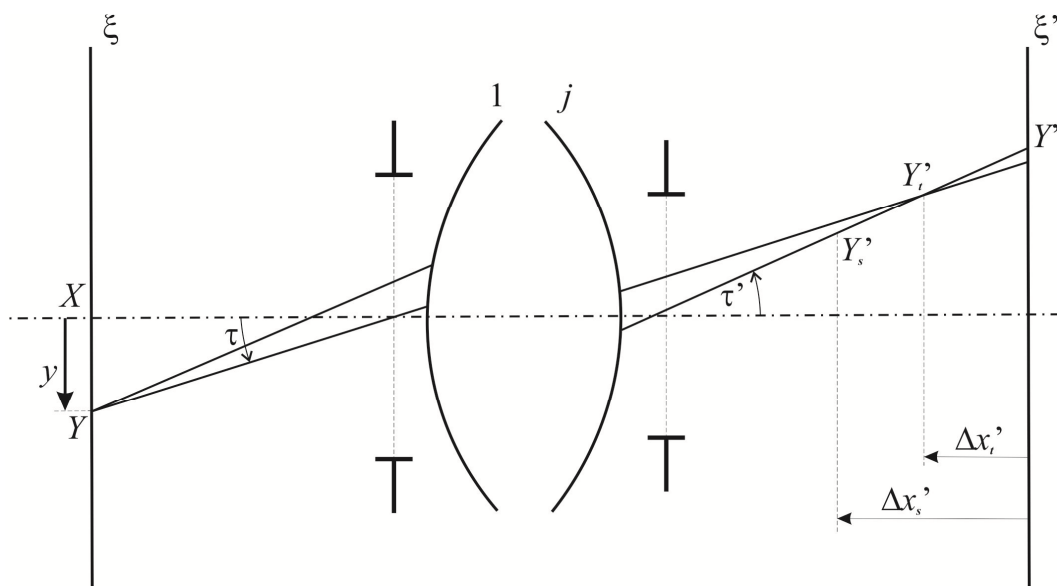
Zde  $Y'$  je průsečík obrazu hlavního paprsku a  $Y'_1$  průsečík obrazu některého paprsku širokého svazku s obrazovou rovinou. Odchylku těchto průsečíků pak lze popsat dvojicí příčných aberací  $\Delta y'_1$  a  $\Delta z'_1$ .

### 2.3.3 Zklenutí pole, astigmatismus

Jedná se o vadu úzkých paprskových svazků, jimiž jsou zobrazovány mimoosové body předmětu. Zklenutí pole způsobuje, že předmětová rovina se zobrazí jako rotační plocha, přičemž odchylky této plochy od ideální roviny jsou různé v tangenciálním a sagitálním směru.

Princip vady zklenutí je obdobný, jako princip komy. Odlišnost je pouze v tom, že pro úzké paprskové svazky se obrazy krajních paprsků svazku protínají v bodě, který leží na obraze hlavního paprsku. Vzdálenost průsečíku obrazů těchto paprsků od obrazové roviny (paraxiální nebo jiné zvolené) ve směru optické osy soustavy je zklenutí.

Pokud se obrazy obou krajních paprsků úzkého svazku protínají v bodě, který navíc leží na obraze hlavního paprsku, stačí uvažovat jen jeden krajní paprsek úzkého svazku v tangenciální a jeden v sagitální rovině, jak je znázorněno na obr. 2.32.

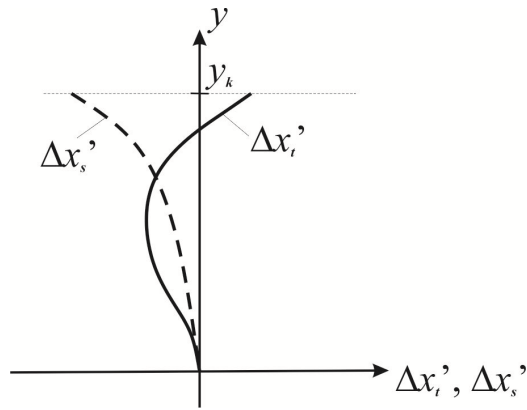


Obr. 2.32: Tangenciální a sagitální zklenutí

Potom vzdálenost průsečíku krajního paprsku úzkého svazku s hlavním paprskem v obrazovém prostoru soustavy od obrazové roviny v tangenciální rovině je tangenciální zklenutí  $\Delta x'_t$  a vzdálenost průsečíku krajního paprsku úzkého svazku s obrazem hlavního paprsku v sagitální rovině od roviny obrazu je sagitální zklenutí  $\Delta x'_s$  - jak je uvedeno na obr. 2.32.

V grafické formě je obvyklé znázornění závislosti tangenciálního a sagitálního zklenutí v závislosti na vzdálenosti předmětového bodu od optické osy (pro soustavy, které zobrazují předmětovou rovinu ležící v konečné vzdálenosti) nebo v závislosti na úhlu, který svírá hlavní paprsek mimoosového svazku s optickou osou (pro předmět ležící v praktickém nekonečnu). Příklad je uveden na obr. 2.33.





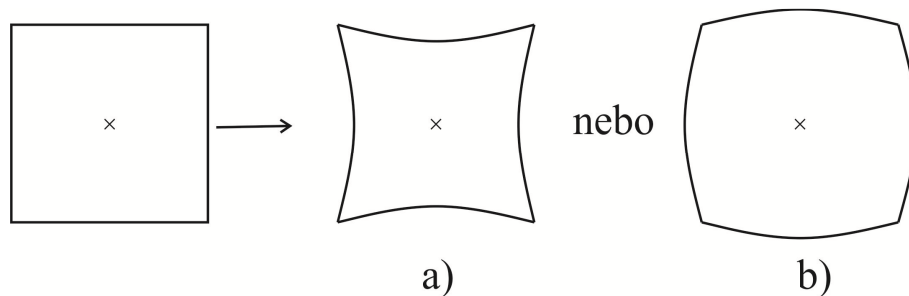
Obr. 2.33: Vyjádření závislosti zklenutí pole na velikosti předmětu

Rozdíl mezi tangenciálním a sagitálním zklenutím je astigmatismus

$$\Delta x'_{st} = \Delta x'_s - \Delta x'_t. \quad (2.96)$$

### 2.3.4 Zkreslení

Zkreslení je vada, která vzniká při zobrazení mimoosových bodů předmětu úzkými svazky paprsků – můžeme se dokonce omezit jen na hlavní paprsek. Zkreslení způsobuje, že obrazem přímky, která neprochází optickou osou, je křivka. Rozeznáváme dva druhy zkreslení, které můžeme vysvětlit na obraze čtverce – zkreslení konvexní (kladné) a zkreslení konkávní (záporné). Oba druhy jsou znázorněny na obr. 2.34, situace a) a b). První z nich se často označuje jako zkreslení poduškovité a druhý jako soudkovité zkreslení.



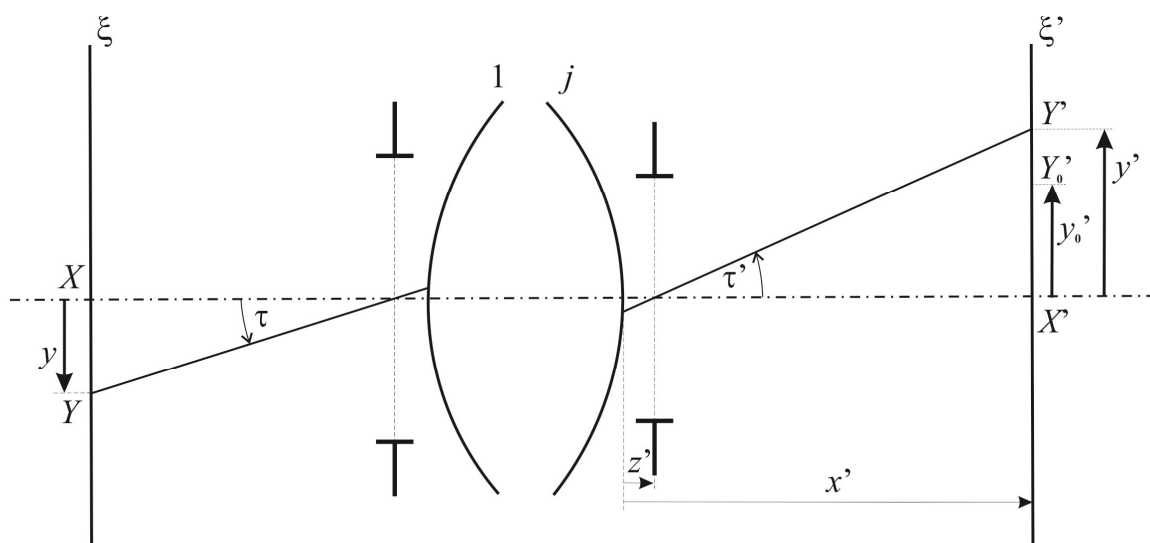
Obr. 2.34: Druhy zkreslení

Uvažujme zobrazení mimoosového předmětového bodu  $Y$  do paraxiální obrazové roviny  $\xi'$ . Polohu ideálního obrazu bodu  $Y$ , označenou jako bod  $Y'_0$ , bychom získali použitím vztahů, platných v paraxiálním prostoru. Polohu paraxiální obrazové roviny získáme použitím zobrazovacích rovnic paraxiálního paprsku (2.34) a (2.35) a vzdálenost obrazu  $Y'_0$  od optické osy (vzdálenost  $y'_0$ ) získáme pomocí vztahu (2.46) pro paraxiální příčné zvětšení soustavy  $\beta$ .

V mimoparaxiálním prostoru se ale bod  $Y$  zobrazí do bodu  $Y'$ , jehož vzdálenost od optické osy je  $y'$ , a který obecně není totožný s ideálním obrazem  $Y'_0$ . Důsledkem této skutečnosti je právě zkreslení obrazu (obr. 2.35).

Zkreslení můžeme přímo charakterizovat úsečkou

$$\Delta y' = y' - y'_0. \quad (2.97)$$



Obr. 2.35: Princip zkreslení

Častěji ale bývá zkreslení vyjadřováno v procentech délky  $y'_0$ , tj.

$$Z = 100 \cdot \frac{\Delta y'}{y'_0} = 100 \cdot \left( \frac{y'}{y'_0} - 1 \right), \quad (2.98)$$

kde  $y' = (z' - x') \cdot \tan \tau'$  a  $y'_0 = \beta y$  (jak bylo uvedeno).

Ve formě grafu bývá zkreslení opět vyjadřováno v závislosti na vzdálenosti bodů předmětu od optické osy nebo v závislosti na úhlu, který svírá hlavní paprsek mimoosového svazku s optickou osou, pokud předmět leží v praktickém nekonečnu.

U některých zobrazovacích soustav, jako jsou např. projekční nebo fotografické objektivy, se připouští jen velmi malé zkreslení. Pro tyto soustavy pak bývá zkreslení vyjadřováno v promilích.

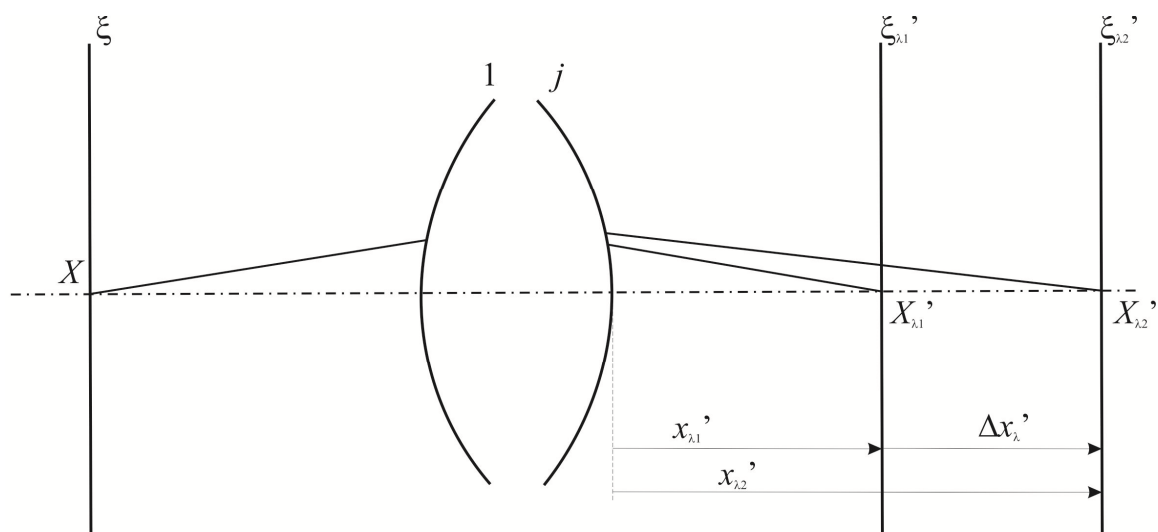
### 2.3.5 Barevná vada polohy

Uvedme nejprve několik pojmů, které se obecně týkají barevných vad. Pokud některá veličina (např. obrazová ohnisková vzdálenost  $f'$ ) nabývá pro světla dvou různých vlnových délek stejné hodnoty, pak říkáme, že optická soustava je vzhledem k této veličině achromatická. Odchyly této veličiny pro světla jiných vlnových délek jsou sekundární barevné vady. Je-li barevná vada veličiny odstraněna pro tři vlnové délky, mluvíme o soustavě apochromatické, optická soustava s odstraněnou barevnou vadou veličiny pro čtyři vlnové délky je superachromatická atd. Vlnové délky světla, pro které mají být odstraněny barevné vady, se volí podle účelu použití optické soustavy.

Barevné vady se podobně jako monochromatické aberace korigují pomocí změn konstrukčních parametrů soustavy, ale největší vliv na odstranění barevných vad má změna disperze optických skel při stejné hodnotě indexu lomu, případně změna indexu lomu při stejné disperzi.

Barevná vada polohy je vada, která způsobuje, že se rovina předmětu (konkrétně osový předmětový bod) ve světle různých vlnových délek zobrazuje do různých míst. Je to jediná vada soustavy, která se projevuje už v paraxiálním prostoru.

Princip barevné vady polohy je znázorněn na obr. 2.36. Osový předmětový bod  $X$  se ve světle vlnové délky  $\lambda_1$  zobrazí do bodu  $X'_{\lambda_1}$ , ve světle vlnové délky  $\lambda_2$  se zobrazí do bodu  $X'_{\lambda_2}$ . Potom vzdálenosti  $x'_{\lambda_1}$ ,  $x'_{\lambda_2}$  udávají polohy obrazových rovin pro světla vlnových délek  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ .



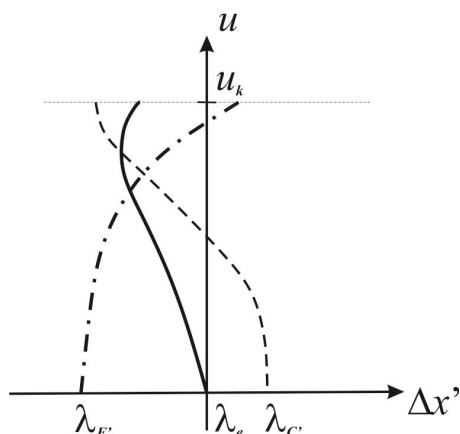
Obr. 2.36: Barevná vada polohy

Barevná vada polohy je pak definována vztahem

$$\Delta x'_\lambda = x'_{\lambda_2} - x'_{\lambda_1}, \quad (2.99)$$

kde vlnová délka  $\lambda_1$  je vztažná vlnová délka. Vzhledem k poloze obrazové roviny pro tuto vlnovou délku se barevné vady polohy vyjadřují. Většinou se jako vztažná vlnová délka uvažuje přibližně centrální vlnová délka spektrálního pásma, ve kterém má optická soustava pracovat.

Barevná vada polohy je vlastně limitní hodnota podélné otvorové vady pro paprsky blízké optické ose ve světle různých vlnových délek. Z míst barevných vad polohy potom v grafickém znázornění vycházejí křivky podélných otvorových vad pro světla různých vlnových délek. Na obr. 2.37 je znázorněn příklad křivek podélné otvorové vady pro světlo tří vlnových délek  $\lambda_e$ ,  $\lambda_{C'}$  a  $\lambda_{F'}$ , odpovídajících Fraunhoferovým spektrálním čarám  $e$ ,  $C'$  a  $F'$ , přičemž jako vztažná vlnová délka je zvolena vlnová délka čáry  $e$ .



Obr. 2.37: Podélná otvorová vada pro světlo tří vlnových délek

Pro korekční stav a tedy i výkonnost optické soustavy je výhodné, pokud se křivky podélných otvorových vad pro krajní vlnové délky protínají, jak je nakresleno na obr. 2.37. Projev barevných vad při zobrazení osového předmětového bodu je pak v maximální míře minimalizován. Dopadová výška paprsků širokého osového svazku např. do roviny vstupní pupily, ve které se mají křivky otvorových vad protnout, se uvádí v rozmezí  $\frac{\sqrt{2}}{2}u_k = 0,707u_k$  až  $\frac{\sqrt{3}}{2}u_k = 0,866u_k$ .

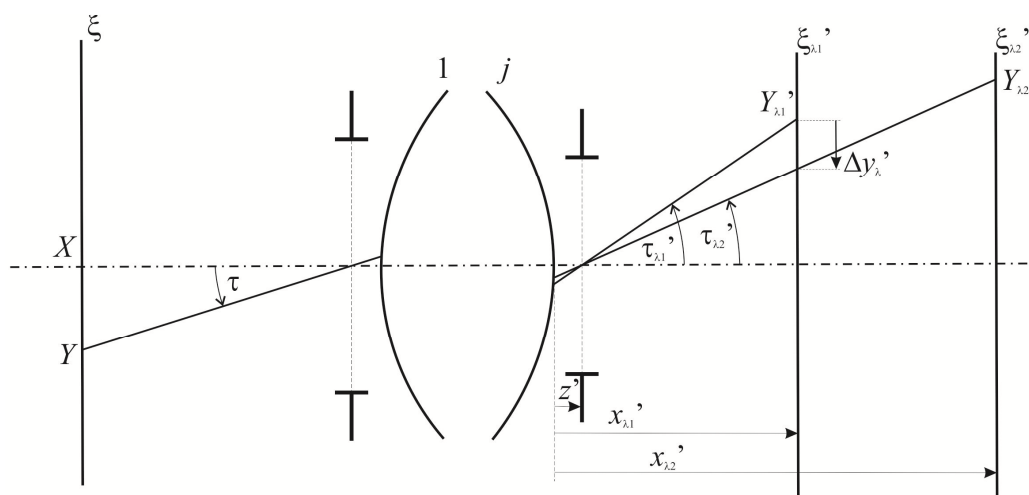
### 2.3.6 Barevná vada velikosti

Projevem barevné vady velikosti je, že se předmět do zvolené obrazové roviny (např. do paraxiální obrazové roviny pro vztaznou vlnovou délku) ve světle různých vlnových délek zobrazí v různých velikostech (mimoosový bod předmětu se v této rovině zobrazí do různých vzdáleností od optické osy). Barevná vada velikosti se určuje pomocí hlavních paprsků svazků, které zobrazují mimoosové body předmětu.

Na obr. 2.38 je jako  $\xi'_{\lambda_1}$  zakreslena poloha paraxiální obrazové roviny (obraz předmětové roviny  $\xi$ ) ve světle vlnové délky  $\lambda_1$  a  $\xi'_{\lambda_2}$  je paraxiální obrazová rovina pro světlo vlnové délky  $\lambda_2$ . Hlavní paprsek svazku, který zobrazuje mimoosový předmětový bod  $Y$  ve světle vlnové délky  $\lambda_1$ , svírá v obrazovém prostoru soustavy s optickou osou úhel  $\tau'_{\lambda_1}$ . Pro světlo vlnové délky  $\lambda_2$  svírá obraz hlavního paprsku svazku, zobrazujícího stejný mimoosový předmětový bod, s optickou osou úhel  $\tau'_{\lambda_2}$ . Potom

$$\Delta y'_\lambda = (x'_{\lambda_1} - z') \cdot (\tan \tau'_{\lambda_2} - \tan \tau'_{\lambda_1}) \quad (2.100)$$

je barevná vada velikosti pro světlo vlnové délky  $\lambda_2$  v obrazové rovině  $\xi'_{\lambda_1}$ .

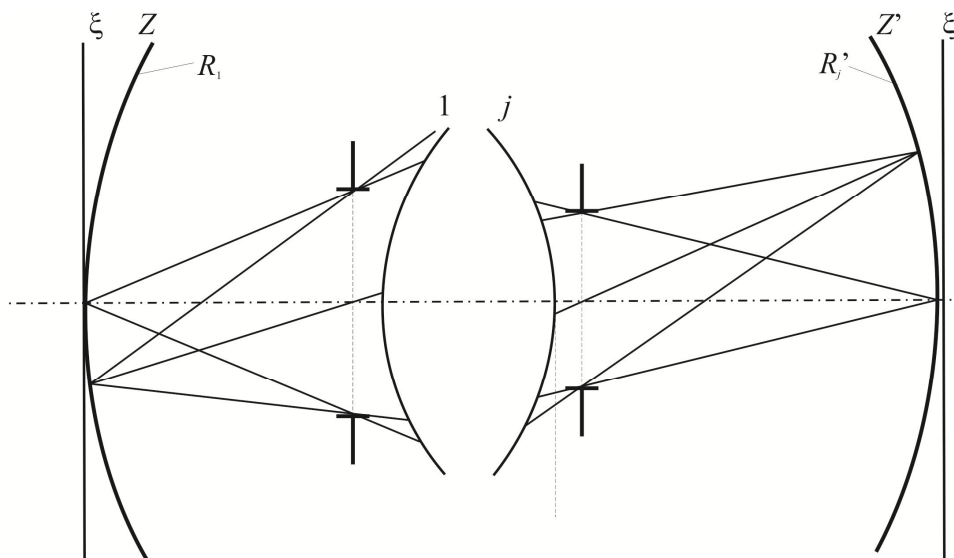


Obr. 2.38: Barevná vada velikosti.

Platí, že i barevnou vadu velikosti nejefektivněji korigujeme změnami disperzí optických skel v soustavě.

### 2.3.7 Křivost obrazu – Petzvalova křivost

V důsledku vady zklenutí se rovina, kolmá k optické ose, zobrazí jako rotační plocha. Přitom křivost této plochy je v důsledku astigmatismu různá v tangenciálním a sagitálním směru. Předpokládejme, že ze zobrazení lze odstranit astigmatismus pro případ, kdy se sférická předmětová plocha  $Z$  o poloměru  $R_1$  zobrazí opět jako sférická plocha  $Z'$  o poloměru  $R'_j$  - obr. 2.39.



Obr. 2.39: K Petzvalově křivosti

Lze dokázat, že aby se sféra  $Z$  bez dalšího zklenutí a astigmatismu zobrazila na sféru  $Z'$ , musí být splněna podmínka

$$\frac{1}{n'_j R'_j} - \frac{1}{n_1 R_1} = \sum_{i=1}^j \frac{1}{r_i} \left( \frac{1}{n'_i} - \frac{1}{n_i} \right). \quad (2.101)$$

Zavedme veličinu  $P$  vztahem

$$P = \sum_{i=1}^j \frac{1}{r_i} \left( \frac{1}{n_i} - \frac{1}{n'_i} \right). \quad (2.102)$$

Výraz  $P$  se potom označuje jako Petzvalova křivost (Petzvalova suma, suma  $P$ ).

Zamysleme se nad významem Petzvalovy sumy. Nejčastěji se setkáváme se situací, kdy předmětová plocha je rovina ( $R_1 = \infty$ ) a index lomu prostředí v obrazovém prostoru soustavy je  $n'_j = 1$  (vzduch). Pak platí, že

$$P = -\frac{1}{R'_j}, \quad (2.103)$$

tedy Petzvalova křivost  $P$  má význam křivosti obrazové plochy. Požadujeme-li potom, aby také obrazová plocha byla rovina, musí být splněna podmínka

$$\sum_{i=1}^j \frac{1}{r_i} \left( \frac{1}{n_i} - \frac{1}{n'_i} \right) = 0. \quad (2.104)$$

Křivost obrazu tedy závisí pouze na hodnotách poloměrů optických ploch a na indexech lomu prostředí v optické soustavě. Nezávisí na vzdálenostech vrcholů optických ploch.

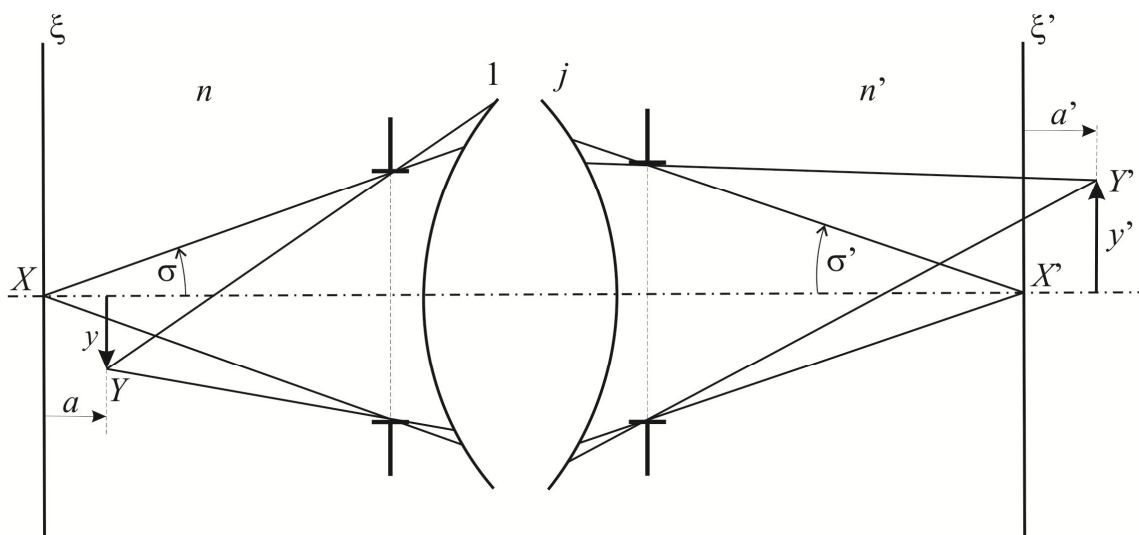
V praktických výpočtech se Petzvalova křivost  $P$  násobí obrazovou ohniskovou vzdáleností soustavy. Získaný součin  $Pf'$  je pak bezrozměrné číslo nezávislé na ohniskové vzdálenosti soustavy. Požadujeme-li korekci tangenciálního a sagitálního zklenutí, je nutné vhodnou změnou uvedených parametrů soustavy zajistit, aby

$$Pf' \ll 1. \quad (2.105)$$

Petzvalova suma je tak jedním z velmi důležitých parametrů optické soustavy, jehož hodnotu je nutné sledovat při korigování vad optické soustavy.

### 2.3.8 Stigmatické zobrazení

Pod pojmem stigmatické zobrazení se rozumí zobrazení bez vad. Vyjděme ze situace (obr. 2.40), kdy je osový předmětový bod  $X$  stigmaticky zobrazen do bodu  $X'$ . Při splnění této skutečnosti je možné následně řešit úlohu, kdy se bod  $Y$ , který je velmi blízký (soumězný) k bodu  $X$  také stigmaticky zobrazí do bodu  $Y'$ .



Obr. 2.40: Ke stigmatickému zobrazení bodu

Lze dokázat, že tuto úlohu je možné vyřešit. Bod  $Y$  se stigmaticky zobrazí do bodu  $Y'$  při současném splnění dvou podmínek:

$$n'y' \sin \sigma' - ny \sin \sigma = 0, \quad (2.106)$$

$$n'a' \sin^2 \frac{\sigma'}{2} - na \sin^2 \frac{\sigma}{2} = 0. \quad (2.107)$$

První z těchto podmínek se nazývá podmínka Abbeova (nebo také sinová podmínka), druhá je známa jako podmínka Herschelova.

Pokud do Abbeovy podmínky dosadíme vztah pro příčné zvětšení  $\frac{y'}{y} = \beta$  a do podmínky Herschelovy vztah pro osové zvětšení  $\frac{a'}{a} = \frac{n'}{n} \cdot \beta^2$ , můžeme podmínky přepsat do tvaru

$$\frac{n}{n'} \cdot \frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'} = \beta, \quad (2.108)$$

$$\frac{n}{n'} \cdot \frac{\sin \frac{\sigma}{2}}{\sin \frac{\sigma'}{2}} = \beta. \quad (2.109)$$

Je zřejmé, že s výjimkou uzlových bodů, kde  $\sigma' = \sigma$ , obě podmínky najednou splnit nelze. Proto je nutné se omezit jen na dva speciální případy:

- a) Bod  $Y$  leží v předmětové rovině bodu  $X$ . V tomto případě  $a = a' = 0$ , tedy automaticky je splněna podmínka Herschelova a stačí zajistit splnění podmínky Abbeovy.
- b) Bod  $Y$  leží na optické ose. Pak je automaticky splněna podmínka Abbeova a stačí splnit podmínku Herschelovu.

Případ a) je významný např. u objektivů mikroskopů, dalekohledů, projekčních objektivů, případ b) je důležitý u objektivů analaktických dalekohledů, které jsou např. součástí nitkových dálkoměrů.

Zobrazení, ve kterém je splněna Abbeova podmínka, se nazývá aplanatické. Proto se také sinové podmínce někdy říká podmínka aplanatická. Body  $X$  a  $X'$ , ve kterých je splněna sinová podmínka, se nazývají aplanatické body.

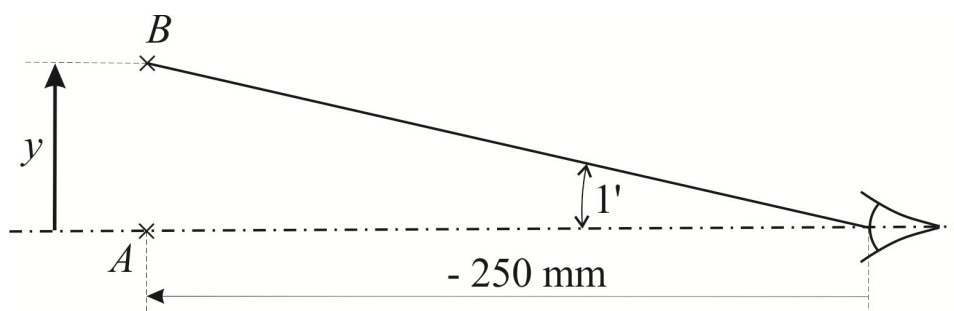
## 2.4 Optické soustavy základních optických přístrojů

Za základní optické přístroje považujeme lupu, mikroskop a dalekohled. Známe-li principy optických soustav těchto přístrojů, je pak daleko snadnější pochopení principů optických soustav jiných přístrojů.

### 2.4.1 Lupa

Při pozorování detailů nějakého předmětu jsme omezeni rozlišovací mezí oka. Je nutno zohlednit skutečnost, že oko je schopné konvenčně rozlišit dva body, jejichž úhlová vzdálenost je minimálně  $1'$ . Není-li jemná struktura předmětu rozlišitelná při jeho určité poloze, musíme předmět přiblížit k oku. V tomto přiblížení jsme ale omezeni vzdáleností blízkého bodu oka – konvenčně 250 mm.

Existuje proto minimální vzdálenost dvou bodů předmětu, které jsme schopni rozlišit prostým (neozbrojeným) okem. Velikost této vzdálenosti je  $y = 0,075$  mm (obr. 2.41). Menší detaily předmětu nejsme schopni prostým okem rozlišit. K rozlišení jemnějších detailů ale můžeme použít lupu. Lupa vytváří zvětšený obraz předmětu, takže také úhlová vzdálenost detailů předmětu je na zvětšeném obrazu větší. Při pozorování tohoto obrazu pak oko jemnější detaily rozliší.



Obr. 2.41: K rozlišovací mezi oka

Samotná lupa je spojná optická soustava. V teoretických úvahách je možné znázornit si ji tenkou čočkou. Zvětšení lupy je definováno jako poměr úhlových rozměrů nějakého detailu předmětu při pozorování okem ozbrojeným (okem s lupou) a okem neozbrojeným, případně je možné uvažovat i poměr lineárních vzdáleností dvou bodů buď na předmětu nebo na sítnici oka. Při pozorování lupou se předmět umísťuje mezi předmětovou ohniskovou rovinu lupy a lupu samotnou.

Aby bylo možné spojnou čočku (spojnou optickou soustavu) použít jako lupu, musí být její obrazová ohnisková vzdálenost menší, než je vzdálenost blízkého bodu oka (vzdálenost zřetelného vidění)  $p = 250$  mm.

### 2.4.1.1 Zvětšení lupy

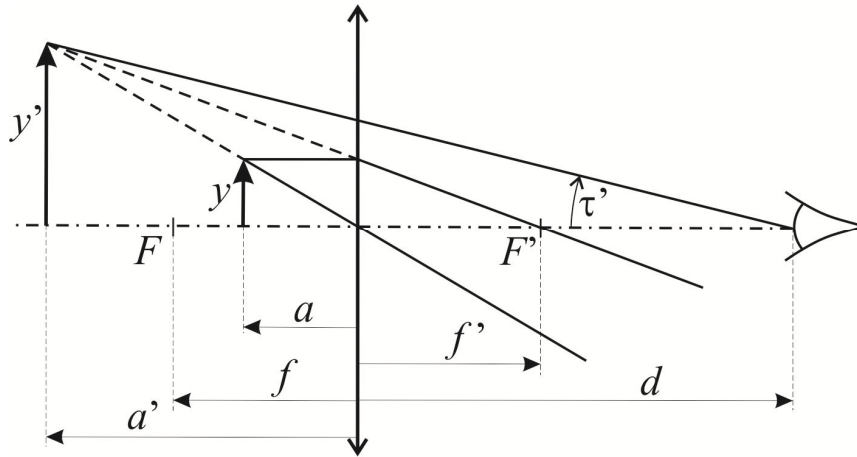
Uvažujme zvětšení lupy jako poměr úhlů, pod kterými je pozorován detail předmětu okem ozbrojeným (okem s lupou) a okem prostým. Pozorujeme-li detail předmětu o velikosti  $y$ , pak maximální úhel, pod kterým tento detail je pozorovatelný prostým okem, je

$$\tau_0 = \frac{y}{p}. \quad (2.110)$$

Úhel  $\tau'$ , pod kterým vidí detail předmětu oko ozbrojené, určíme podle obr. 2.42. Lupa o obrazové ohniskové vzdálenosti  $f'$  je zde znázorněna tenkou spojnou čočkou. Detail předmětu o velikosti  $y$  je umístěn mezi předmětovou ohniskovou rovinu lupy a lupy, jeho obraz o velikosti  $y'$  se tedy vytvoří v konečné vzdálenosti. Oko je umístěno ve vzdálenosti  $d$  od lupy. Polohy předmětu a jeho obrazu jsou vázány zobrazovací rovnicí tenké čočky (2.87). Z ní lze vypočítat (při zde použitém značení), že

$$a = \frac{f' a'}{f' - a'}. \quad (2.111)$$





Obr. 2.42: K výpočtu zvětšení lupy

Z příčného zvětšení tenké čočky (2.88) vyplývá

$$y' = y \cdot \frac{a'}{a} = \frac{f' - a'}{f'} \cdot y, \quad (2.112)$$

kam byl dosazen výsledek (2.87). Úhlová velikost  $\tau'$  obrazu detailu předmětu, vytvořeného lupou, vzhledem ke středu pupily oka je pak (za předpokladu, že i úhel  $\tau'$  je malý)

$$\tau' = \frac{y'}{d - a'} = \frac{y(f' - a')}{f'(d - a')}. \quad (2.113)$$

Potom pro zvětšení lupy

$$\Gamma_L = \frac{\tau'}{\tau_0} \quad (2.114)$$

lze po dosazení vztahů (2.110) a (2.113) získat výsledek

$$\Gamma_L = \frac{p}{f'} \cdot \frac{f' - a'}{d - a'}. \quad (2.115)$$

Jediným parametrem lupy, na kterém závisí zvětšení, je tedy její ohnisková vzdálenost. Ostatní proměnné veličiny ve vztahu (2.115), tedy  $a'$  a  $d$  pouze určují vztah oka k lupě.

Uvažujme dvě limitní polohy předmětu vzhledem k lupě. První z nich je případ, kdy je předmět umístěn do předmětové ohniskové roviny lupy, tedy obraz se vytvoří v nekonečnu a oko jej pozoruje bez akomodace. Dosadíme-li do (2.115)  $a' = \infty$ , pak

$$\Gamma_L = \frac{p}{f'}. \quad (2.116)$$

Zvětšení lupy pak nezávisí na vzdálenosti lupy od oka. Vztah (2.116) bývá častěji vyjadřován přímo s využitím číselné hodnoty vzdálenosti blízkého bodu oka

$$\Gamma_L = \frac{250}{f'}. \quad (2.117)$$

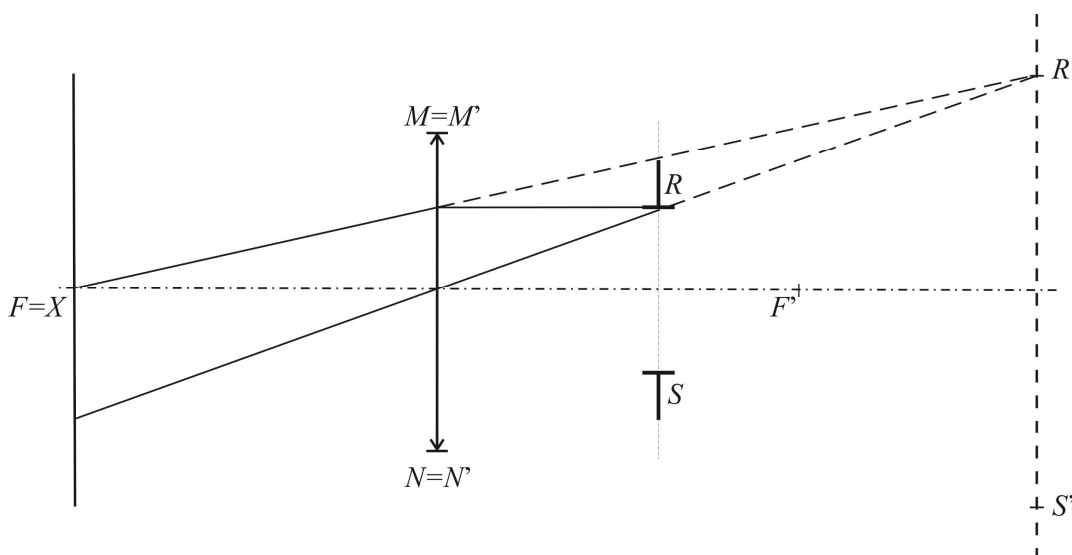
Druhá mezní poloha předmětu je taková, kdy se obraz, vytvořený lupou, umístí do vzdálenosti blízkého bodu oka, tedy platí, že  $d - a' = p$ . Po dosazení do (2.115) bude

$$\Gamma_L = \frac{p}{f'} + 1 - \frac{d}{f'}. \quad (2.118)$$

Tento výsledek se na první pohled zdá být zajímavý, protože pokud bychom přiložili oko těsně k lupě, tedy do vzdálenosti  $d = 0$ , pak bychom dosáhli většího zvětšení lupy, než v případě obrazu, vytvořeného v nekonečnu (2.116). V praxi ale lupa není tenkou čočkou a také oko nelze přiložit těsně k optické ploše. Naopak většinou platí, že  $f' \approx d$  a zvětšení lupy nabývá hodnoty (2.117) pro polohu obrazu v rozmezí vzdáleností  $-\infty$  až  $-p$  vzhledem k oku.

### 2.4.1.2 Ohraničení paprskových svazků u lupy

Studujeme-li ohraničení paprskových svazků u lupy, musíme vždy uvažovat lupu ve spojení s okem, tedy soustavu lupa – oko. Vyjdeme z obr. 2.43. Lupa je opět znázorněna tenkou čočkou. Předmět je umístěn do předmětové ohniskové roviny lupy, tedy osový předmětový bod  $X$  je totožný s předmětovým ohniskem  $F$ . Pupila oka je umístěna mírně před obrazovou ohniskovou rovinu lupy. Uvažujeme pouze praktický případ, kdy průměr lupy je větší, než průměr pupily oka.



Obr. 2.43: K omezení paprskových svazků v soustavě lupa – oko

Máme tedy dva reálné otvory v uvažované optické soustavě. Otvor  $MN$  je objímka lupy, otvor  $RS$  je pupila oka. Hledáme-li vstupní pupilu optické soustavy, zobrazujeme všechny reálné otvory předchozími prvky soustavy do předmětového prostoru. Objímku lupy není čím zobrazit, je tedy totožná se svým obrazem  $M'N'$ . Obraz pupily oka, vytvořený lupou, je označen  $R'S'$ . Tento obraz je neskutečný a vzpřímený.

Z osového předmětového bodu  $X$  pozorujeme obrazy  $M'N'$  a  $R'S'$  reálných otvorů. Je zřejmé, že obraz  $R'S'$  je z tohoto bodu vidět pod menším úhlem, než obraz  $M'N'$ , tedy obraz  $R'S'$  je vstupní pupilou soustavy lupa - oko. Reálný otvor  $RS$  - pupila oka – je tedy clona otvorová soustavy lupa – oko. Protože pupilu oka nelze dále zobrazit do obrazového prostoru (není za ní žádný další optický

prvek), je totožná se svým obrazem v obrazovém prostoru soustavy lupa – oko, a je tedy zároveň výstupní pupilou soustavy lupa – oko.

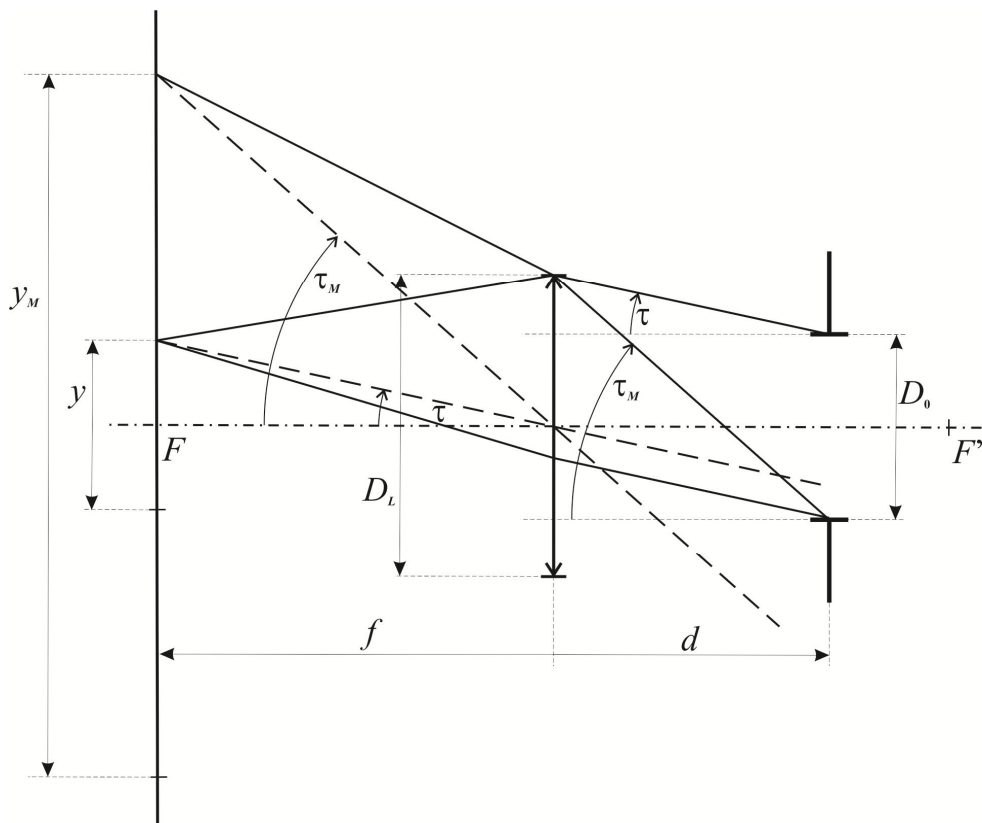
Ze středu vstupní pupily  $R'S'$  můžeme pozorovat jen jediný další obraz reálného otvoru v předmětovém prostoru soustavy lupa – oko, a to obraz  $M'N'$  totožný s objímkou lupy. Objímka lupy je tedy vstupní průhled a zároveň clona otvorová soustavy lupa – oko. Protože vstupní průhled neleží v rovině předmětu, zorné pole lupy nebude ostře ohraničené, bude charakterizováno úbytkem jasu do krajů zorného pole.

Zorné pole lupy je tak možné v zásadě rozdělit do dvou oblastí. První z nich bude oblast, kdy všechny body předmětu v této oblasti budou lupou zobrazeny svazky, které vyplní celou pupilu oka. Tato oblast bude charakterizována prakticky konstantním jasem obrazu. Druhou oblastí bude ta část předmětu, jejíž body lupa zobrazí svazky, které již nevyplní celou pupilu oka. Tato oblast končí body předmětu, ze kterých soustavou lupa – oko projde jediný paprsek. Druhá oblast zorného pole je tak charakterizována úbytkem jasu až do jeho nulové úrovně – do tmy.

### **2.4.1.3 Výpočet zorného pole lupy**

V souladu s předchozí kapitolou budeme počítat velikost zorného pole zobrazeného bez úbytku jasu a velikost zorného pole až do nulového jasu. Opět budeme předpokládat, že pozorovaný předmět je umístěn v předmětové ohniskové rovině lupy, tedy jeho obraz se vytvoří v nekonečnu. V prostoru mezi lupou a okem bude tedy každý bod předmětu zobrazen rovnoběžným svazkem paprsků.

Velikost zorného pole bez úbytku jasu vypočítáme pomocí parametrů vyznačených na obr. 2.44. Horní paprsek rovnoběžného svazku paprsků, zobrazujícího kraj zorného pole bez úbytku jasu, spojuje horní okraj objímky lupy a horní okraj pupily oka. Tento svazek rovnoběžných paprsků svírá s optickou osou úhel  $\tau$ . V obr. 2.44 je dále použito následující označení: Průměr objímky lupy je  $D_L$ , průměr pupily oka je  $D_0$  a oko je umístěno ve vzdálenosti  $d$  od lupy, která je zde opět nahrazena tenkou čočkou. Průměr zorného pole lupy bez úbytku jasu je označen jako  $y$ .



Obr. 2.44: K výpočtu zorného pole lupy

Z obr. 2.44 je zřejmé, že

$$\tan \tau = \frac{D_L - D_0}{2d} = \frac{y}{-2f} = \frac{y}{2f'} \quad (2.119)$$

Odtud pro  $y$  vyplývá:

$$y = f' \cdot \frac{D_L - D_0}{d} \quad (2.120)$$

Hodnota  $y$  je lineární velikost zorného pole lupy. Vidíme, že kromě zvětšení lupy (vázané s  $f'$  lupy) závisí dále na průměru lupy, velikosti pupily oka a vzdálenosti oka od lupy. Pokud se v praktických případech oko umísťuje do blízkosti obrazového ohniska lupy ( $d \approx f'$ ), potom

$$y = D_L - D_0, \quad (2.121)$$

Je tedy přibližně rovno rozdílu mezi průměrem lupy a průměrem pupily oka. Úhel  $2\tau$  je potom úhlové zorné pole lupy, zobrazené bez úbytku jasu.

Kraj zorného pole lupy do úrovně nulového jasu je v prostoru mezi lupou a okem zobrazen jediným paprskem, který spojuje horní okraj objímky lupy s dolním okrajem pupily oka. Tento paprsek svírá s optickou osou úhel  $\tau_M$ , pro který lze z obr. 2.44 odvodit

$$\tan \tau_M = \frac{D_L + D_0}{2d} = \frac{y_M}{-2f} = \frac{y_M}{2f'}, \quad (2.122)$$

kde  $y_M$  je lineární velikost zorného pole lupy do úrovně nulového jasu. Z (2.122) pro ni vyplývá

$$y_M = f' \cdot \frac{D_L + D_0}{d}. \quad (2.123)$$

Další diskuse tohoto výsledku je obdobná, jako v případě zorného pole bez úbytku jasů. Pro umístění oka do blízkosti obrazového ohniska lupy lze vztah (2.123) zjednodušit na tvar

$$y_M = D_L + D_0. \quad (2.124)$$

Úhel  $2\tau_M$  je úhlové zorné pole k hranici nulového jasů.

Pokud zvyšujeme zvětšení lupy (zkracujeme její ohniskovou vzdálenost), zmenšují se také hodnoty poloměrů optických ploch a následně tak i možné hodnoty průměru samotné lupy. Zhruba lze potom říci, že se zvyšujícím se zvětšením lupy klesá průměr zorného pole lupy.

## 2.4.2 Mikroskop

Zvětšení lupy je omezené. Při malých hodnotách  $f'$  nabývají také poloměry optických ploch lupy malých hodnot, čímž se nutně zmenšuje použitelný průměr lupy. Kromě toho se zmenšují vzdálenosti předmětu a oka od lupy – začínají problémy s osvětlením předmětu.

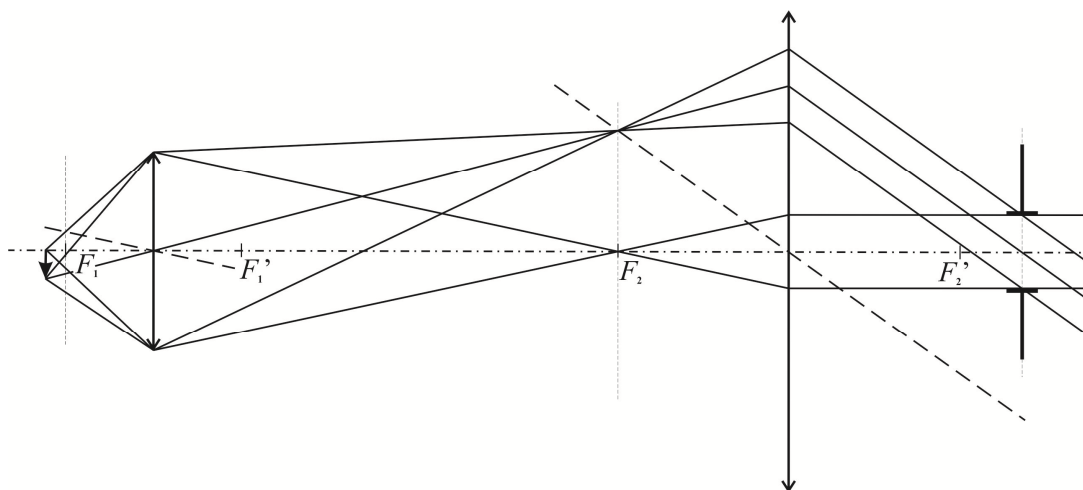
V takových případech je možné postupovat tak, že předmět nejprve zobrazíme vhodným objektivem do konečné vzdálenosti a teprve tento obraz pozorujeme lupou. Provedeme-li zobrazení předmětu objektivem s určitým zvětšením, můžeme k pozorování tohoto obrazu použít lupu s větší ohniskovou vzdáleností. Tímto postupem se vlastně jednoduchá lupa nahrazuje dvoudílnou optickou soustavou – mikroskopem.

Takže: Mikroskop se skládá z objektivu a okuláru. Objektiv vytvoří skutečný, zvětšený a převrácený obraz předmětu, který se pak pozoruje okulárem jako lupou. Předmět je umístěn před předmětovým ohniskem objektivu.

Okulár mikroskopu lze nastavit ve dvou mezních polohách:

- a) Předmětové ohnisko okuláru leží v obrazové rovině objektivu. Obraz se vytvoří v nekonečnu. Toto nastavení bude dále používáno.
- b) Předmětové ohnisko okuláru se umístí před obrazovou rovinu objektivu tak, že obraz se vytvoří v konvenční vzdálenosti blízkého bodu oka – 250 mm.

Obraz vytvořený mikroskopem je neskutečný (zdánlivý) a převrácený. V dalších rozborech budou objektiv a okulár nahrazeny tenkými čočkami.

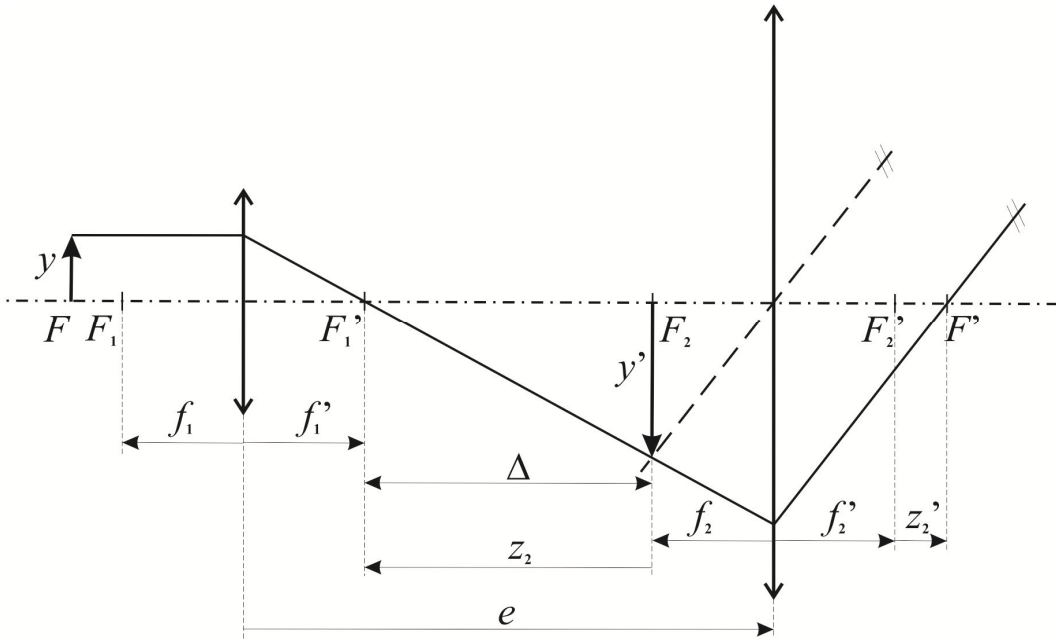


Obr. 2.45: Chod základních paprsků soustavou mikroskopu pro obraz v nekonečnu

Na obr. 2.45 je zakreslen průchod základních paprsků při zobrazení osového předmětového bodu a bodu na kraji předmětu širokými svazky paprsků. Mikroskop je v nastavení a), tedy obraz je vytvořen v nekonečnu. Pro průchod paprsků optickou soustavou mikroskopu jsou použita pravidla pro významné paprsky. Objímka objektivu (objímka první optické plochy objektivu) je považována za clonu otvorovou, je tedy totožná se vstupní pupilou. Výstupní pupila je určena svou polohou a velikostí. Poloha výstupní pupily je dána průsečíkem obrazu hlavního paprsku (jde středem vstupní pupily a clony otvorové) s optickou osou. Velikost výstupní pupily je definována průměrem obrazu širokého svazku paprsků, zobrazujícího osový předmětový bod. Je zřejmé, že výstupní pupila je nejužší místo souhrnného svazku paprsků (všech paprsků, zobrazujících celý předmět). Je to nejvhodnější místo pro umístění pupily oka pozorovatele.

### 2.4.2.1 Zvětšení mikroskopu

Vyjdeme z označení, uvedeného na obr. 2.46. Zde je  $f_1'$  obrazová ohnisková vzdálenost objektivu,  $f_2'$  je obrazová ohnisková vzdálenost okuláru,  $\Delta$  je vzdálenost mezi obrazovým ohniskem objektivu  $F_1'$  a předmětovým ohniskem okuláru  $F_2$ . Tato vzdálenost se nazývá optický interval nebo délka optického tubusu.



Obr. 2.46: K výpočtu zvětšení mikroskopu

Považujme mikroskop za jednu optickou soustavu o celkové ohniskové vzdálenosti

$$f' = \frac{f_1' \cdot f_2'}{f_1' + f_2' - e}, \quad (2.125)$$

kde lze podle obr. 2.46 použít, že

$$e = f_1' + \Delta - f_2 = f_1' + \Delta + f_2', \quad (2.126)$$

a po dosazení do (2.125)

$$f' = -\frac{f_1' \cdot f_2'}{\Delta}. \quad (2.127)$$

Díváme-li se na mikroskop jako na lupu o ohniskové vzdálenosti  $f'$ , pak zvětšení této lupy je zvětšením mikroskopu, tedy

$$\Gamma_M = \frac{250}{f'} \quad (2.128)$$

a po dosazení z (2.127)

$$\Gamma_M = -\frac{\Delta}{f_1'} \cdot \frac{250}{f_2'}. \quad (2.129)$$

Význam druhého zlomku na pravé straně je zřejmý. Je to zvětšení okuláru jako zvětšení lupy. První zlomek na pravé straně včetně znaménka má význam příčného zvětšení objektivu, jak je opět patrné z obr. 2.46 z průchodu paprsku, jdoucího krajem předmětu a rovnoběžného s optickou osou, soustavou mikroskopu. V prostoru mezi objektivem a okulárem lze z podobnosti trojúhelníků získat relaci

$$\frac{y}{f_1'} = \frac{-y'}{\Delta}, \quad (2.130)$$

odkud plyne uvedený závěr.

Z obr. 2.46 dále vyplývá poloha ohnisek celého mikroskopu. Pokud je obraz vytvořen v nekonečnu, pak předměťové ohnisko mikroskopu  $F$  je totožné s bodem předmětu na optické ose. Poloha obrazového ohniska je pak průsečík obrazu paprsku s optickou osou, který byl rovnoběžný s optickou osou v předmětovém prostoru mikroskopu.

Z průchodu tohoto paprsku dále vyplývá, že obrazové ohnisko objektivu mikroskopu  $F'_1$  a celého mikroskopu  $F'$  jsou sdružené body. Lze na ně tedy aplikovat Newtonovu zobrazovací rovnici okuláru

$$z_2 \cdot z'_2 = f_2 \cdot f'_2 = -f_2'^2. \quad (2.131)$$

Protože ale  $z_2 = -\Delta$ , platí, že

$$z'_2 = \frac{f_2'^2}{\Delta}. \quad (2.132)$$

V praxi ale je splněna podmínka  $f_2' \ll \Delta$ , tedy obrazové ohnisko mikroskopu  $F'$  se nachází velmi blízko obrazového ohniska okuláru  $F'_2$ .

Pokud okulár mikroskopu nemá dioptrickou korekce a mikroskop používá pozorovatel krátkozraký nebo dalekozraký, musí celý mikroskop posunout blíže k předmětu nebo naopak.

Ze vztahu pro zvětšení mikroskopu jsou dále patrné možnosti ovlivnění zvětšení – v úvahu připadá pouze výměna objektivů a okulárů. Délka optického tubusu  $\Delta$  je konstantou mikroskopu.

### 2.4.2.2 Vlastnosti mikroskopu

#### 1. Poloha vstupní a výstupní pupily mikroskopu

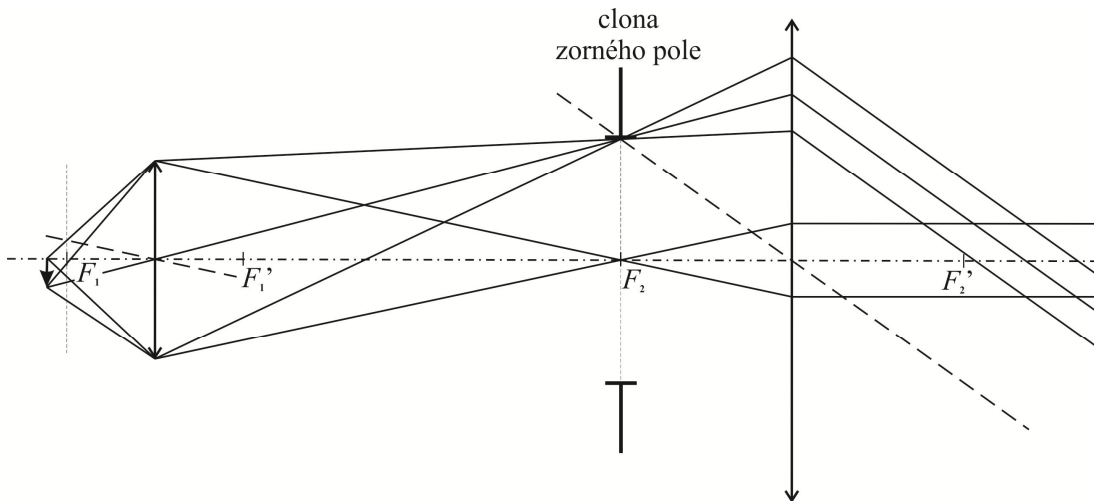
Polohu vstupní a výstupní pupily definuje poloha clony otvorové. U objektivů s malým zvětšením (tvořených např. tmeleným dubletem) je otvorová clona přímo objímkou objektivu (objímkou jeho první optické plochy). Tato situace byla znázorněna na obr. 2.45 a popsána v dalším textu.

U objektivů s větším zvětšením se clona otvorová umísťuje do obrazové ohniskové roviny objektivu nebo do její těsné blízkosti. Potom vstupní pupila leží v nekonečnu a výstupní pupila jako obraz vstupní pupily leží v obrazové ohniskové rovině mikroskopu. Jejím průměrem je opět průměr svazku paprsků v obrazovém prostoru, který zobrazuje bod předmětu ležící na optické ose.

#### 2. Zorné pole mikroskopu

Zorným polem mikroskopu rozumíme průměr kruhu v předmětové rovině, jehož obraz vyplňuje clonu zorného pole. Zorné pole mikroskopu je ostře ohraničené, tzn., že vstupní průhled leží v rovině předmětu.





Obr. 2.47: Zorné pole mikroskopu

Z obr. 2.47 je pak zřejmé, že jediná rovina, která je vhodná pro umístění clony zorného pole a která se předchozími prvky optické soustavy (v tomto případě objektivem) zobrazí do předmětové roviny, je obrazová rovina objektivu.

V praktických případech je clona zorného pole součástí optické stavby okuláru.

### 2.4.2.3 Rozlišovací schopnost mikroskopu

Minimální velikost předmětu  $y$ , kterou optická soustava rozliší, je rozlišovací mez. Převrácená hodnota rozlišovací meze  $\frac{1}{y}$  se pak nazývá rozlišovací schopností. Omezíme se na rozbor rozlišovací schopnosti (meze) mikroskopu pro neosvětlené předměty, tedy pro předměty, vysílající vlastní světlo. Výpočet rozlišovací schopnosti pro předměty osvětlené nebo prosvětlené pak vede k téměř identickým výsledkům.

U mikroskopu je v případě dokonale vykorigované soustavy na geometrické aberace rozlišovací schopnost omezena ohybovými jevy na cloně otvorové. Uvažujme pro jednoduchost dvojčlenný objektiv, kdy předmětová ohnisková rovina prvního členu je totožná s předmětovou rovinou mikroskopu a obrazová ohnisková rovina druhého členu je totožná s obrazovou rovinou objektivu mikroskopu. V tomto případě je každý bod předmětu v prostoru mezi členy objektivu zobrazen rovnoběžným svazkem paprsků. Pokud v tomto prostoru je zároveň umístěna clona otvorová, pak rozlišovací schopnost mikroskopu je omezena Fraunhoferovými ohybovými jevy.

Z teorie ohybu je známo, že optická soustava v důsledku Fraunhoferových ohybových jevů rozliší dva body, jejichž úhlová vzdálenost je minimálně  $\alpha = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$ , kde  $D$  je v našem případě právě průměr clony otvorové a  $\lambda$  je vlnová délka použitého světla.

Pro obraz rozlišovací meze mikroskopu, vytvořený objektivem, vyplývá podle obr. 2.48 vztah

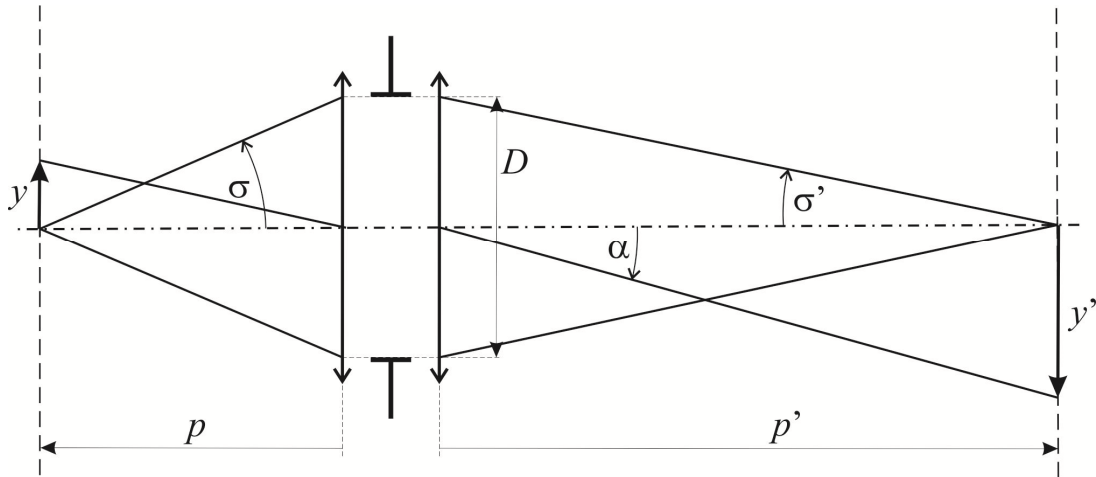
$$y' = p' \cdot \alpha \quad (2.133)$$

a po dosazení za  $\alpha$

$$y' = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \cdot p', \quad (2.134)$$

kde se pro zjednodušení omezujeme jen na absolutní hodnoty použitých výrazů.

V posledním výrazu vystupuje průměr otvorové clony, ale objektiv mikroskopu je charakterizován svojí číselnou aperturou  $A = n \cdot \sin \sigma$ . Upravme výsledek v tomto smyslu.



Obr. 2.48: K odvození rozlišovací meze objektivu mikroskopu

Úhel  $\sigma'$  je obrazem úhlu  $\sigma$  a je značně menší, než úhel  $\sigma$ . Potom pro něj můžeme použít vztah

$$\tan \sigma' \approx \sigma' = \frac{D}{2p'} \quad (2.135)$$

a po dosazení do (2.134) dostaneme

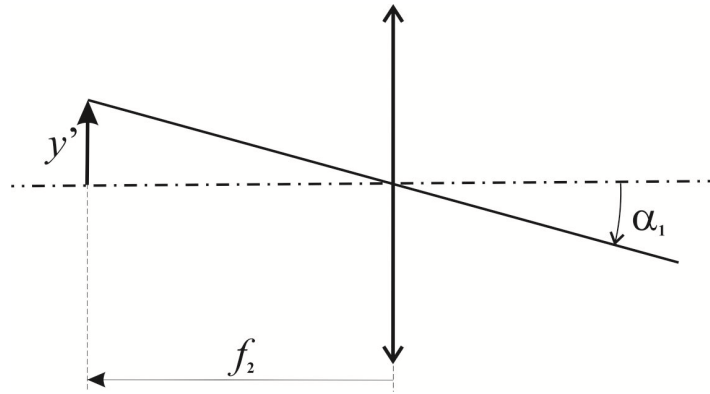
$$y' = 0,61 \cdot \frac{\lambda}{\sigma'}. \quad (2.136)$$

U objektivu mikroskopu musí být splněna Abbeova podmínka (2.106). Po dosazení výrazu pro numerickou aperturu objektivu, skutečnosti, že  $\sin \sigma' \approx \sigma'$  a  $n' = 1$  (v obrazovém prostoru objektivu je vzduch), je možné tuto podmínku přepsat na tvar

$$yA = y' \sigma' \quad (2.137)$$

a po dosazení  $y'$  do (2.136) dostaneme pro rozlišovací mez mikroskopu vztah

$$y = 0,61 \cdot \frac{\lambda}{A}. \quad (2.138)$$



Obr. 2.49: K odvození podmínky rozlišení detailu okem

Aby ale byl takový detail, nacházející se v předmětové rovině mikroskopu, rozlišen okem za okulárem, musí být pozorován pod úhlem, korespondujícím s konvenční úhlovou rozlišovací mezí lidského oka, tj. pod úhlem v intervalu  $1'$  až  $4'$ . Pro tento úhel, označený jako  $\alpha_1$ , lze podle obr. 2.49 odvodit

$$\tan \alpha_1 \approx \alpha_1 = \frac{y'}{-f_2} = \frac{y'}{f_2} = \frac{\beta y}{f_2}, \quad (2.139)$$

kde  $\beta$  je příčné zvětšení objektivu. Musí tedy platit relace

$$\text{arc } 1' \leq \frac{\beta y}{f_2} \leq \text{arc } 4'. \quad (2.140)$$

Pokud dále dosadíme (2.138) a již známé vztahy, týkající se zvětšení mikroskopu, tedy vztahy  $\beta = -\frac{\Delta}{f_1'}$  a následně  $-\frac{\Delta}{f_1' f_2'} = \frac{\Gamma_M}{250}$ , lze po vyjádření rozlišovacích mezí oka v obloukové míře  $\text{arc } 1' = 0,0003$  a  $\text{arc } 4' = 0,0012$  získat po úpravě nerovnost

$$\frac{A}{8\lambda} \leq \Gamma_M \leq \frac{A}{2\lambda}, \quad (2.141)$$

případně pro  $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$  mm známý vztah

$$250 \cdot A \leq \Gamma_M \leq 1000 \cdot A. \quad (2.142)$$

Tento vztah definuje rozsah užitečných zvětšení mikroskopu. Použijeme-li zvětšení  $\Gamma_M < 250A$ , pak detaily, rozlišené objektivem, nebudou rozlišeny okulárem mikroskopu – je použit okulár o příliš velké ohniskové vzdálenosti. Naopak v případě  $\Gamma_M > 1000A$  vidí oko detaily, rozlišené objektivem, pod zbytečně velkým úhlem (větším, než konvenční úhlová rozlišovací mez oka), ale přitom již nemůže o předmětu získat žádné další informace. V tomto případě se mluví o prázdném zvětšení. V optimálním případě se volí Abbeovo zvětšení  $\Gamma_M = 500A$ .

Jak je tedy možné ovlivnit rozlišovací schopnost mikroskopu? Kromě speciálních technik (např. způsoby osvětlení preparátu) jsou dvě nejjednodušší cesty, vyplývající přímo ze vztahu pro rozlišovací mez objektivu mikroskopu (2.138)

- a) Zmenšení vlnové délky záření, ve kterém pozorování prováděno. Příkladem je mikroskopie v ultrafialovém světle.

- b) Zvětšení aperturního úhlu  $\sigma$  nebo dokonce zvětšení číselné apertury  $A$  použitím imerze (prostředí s indexem lomu  $n > 1$ ) v prostoru před objektivem. Jako imerzi lze použít např. vodu ( $n = 1,33$ ), cedrový olej ( $n = 1,52$ ), monobromnaftalén ( $n = 1,66$ ) atd. V takových případech je možné zvýšit numerickou aperturu až na hodnoty 1,5 až 1,6.

### 2.4.3 Dalekohled

Při pozorování detailů všech předmětů jsme omezeni rozlišovací mezí oka. Chceme-li pozorovat větší detaily, musíme předmět přiblížit do konvenční zrakové vzdálenosti oka, případně použít lupu nebo mikroskop. Jenže existuje řada předmětů, které si přiblížit nemůžeme tak, abychom zvětšili úhly, pod kterými pozorujeme detaily. Jedná se v první řadě o předměty vzdálené.

Zbývá potom pouze jedna cesta – zobrazit tyto předměty vhodnou optickou soustavou (objektivem) do konečné vzdálenosti a detaily v tomto obrazu pozorovat lupou. A to je princip dalekohledu. Je tedy jednoduchý a může být vyjádřen jednou větou: Obraz velmi vzdáleného předmětu, vytvořený objektivem, se pozoruje okulárem jako lupou.

Dalekohled bude dále studován jako afokální soustava. Pozorovaný předmět, ležící v praktickém nekonečnu, bude dalekohledem zobrazen opět do nekonečna, tady i oko při jeho pozorování akomoduje na nekonečno.

Rozdělení dalekohledů: Dalekohledy je možné dělit podle dvou základních hledisek.

1) Podle optické soustavy okuláru:

- a) Keplerův (hvězdářský) dalekohled. Jeho okulár je tvořen spojnou optickou soustavou.
- b) Galileův (holandský) dalekohled. Optická soustava okuláru je rozptylná.

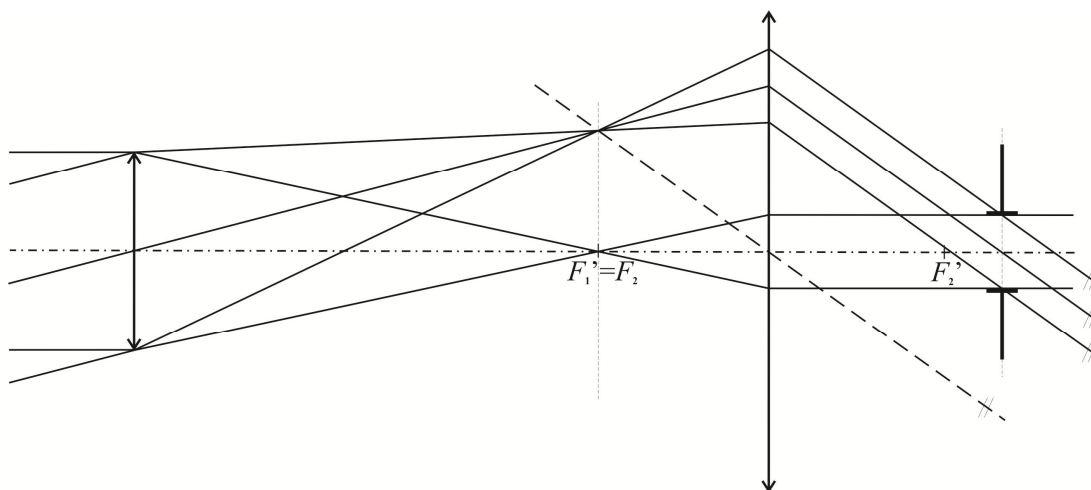
2) Podle konstrukce objektivu:

- a) Refraktory. Mají čočkové objektivy.
- b) Reflektory. Objektivy reflektorů jsou zrcadlové.

Z pohledu základní teorie má větší význam první způsob dělení a bude dále používán.

#### 2.4.3.1 Keplerův dalekohled

Budou zde uvedeny základní informace. Objektiv i okulár Keplerova dalekohledu jsou spojně soustavy. Obrazové ohnisko  $F'_1$  objektivu je totožné s předmětovým ohniskem  $F_2$  okuláru. V obrazové ohniskové rovině objektivu vzniká skutečný obraz předmětu, ležícího v praktickém nekonečnu. Tento obraz je zmenšený a převrácený. Každý bod předmětu je zobrazen rovnoběžným svazkem paprsků v předmětovém prostoru. Průchod těchto paprsků je znázorněn na obr. 2.50.



Obr. 2.50: Schéma Keplerova paprsku s chodem paprsků

Do obrazové ohniskové roviny objektivu (roviny reálného obrazu předmětu) je možné začlenit záměrné destičky s osnovou. Proto je stavba Keplerova dalekohledu použita ve všech zaměřovačích.

Obraz vytvořený Keplerovým dalekohledem je převrácený. Buď to při použití přístroje s tímto dalekohledem nevádí, nebo je nutné použít vhodnou převracecí soustavu.

Rozeberme polohu významných otvorů. Jako clona otvorová se nejčastěji volí objímka objektivu (objímka první optické plochy objektivu v reálném případě). Vstupní pupila je pak totožná s clonou otvorovou. Polohu výstupní pupily získáme zobrazením středu vstupní pupily. Středem vstupní pupily prochází hlavní paprsek širokého svazku, zobrazujícího libovolný mimoosový bod. Průsečík obrazu hlavního paprsku s optickou osou tak definuje polohu roviny výstupní pupily. Průměr výstupní pupily je průměrem obrazu širokého svazku paprsků, zobrazujícího bod předmětu na optické ose (obr. 2.50).

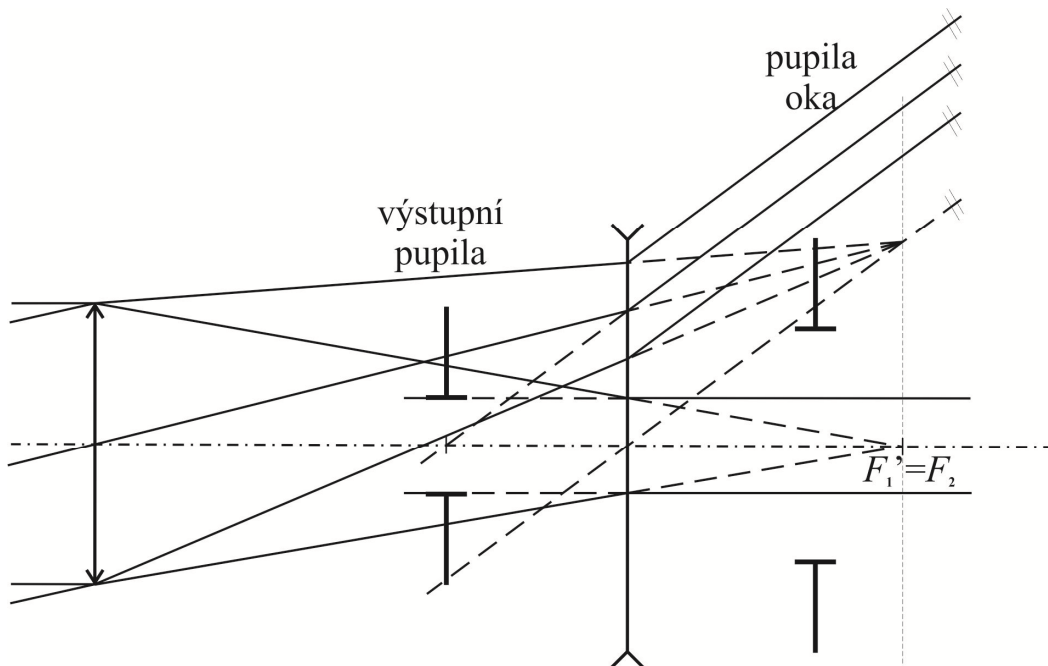
Clona zorného pole se umísťuje do obrazové ohniskové roviny objektivu. Vstupní průhled jako obraz clony otvorové předchozími prvky optické soustavy Keplerova dalekohledu do předmětového prostoru pak leží v nekonečnu – v rovině předmětu. Zorné pole Keplerova dalekohledu je tak ostře ohraničené.

Výstupní pupila je nejužším místem souhrnného svazku paprsků, kterým je zobrazen celý předmět, tedy všechny jeho body. Je to nejvhodnější místo pro polohu pupily oka. Celý předmět je tak pozorovatelný při jedné pevné poloze oka. Výjimkou jsou pouze dalekohledy se širokoúhlými okuláry – okuláry, jejichž úhlové zorné pole je větší než  $70^\circ$ . U těchto dalekohledů se střed výstupní pupily ztotožňuje se středem otáčení oka.

### 2.4.3.2 Galileův dalekohled

Objektiv Galileova dalekohledu je spojná optická soustava, optická soustava okuláru je rozptylná. Stále ale platí, že obrazové ohnisko objektivu splývá s předmětovým ohniskem okuláru.

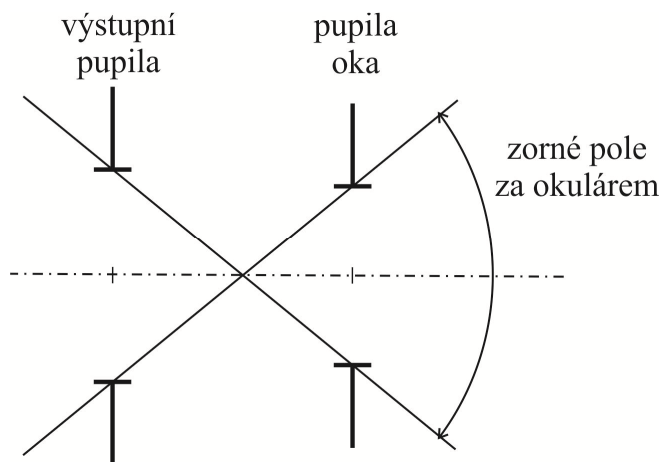
Schéma Galileova dalekohledu včetně chodu paprsků, zobrazujících osový a jeden mimoosový předmětový bod je na obr. 2.51.



Obr. 2.51: Schéma Galileova dalekohledu s chodem paprsků

Jako clona otvorová se opět volí objímka objektivu. Vstupní pupila je tak totožná s clonou otvorovou. Výstupní pupila se hledá na základě stejných pravidel, jako v případě Keplerova dalekohledu. Z obr. 2.51 je zřejmé, že u Galileova dalekohledu je výstupní pupila neskutečná a leží uvnitř dalekohledu. Výstupní pupilu tak nelze ztotožnit s pupilou oka, ta musí být za okulárem. Paprskové svazky, které se účastní zobrazení, jsou za dalekohledem omezeny pupilou oka.

Clonu zorného pole nelze u Galileova dalekohledu umístit do obrazové roviny objektivu – je to prostor pro umístění oka. Vstupní průhled proto neleží v rovině předmětu. Zorné pole Galileova dalekohledu tak není ostře ohraničené a je charakterizované úbytkem jasu do krajů zorného pole. Lze říci, že zorné pole Galileova dalekohledu je vymezeno vzájemnou polohou a velikostmi výstupní pupily dalekohledu a pupily oka. Jen ty paprsky, které prochází zároveň výstupní pupilou dalekohledu a pupilou oka, se účastní zobrazení a vymezují zorné pole dalekohledu za okulárem – obr. 2.52.



Obr. 2.52: Vymezení zorného pole Galileova dalekohledu za okulárem.

Jak je zřejmé z obr. 2.51, obraz vytvořený Galileovým dalekohledem je vzpřímený, není proto nutné použít převracecí soustavu. Tím se zjednodušuje konstrukce dalekohledu pro nejobvyklejší využití jako pozorovací dalekohled. Na druhé straně ale existuje řada nevýhod:

- Malé zorné pole.
- Rychlé ubývání jasu do krajů zorného pole.
- Nemožnost začlenění záměrné osnovy.

Z této rekapitulace výhod a nevýhod Galileova dalekohledu pak vyplývá jeho nejčastější použití – divadelní kukátko.

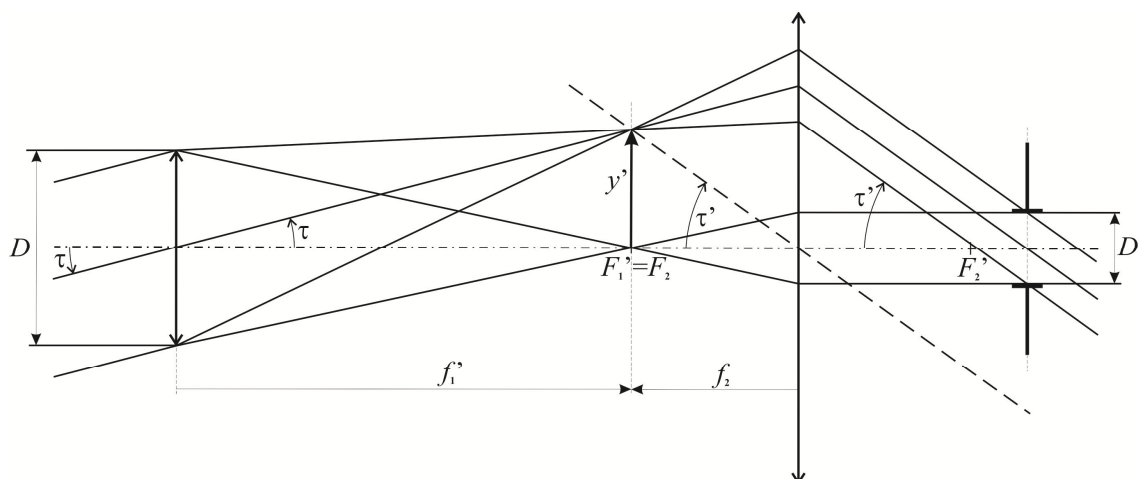
### 2.4.3.3 Vlastnosti dalekohledu

#### a) Zvětšení dalekohledu

Zvětšení dalekohledu je zvětšení úhlové. V mimoparaxiálním prostoru je dáno poměrem

$$\Gamma_D = \frac{\tan \tau'}{\tan \tau}, \quad (2.143)$$

kde  $\tau$  je úhel, pod kterým vidí detail předmětu oko bez dalekohledu (oko neozbrojené), umístěné ve středu vstupní pupily, a  $\tau'$  je úhel, pod kterým vidí stejný detail předmětu oko za okulárem.



Obr. 2.53: K odvození zvětšení dalekohledu.

Z obr. 2.53 vyplývají vztahy pro velikost obrazu, vytvořeného objektivem.

$$y' = -f_1' \cdot \tan \tau, \quad y' = -f_2 \cdot \tan \tau', \quad (2.144)$$

kde ale  $f_2 = -f_2'$ . Porovnáním vztahů pro  $y'$  pak dostaneme pro  $\Gamma_D$  vztah

$$\Gamma_D = -\frac{f_1'}{f_2'}. \quad (2.145)$$

Tento vztah je platný jak pro Keplerův, tak i pro Galileův dalekohled a výsledné znaménko určuje orientaci obrazu, vytvořeného dalekohledem. Z obr. 2.53 dále vyplývá, že

$$\frac{D}{2f_1'} = \frac{D'}{-2f_2} = \frac{D'}{2f_2'} \Rightarrow \frac{f_1'}{f_2'} = \frac{D}{D'}. \quad (2.146)$$

Pro zvětšení dalekohledu je tedy také možné s ohledem na orientaci vytvořeného obrazu použít vztah

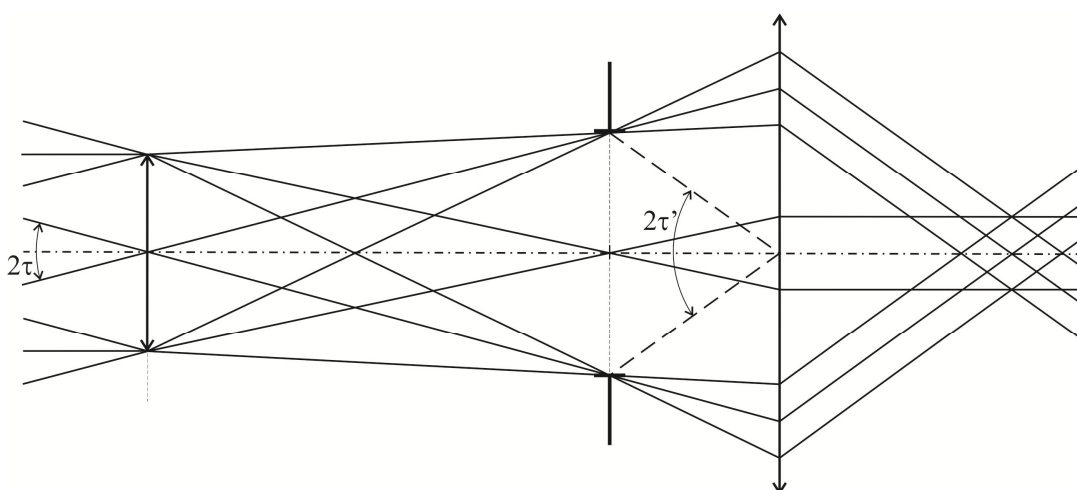
$$\Gamma_D = -\text{sign}(f_2') \cdot \frac{D}{D'}. \quad (2.147)$$

#### b) Zorné pole dalekohledu

Zorné pole dalekohledu je úhel  $2\tau$ , jehož vrchol leží ve středu vstupní pupily a jehož základna omezuje tu část předmětové roviny, která je dalekohledem pozorována. Úhel  $2\tau$  je označován jako skutečné zorné pole.

Naproti tomu zdánlivé zorné pole nebo také zorné pole za okulárem je úhel  $2\tau'$ , pod kterým vidí stejnou část předmětové roviny oko, umístěné za okulárem.

V případě Keplerova dalekohledu je možné zdánlivé zorné pole definovat jako kužel o vrcholovém úhlu  $2\tau'$ , jehož vrchol leží ve středu okuláru a jehož základna je tvořena okrajem clony zorného pole (obr. 2.54).



Obr. 2.54: Skutečné a zdánlivé zorné pole Keplerova dalekohledu.

Je zřejmé, že takto definovaná zorná pole jsou vázána zvětšením dalekohledu, tedy platí

$$\tan \tau' = \Gamma_D \cdot \tan \tau. \quad (2.148)$$

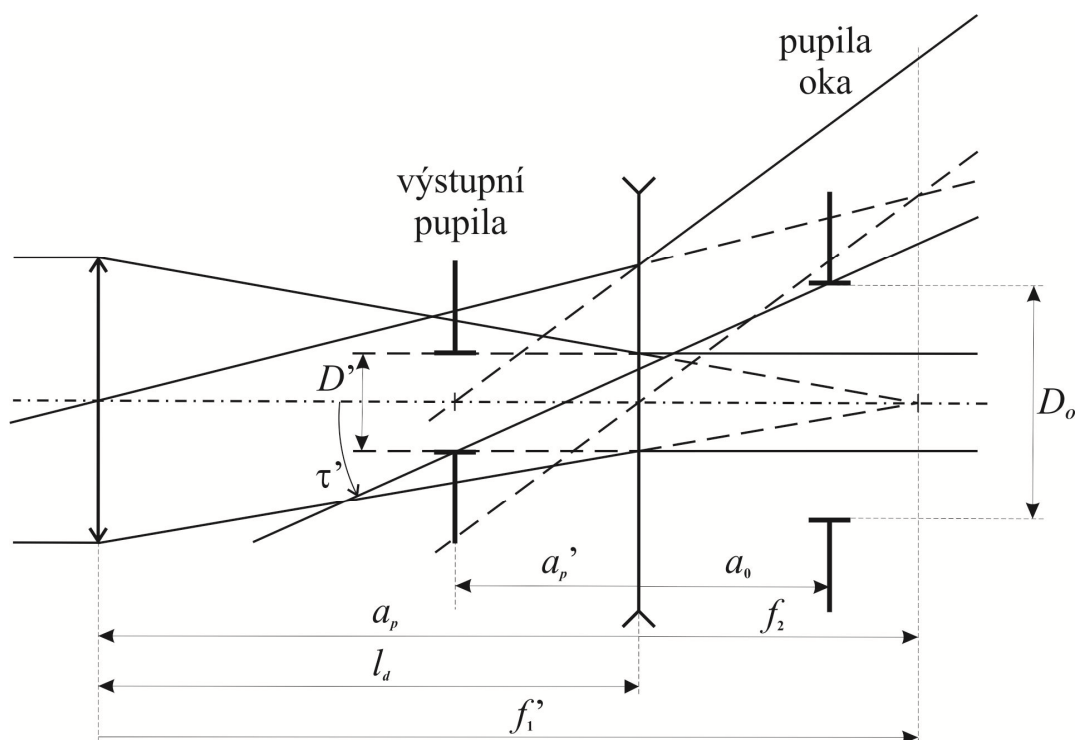
V praxi se ale častěji optické soustavy dalekohledů navrhují tak, aby zvětšením dalekohledu byly vázány přímo velikosti skutečného a zdánlivého zorného pole, tedy aby byl splněn vztah

$$\tau' = \Gamma_D \cdot \tau. \quad (2.149)$$

Zorné pole Galileova dalekohledu je nutné vyřešit zvlášť. Bylo již uvedeno, že tento typ dalekohledu nemá clonu zorného pole, ale že zorné pole je určeno vzájemnou polohou a velikostmi výstupní pupily dalekohledu a pupily oka. Vyjděme z obr. 2.55, kde  $2\tau'$  je zdánlivé zorné pole,  $l_d$



stavební délka Galileova dalekohledu,  $a_0$  je vzdálenost pupily oka od okuláru a  $a_p$  a  $a'_p$  jsou vzdálenosti vstupní a výstupní pupily od okuláru.



Obr. 2.55: K odvození zorného pole Galileova dalekohledu.

Poloha vstupní a výstupní pupily jsou vázány zobrazovací rovnicí okuláru jako tenké čočky, tedy

$$\frac{1}{a'_p} - \frac{1}{a_p} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow a'_p = \frac{a_p f_2'}{a_p + f_2'} \quad (2.150)$$

Pro obrazovou ohniskovou vzdálenost objektivu  $f_1'$  ze stejného obrázku vyplývá

$$f_1' = -a_p + f_2 = -a_p - f_2' \Rightarrow f_2' = -a_p - f_1' \quad (2.151)$$

a tento výsledek je možné dosadit do jmenovatele (2.150). Bude tedy

$$a'_p = -\frac{a_p f_2'}{f_1'} = \frac{a_p}{\Gamma_D} \quad (2.152)$$

a pro vzájemnou vzdálenost výstupní pupily dalekohledu a pupily oka  $a_0 - a'_p$  potom platí, že

$$a_0 - a'_p = \frac{a_0 \Gamma_D - a_p}{\Gamma_D} \quad (2.153)$$

Z obr. 2.55 je pak zřejmé, že

$$\tan \tau' = \frac{D' + D_0}{2(a_0 - a'_p)}, \quad (2.154)$$

a pokud sem dosadíme (2.153) a použijeme vztah  $D = \Gamma_D D'$ , můžeme (2.154) upravit na tvar

$$\tan \tau' = \frac{D + D_0 \Gamma_D}{2(a_0 \Gamma_D - a_p)}. \quad (2.155)$$

Máme tedy vztah pro výpočet poloviny zdánlivého zorného pole. Použijeme-li vztah (2.148), vypočítáme polovinu skutečného zorného pole

$$\tan \tau = \frac{D+D_0\Gamma_D}{2\Gamma_D(a_0\Gamma_D+l_d)}, \quad (2.156)$$

kde bylo podle obr. 2.55 použito pro stavební délku dalekohledu definice  $l_d = -a_p$ .

Pro dosažení většího zorného pole Galileova dalekohledu při daném zvětšení  $\Gamma_D$  je tedy třeba:

- Zmenšovat  $a_0$ , tedy přiblížit oko co nejvíce k okuláru.
- Snižovat  $l_d$ , tedy zkracovat stavební délku dalekohledu.
- Zvětšovat  $D$ , tedy zvětšovat průměr objektivu (vstupní pupily dalekohledu).

Druhý a třetí požadavek jsou ale těžko najednou splnitelné. Zkracování stavební délky dalekohledu při současném zvětšování průměrů pupil vede na nutnost použití silně světelných soustav objektivu a okuláru, jejichž konstrukce je náročná.

### c) Rozlišovací schopnost dalekohledu

Vychází se z předpokladu, že v případě dokonale vykorigované optické soustavy dalekohledu je rozlišovací mez objektivu dalekohledu omezena Fraunhoferovými ohybovými jevy na cloně otvorové, kterou je nejčastěji objímka první optické plochy objektivu. Objektiv rozliší dva body, pokud je jejich úhlová vzdálenost větší, než úhel  $\psi$ , pro který z teorie ohybu platí

$$\psi = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}, \quad (2.157)$$

kde  $D$  je průměr clony otvorové a  $\lambda$  je vlnová délka použitého světla. Pro zelené světlo ( $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-4}$  mm) lze úhel  $\psi$  vyjádřit v úhlových vteřinách pomocí vztahu

$$\psi = \frac{120''}{D}, \quad (2.158)$$

kam za  $D$  je nutno dosazovat hodnotu v mm. Aby bylo plně využito rozlišovací meze objektivu, je nutné volit zvětšení dalekohledu tak, aby úhel, rozlišený objektivem, byl dalekohledem zvětšen na úroveň rozlišovací meze oka, tedy do rozmezí hodnot  $1'$  až  $4'$ . V úhlových vteřinách tedy musí platit

$$60'' \leq \Gamma_D \cdot \psi \leq 240''. \quad (2.159)$$

Po dosazení (2.158) lze dospět k závěru

$$\frac{D}{2} \leq \Gamma_D \leq 2D, \quad (2.160)$$

což je vztah, kterým je definován rozsah užitečných zvětšení dalekohledu. Zvětšení  $\Gamma_D > 2D$  už nic nepřináší, detaily, rozlišené objektivem, jsou pozorovány okem pod zbytečně velkými úhly (většími, než  $4'$ ). Taková zvětšení jsou označována za prázdná zvětšení. Pokud naopak  $\Gamma_D < \frac{D}{2}$ , pak detaily, rozlišené objektivem, nejsou rozlišeny okulárem.

U astronomických dalekohledů se jako nejvýhodnější volí zvětšení  $\Gamma_D = D$ . U běžných pozorovacích dalekohledů se ale obvykle volí zvětšení  $\Gamma_D < \frac{D}{2}$ . Pokud by se mělo u pozorovacího dalekohledu využít rozsahu užitečných zvětšení, bylo by nutné umístění dalekohledu na stativ.

#### 2.4.3.4 Převraccí soustavy

Keplerův dalekohled vytváří stranově i výškově převrácený obraz. V některých aplikacích to nevadí – např. v případě použití geodetických přístrojů je možné otočit číslování na lati. Převrácený obraz nevadí u dalekohledových soustav laboratorních přístrojů. U ostatních aplikací, především u pozorovacích dalekohledů, je nutno obraz stranově převrátit a vzpřímit – je nutné do soustavy dalekohledu začlenit převraccí soustavu.

Převrátit obraz lze dvěma způsoby – pomocí rovinných zrcadel (mluvíme o zrcadlových soustavách) nebo pomocí lámavých optických ploch (čočkové soustavy).

##### a) Zrcadlové soustavy.

V naprosté většině případů se zrcadla nahrazují odraznými hranoly, které se vyznačují lepší stabilitou souboru odrazných ploch, možnostmi lepšího zabudování do mechaniky přístroje a větší odrazností v případě využití totálního odrazu.

Má-li hranol pracovat jako totálně odrazný, musí být úhel dopadu na totálně odraznou plochu větší, než mezní úhel, tedy  $\alpha_1 > \alpha_m$ , jak bylo uvedeno v kap. 2.1.1. Pro mezní úhel platí z aplikace zákona lomu vztah

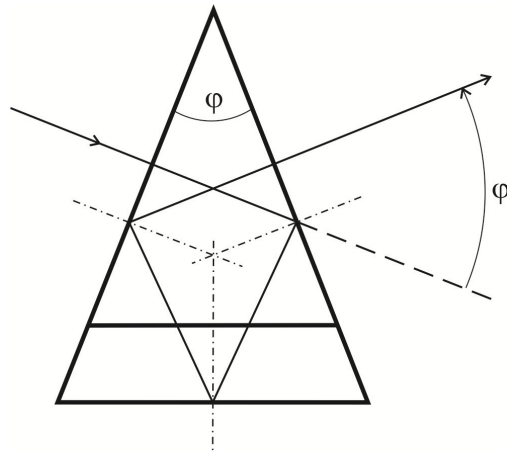
$$\alpha_m = \arcsin \frac{1}{n}, \quad (2.161)$$

kde  $n$  je index lomu skla hranolu a předpokládáme, že prostředí vně hranolu je vzduch. Je nutné si uvědomit, že podmínka  $\alpha_1 > \alpha_m$  musí být splněna pro všechny paprsky souhrnného svazku paprsků. V opačném případě dochází k úbytku světla, případně až k situaci, kdy se část zorného pole nejprve zabarví do modra a posléze zcela ztmavne. Modré zabarvení je způsobené disperzí indexu lomu. Podmínky totálního odrazu jsou nejprve porušeny pro nejnižší hodnoty indexu lomu a je známo (obr. 2.1), že optické sklo má nejnižší hodnoty indexu lomu pro delší vlnové délky, tedy pro červenou barvu světla, která pak ve spektru jako první chybí.

Hranoly, použité v převraccích soustavách, musí být rovnocenné planparalelní desce, jejíž tloušťka je rovna dráze paprsku, totožného s optickou osou, v hranolu. Z toho potom dále vyplývá, že úhel lomu libovolného paprsku na výstupní ploše hranolu je roven úhlu dopadu na vstupní plochu, a že jednotlivé paprsky rovnoběžných svazků mají v hranolu stejnou dráhu.

Hranolové převraccí soustavy mohou být konstruovány jako jeden hranol, nebo jako soustava hranolů. Vždy ale musí být splněno následující pravidlo: Aby hranolová soustava převracela obraz výškově, je nutné, aby celkový počet odrazných ploch, kolmých na společnou svislou rovinu, byl lichý. Má-li soustava současně otočit obraz stranově, je nutné nahradit jednu z těchto odrazných ploch střechem.

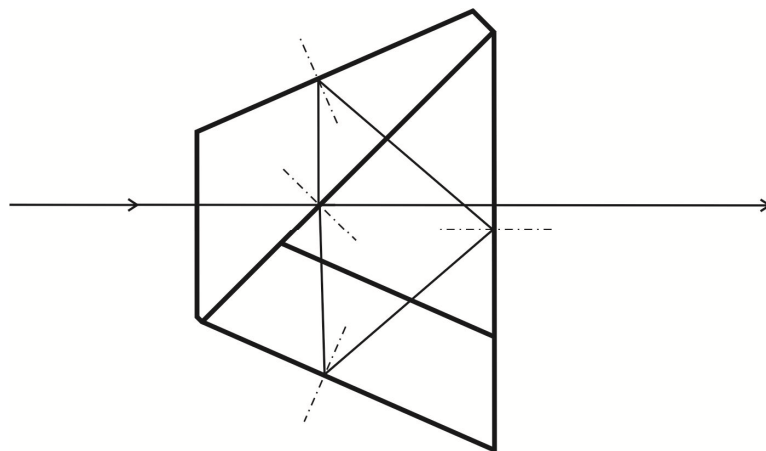
Uvedme příklady. Asi nejjednodušší převraccí soustavou je Schmidtův hranol. Jeho tvar a chod osového paprsku jsou uvedeny na obr. 2.56.



Obr. 2.56: Schmidtův hranol.

Je zřejmé, že jsou splněny uvedené podmínky použití tohoto hranolu jako převraccí soustavy. Pokud uvedená společná rovina bude ztotožněna s rovinou papíru, pak opravdu jsou tři odrazné plochy kolmé na tuto rovinu (lichý počet), přičemž jedna z nich (dolní) je nahrazena střechou.

V současnosti je velmi často používána jako převraccí soustava kombinace již uvedeného Schmidtova hranolu a polopentagonálního hranolu (Pechanova hranolu). Schéma této soustavy s chodem osového paprsku je nakresleno na obr. 2.57. Zde je opět společnou svislou rovinou rovina papíru, počet odrazných ploch, kolmých na tuto společnou rovinu je 5 (lichý počet) a Schmidtův hranol obsahuje potřebnou střechu.



Obr. 2.57: Kombinace Schmidtova a Pechanova hranolu.

Tato soustava má výhodu v tom, že neodchyluje optickou osu – ta na výstupu z hranolu pokračuje ve směru původní optické osy. Kombinaci Schmidtova a Pechanova hranolu lze nalézt v monokulárních i binokulárních pozorovacích dalekohledech, kde jednotlivé větve dalekohledů mají tvar trubiček, většinou konstantního průměru. Tato soustava se také uplatňuje i u zaměřovačů.

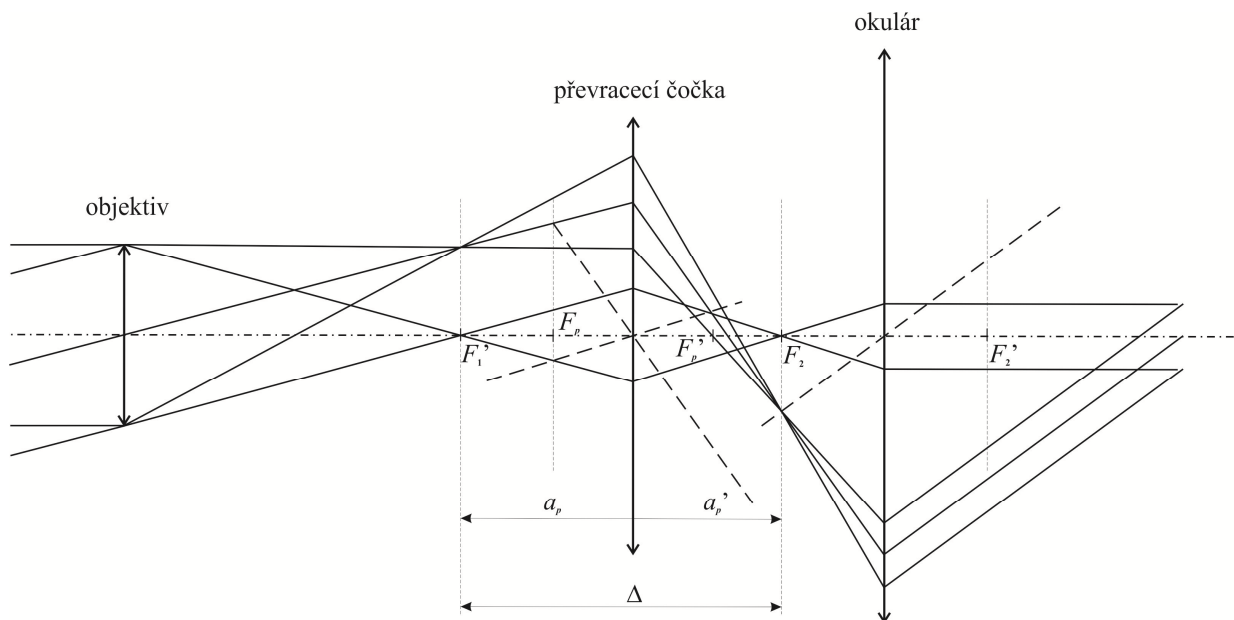
Z obr. 2.57 je zřejmé, že na druhé odrazné ploše Pechanova hranolu (ve směru chodu osového paprsku) nejsou splněny podmínky totálního odrazu. Aby se tato plocha stala odraznou, musí se povrstvit stříbrem nebo hliníkem.

Klasickými hranolovými převraccími soustavami jsou Porrova soustava I a Porrova soustava II. Porrova soustava I je součástí optických soustav klasických triedrů. Je tvořena dvojicí pravouhlých hranolů, vzájemně pootočených o úhel 90°. Porrova soustava II je variantou soustavy I, kdy jeden z hranolů je dále rozdělen na dva poloviční pravouhlé hranoly a jeden z nich může být vzdálen od skupiny ostatních hranolů. Porrova soustava II tak je s výhodou využívána jako součást periskopických dalekohledů.

Hranolové převraccí soustavy ve svém důsledku zkracují stavební délku dalekohledových soustav, na rozdíl od čočkových převraccích soustav, které stavební délku dalekohledů naopak prodlužují.

b) Čočkové soustavy.

V zásadě je možné jako převraccí soustavu použít jednu spojnou čočku, přenášející obraz z obrazové ohniskové roviny objektivu do předmětové ohniskové roviny okuláru. Tento princip je znázorněn na obr. 2.58.



Obr. 2.58: Převraccí soustava tvořená jednou spojnou čočkou.

Převraccí soustava zvětší obraz, vytvořený objektivem, v měřítku

$$\beta_p = \frac{a_p'}{a_p}. \quad (2.162)$$

Pro celkové zvětšení dalekohledu pak vychází

$$\Gamma_D = -\beta_p \cdot \frac{f_1'}{f_2'}, \quad (2.163)$$

kde  $\beta_p < 0$ . Obraz, vytvořený dalekohledem s touto převraccí soustavou, je tedy vzpřímený.

Optická soustava dalekohledu je zařazením jedné čočky jako převraccí soustavy prodloužena o hodnotu  $\Delta = a_p' - a_p$ . Lze dokázat, že prodloužení  $\Delta$  bude nejmenší, pokud

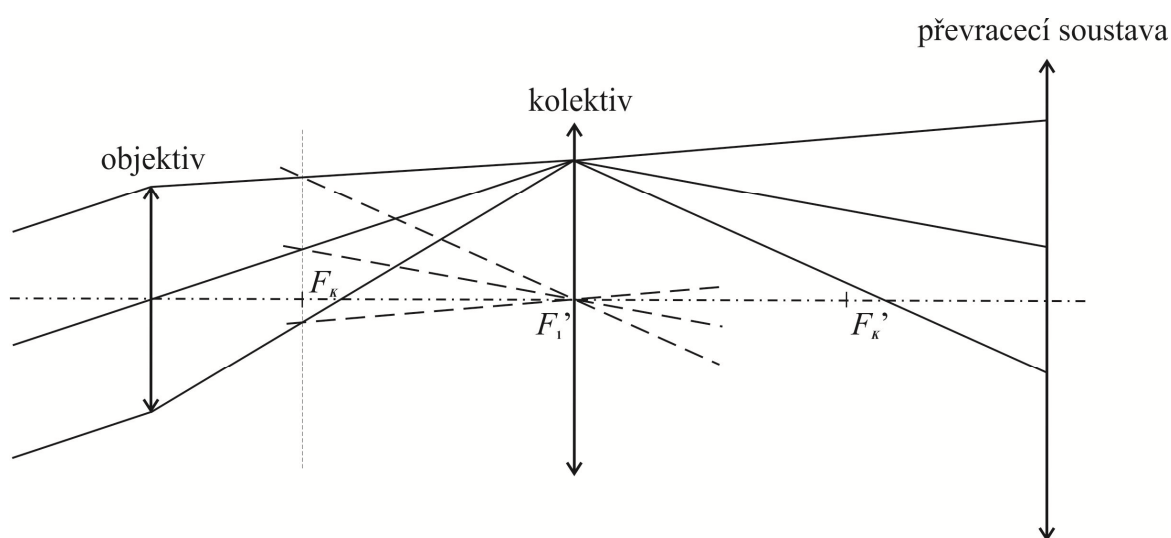
$$a'_p = -a_p = 2f'_p, \quad (2.164)$$

kde  $f'_p$  je obrazová ohnisková vzdálenost převraccí čočky. V tomto případě  $\beta_p = -1$ .

Z obr. 2.58 je dále vidět, že pokud mají soustavou dalekohledu projít všechny paprsky širokých svazků paprsků, zobrazujících body předmětu, pak průměr převraccí soustavy a průměr okuláru vycházejí značně velké. Tyto průměry lze omezit dvojím způsobem:

- Vignetací širokých paprskových svazků.
- Zařazením kolektivu do obrazové ohniskové roviny objektivu.

Kolektiv je jednoduchá čočka, která v důsledku svého umístění v obrazové ohniskové rovině objektivu nemění ohniskovou vzdálenost soustavy objektivu, ale zároveň koriguje vzdálenost širokých paprskových svazků od optické osy. Princip kolektivu je znázorněn na následujícím obr. 2.59.



Obr. 2.59: Princip kolektivu.

V optimálním případě volíme obrazovou ohniskovou vzdálenost  $f'_k$  kolektivu tak, aby se hlavní paprsek širokého svazku paprsků lámal do středu převraccí soustavy.

Skutečnost, že kolektiv nemění ohniskovou vzdálenost objektivu, lze dokázat následovně: Určeme obrazovou ohniskovou vzdálenost  $f'^*$  soustavy objektiv – kolektiv podle vzorce

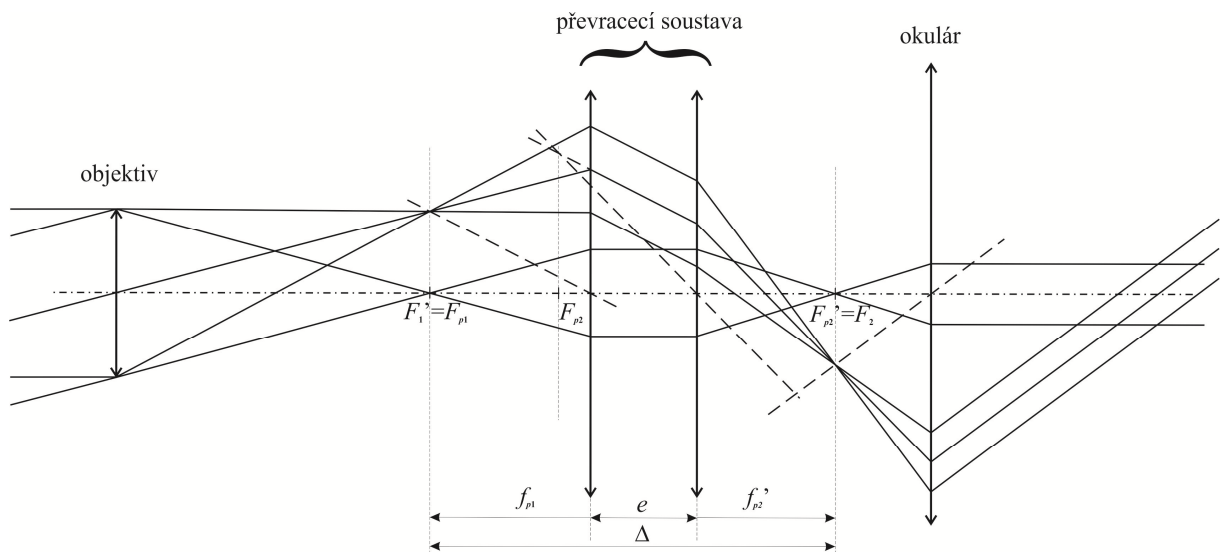
$$f'^* = \frac{f'_1 \cdot f'_k}{f'_1 + f'_k - d}, \quad (2.165)$$

Kde  $d$  je vzdálenost mezi objektivem a kolektivem. Pro umístění kolektivu do obrazové ohniskové roviny objektivu ale platí, že  $d = f'_1$  a tedy

$$f'^* = f'_1. \quad (2.166)$$

Jednočlenné převraccí soustavy ale mají řadu nevýhod. Špatně se korigují, jsou tedy potíže s jejich návrhem, a také se obtížně justují. Proto se nejčastěji používají soustavy dvoučlenné a z nich mají největší význam soustavy s rovnoběžným chodem širokého svazku paprsků, zobrazujícího bod předmětu, mezi členy převraccí soustavy. Předmětové ohnisko  $F_{p_1}$  prvního členu převraccí

soustavy splývá s obrazovým ohniskem objektivu a obrazové ohnisko  $F'_{p_2}$  druhého členu splývá s předmětovým ohniskem okuláru. Tyto soustavy pak dávají daleko větší možnosti pro justáž dalekohledu. Schéma dalekohledu s touto převraccí soustavou je na obr. 2.60.



Obr. 2.60. Dalekohled s dvoučlennou převraccí soustavou.

Příčné rozměry dalekohledu se opět omezují vignetací svazků paprsků, zobrazujících kraj zorného pole, případně použitím kolektivu.

Délka dalekohledu narůstá za předpokladu  $f'_{p_1} = -f_{p_1}$  o hodnotu

$$\Delta = f'_{p_1} + f'_{p_2} + e. \quad (2.167)$$

Zvětšení dalekohledu je opět popsáno vztahem (2.163). Je ale zřejmé, že pro příčné zvětšení dvoučlenné převraccí soustavy s rovnoběžným chodem paprsků širokých svazků mezi členy platí

$$\beta_p = \frac{f'_{p_2}}{f_{p_1}}. \quad (2.168)$$

Protože ale  $f'_{p_1} = -f_{p_1}$ , bude pro zvětšení dalekohledu platit vztah

$$\Gamma_D = \frac{f'_1}{f'_2} \cdot \frac{f'_{p_2}}{f'_{p_1}}. \quad (2.169)$$

Z obr. 2.58 a 2.60 je rovněž zřejmé, že použití čočkových převraccích soustav má vliv na polohu výstupní pupily dalekohledu. Zatímco bez použití čočkové soustavy se výstupní pupila dalekohledu nachází v těsné blízkosti obrazového ohniska okuláru, zařazením čočkové převraccí soustavy je možné výstupní pupilu vysunout směrem od okuláru. Proto se dvoučlenná převraccí soustava používá jako součást stavby puškových dalekohledů, kde je požadována velká vzdálenost pupily dalekohledu (a tedy i pupily oka) od poslední optické plochy okuláru.

## 3. Vlnová optika

### 3.1 Podstata a šíření světla z pohledu Maxwellovy teorie elektromagnetického pole

#### 3.1.1 Základní pojmy a rovnice Maxwellovy teorie elektromagnetického pole

Z pohledu Maxwellovy teorie je světlo nestacionární elektromagnetické pole, které se šíří ve formě elektromagnetických vln. Světlo je tedy elektromagnetické vlnění.

Elektromagnetické pole je popsáno čtyřmi základními vektory. Elektromagnetické pole ve vakuu popisují vektor elektrické intenzity  $\vec{E}$  (jednotka  $V \cdot m^{-1}$ ) a vektor magnetické indukce  $\vec{B}$  (jednotka T). Pro popis elektromagnetického pole v látkovém prostředí je potřeba dalších vektorů – vektoru elektrické indukce  $\vec{D}$  (jednotka  $C \cdot m^{-2}$ ) a vektoru magnetické intenzity  $\vec{H}$  s jednotkou  $A \cdot m^{-1}$ .

Z hlediska matematického má Maxwellova teorie dvě podoby – podobu diferenciální a integrální. Obě jsou samozřejmě vzájemně převoditelné použitím integrálních vět. V teorii je častěji využívána podoba diferenciální, proto bude použita i zde.

Základní vektory elektromagnetického pole jsou obecně závislé na zdrojových veličinách. V uvedené diferenciální formě teorie se jedná o objemovou hustotu náboje  $\rho$  (jednotka  $C \cdot m^{-3}$ ) a vektor plošné proudové hustoty  $\vec{j}$  s jednotkou  $A \cdot m^{-2}$ . Nestacionární pole je ale možné studovat i mimo oblast zdrojů a studovat tak zákonitosti jeho šíření, což je převažující oblast řešení v optice.

Rovnice Maxwellovy teorie elektromagnetického pole je možné rozdělit do tří skupin.

#### 1) Maxwellovy rovnice.

Jedná se o čtyři rovnice ve dvou sériích, popisujících typ elektromagnetického pole – pole statická, stacionární, kvazistacionární, nestacionární. Nejobecnější tvar mají rovnice pro námi uvažované pole nestacionární:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= \vec{j}, & \operatorname{div} \vec{D} &= \rho, \\ \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0, & \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

V nestacionárním poli jsou tedy všechny základní vektory pole (a také zdrojové veličiny) funkcí polohy (vyjádřenou závislostí na polohovém vektoru  $\vec{r}$ ) a času  $t$ .

Lze dokázat, že Maxwellovy rovnice neposkytují dostatek rovnic pro nalezení všech dvanácti složek základních vektorů pole. Poskytují pouze 6 nezávislých složkových rovnic, a proto musí být doplněny o další rovnice ze druhé skupiny rovnic.

#### 2) Vedlejší Maxwellovy rovnice (materiálové vztahy)



Tyto rovnice popisují vlastnosti prostředí, ve kterém elektromagnetické pole existuje. Jedná se o tři rovnice. První z nich popisuje vztah mezi elektrickými vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{D}$ , druhá popisuje vztah mezi magnetickými vektory  $\vec{H}$  a  $\vec{B}$  a třetí rovnicí je vyjádření Ohmova zákona. Rovnice mají tvar:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} , \quad (3.2)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} , \quad (3.3)$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} , \quad (3.4)$$

kde poslední rovnicí je Ohmův zákon platný v oblasti, ve které se nevyskytují žádné zdroje. Látkové prostředí je tedy popsáno třemi materiálovými parametry – elektrickou permitivitou  $\varepsilon$ , magnetickou permeabilitou  $\mu$  a měrnou vodivostí  $\gamma$ . Tyto parametry ale mohou nabývat pro konkrétní typy prostředí různých forem. Nejčastěji to mohou být:

- a) Konstanty. Pak mluvíme o prostředí homogenním a izotropním. Základním prostředím tohoto typu je vakuum, charakterizované permitivitou vakua  $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{12} [\text{F} \cdot \text{m}^{-1}]$  a permeabilitou vakua  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{H} \cdot \text{m}^{-1}]$ . Většina prostředí v optice (především optické sklo) je označována za prostředí tohoto typu. Jejich permitivita a permeabilita jsou pak součinem permitivity (permeability) vakua a relativní permitivity  $\varepsilon_r$  (relativní permeability  $\mu_r$ ) tohoto prostředí, kde  $\varepsilon_r$  a  $\mu_r$  jsou samozřejmě rovněž konstanty.
- b) Funkce polohy. Takto popsané prostředí se označuje za nehomogenní.
- c) Tenzory druhého řádu. Pak se jedná o prostředí anizotropní, které má různé vlastnosti v různých směrech. Nejčastějším příkladem tohoto typu prostředí jsou optické anizotropní krystaly.

Je nutno uvést, že pro konkrétní reálné prostředí mohou různé materiálové parametry nabývat různých forem. Příkladem může být krystal islandského vápence. Po elektrické stránce se jedná o prostředí anizotropní, jeho permitivita je popsána tenzorem druhého řádu  $\vec{\varepsilon}$ . Je to prostředí nemagnetické, jeho permeabilita je popsána permeabilitou vakua  $\mu_0$ , tedy konstantou, a je to prostředí nevodivé, tedy platí, že  $\gamma = 0$ .

### 3) Hraniční podmínky Maxwellových rovnic.

Maxwellovy rovnice (3.1) pracují jen se spojitými funkcemi. Neplatí tedy tam, kde se základní vektory pole mění skokově a ze vztahů (3.2) až (3.4) je zřejmé, že toto se děje vždy, kdy se skokově mění materiálové parametry prostředí, tedy vždy na rozhraní dvou prostředí. V tomto případě je nutné definovat jednorázové transformační vztahy, pomocí kterých lze převést základní vektory pole z jedné strany rozhraní na druhou. Těmto vztahům se říká hraniční podmínky.

Základní vektory a související veličiny v prostředí, ze kterého elektromagnetická vlna dopadá na rozhraní, se označují spodním indexem 1. V prostředí, do kterého elektromagnetická vlna prochází (láme se do něj) se k označení používá spodní index 2. Kromě toho je dále výhodné rozložit základní vektory pole do dvou vzájemně kolmých směrů – do směru normály k rozhraní a do směru tečny k rozhraní – a odvodit hraniční podmínky zvlášť pro tyto složky základních vektorů.

Omezíme se pouze na hraniční podmínky, které budeme dále využívat. Uvažujme rozhraní dvou homogenních izotropních prostředí s konečnou vodivostí. Pak lze dokázat, že na tomto rozhraní jsou tečné složky vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  spojité, což lze vyjádřit vztahy

$$E_{1t} - E_{2t} = 0, \quad H_{1t} - H_{2t} = 0. \quad (3.5)$$

Je také možný vektorový zápis ve tvaru

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0, \quad \vec{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = 0, \quad (3.6)$$

kde  $\vec{n}$  je normála k rozhraní, orientovaná směrem do prvního prostředí.

### 3.1.2 Elektromagnetické vlny v homogenním izotropním dielektriku

Homogenní izotropní dielektrikum je z hlediska optiky chápáno jako bezztrátové prostředí. Takové prostředí je např. možné chápat jako idealizaci optického skla, případně některých dalších optických prostředí, ve viditelné oblasti spektra. Dielektrikum je prostředí nevodivé, materiálové vztahy je proto možné zapsat ve tvaru

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}; \quad \varepsilon_r \geq 1, \quad (3.7)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}; \quad \mu_r = 1. \quad (3.8)$$

Permeabilita homogenního izotropního dielektrika  $\mu$  je tedy rovna permeabilitě vakua  $\mu_0$ .

Relativní permitivita prostředí souvisí s indexem lomu prostředí jako základní optickou charakteristikou prostředí. Tato souvislost je popsána tzv. Maxwellovým vztahem

$$n = \sqrt{\varepsilon_r}. \quad (3.9)$$

#### 3.1.2.1 Homogenní vlnová rovnice a její řešení

Podle materiálových vztahů (3.7) a (3.8) jsou elektrické i magnetické vektory vzájemně úměrné. To znamená, že stačí znát vztahy pouze pro vektory intenzit. V tomto smyslu je možné přepsat Maxwellovy rovnice (3.1) a pro prostředí, které neobsahuje žádné zdroje, je možné jejich řešením získat pro vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  rovnice

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (3.10)$$

$$\Delta \vec{H} - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0, \quad (3.11)$$

kde  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  je Laplaceův operátor a  $\frac{1}{v^2} = \varepsilon \mu$ .

Typ rovnic (3.10) a (3.11) se nazývá homogenní vlnová rovnice. Rovnice (3.10) a (3.11) jsou vektorové rovnice, ale každá z nich se rozpadá na tři skalární rovnice stejného typu pro složky vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ . V zásadě tedy stačí řešit skalární homogenní vlnovou rovnici

$$\Delta u - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad (3.12)$$

kde funkce  $u$  reprezentuje libovolnou složku vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ .

Řešením rovnice (3.12) jsou obecně libovolné funkce definovaných argumentů. Omezíme jen na řešení ve formě harmonických funkcí, které mají v optice největší fyzikální realitu. Mluvíme o řešení ve formě monochromatických vln. Kromě toho se v první fázi omezíme na vlny, které se šíří v kladném směru souřadné osy  $x$ . Pak řešíme rovnici

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3.13)$$

a její řešení ve formě monochromatických vln lze psát ve tvaru

$$u(x, t) = A \cdot e^{i(\omega t - kx)}, \quad (3.14)$$

kde platí, že  $A$  je reálná amplituda,  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  je kruhová frekvence a  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  je vlnové číslo. Je zřejmé, že mezi posledními dvěma parametry platí vztah  $\omega = k \cdot v$  a řešení (3.14) lze přepsat na tvar

$$u(x, t) = A \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)}. \quad (3.15)$$

Odtud je zřejmé, že výraz  $\frac{x}{v}$  má význam časového zpoždění a tedy  $v$  má význam rychlosti šíření elektromagnetické vlny – fázové rychlosti.

Fyzikální význam mají pouze reálné části řešení (3.14) a (3.15), tedy výrazy

$$u(x, t) = A \cdot \cos(\omega t - kx), \quad (3.16)$$

$$u(x, t) = A \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]. \quad (3.17)$$

Taková řešení nás ale omezují. V počátku souřadného systému, v  $x = 0$ , a v nulovém čase  $t = 0$  platí, že  $u(x, t) = A$ . My ale požadujeme, aby pro  $x = 0$  a  $t = 0$  platilo  $u(x, t) \in \langle -A, A \rangle$ . Tento požadavek lze splnit přičtením nějaké počáteční fáze  $\delta$  k argumentům harmonických funkcí (3.16) a (3.17):

$$u(x, t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \delta), \quad (3.18)$$

$$u(x, t) = A \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \delta\right]. \quad (3.19)$$

Ve stejném smyslu je pak potřeba také upravit řešení (3.14) a (3.15).

Zavedme pojem *vlnoplochy* jako *plochy konstantní fáze*. Je to plocha, na které jsou konstantní argumenty harmonických funkcí (3.18) případně (3.19). Rovnici plochy konstantní fáze získáme tak, že vyšetřujeme, za jakých podmínek jsou konstantní v konstantním čase argumenty harmonických funkcí (3.18), (3.19). V tomto případě je zřejmé, že rovnice plochy konstantní fáze má tvar

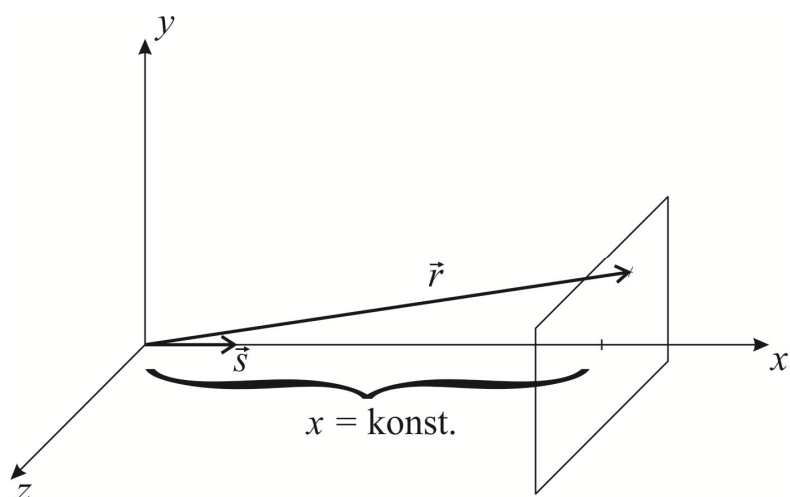
$$x = konst., \quad (3.20)$$

tedy plocha konstantní fáze je rovina, kolmá na směr šíření vlny. Tento závěr platí pro řešení homogenní vlnové rovnice v kartézském souřadném systému. Říkáme, že řešení má tvar *rovinné vlny*.

Pomocí tohoto závěru je možné jednoduše zobecnit řešení prostorově jednorozměrné homogenní vlnové rovnice (3.13) na řešení rovnice trojrozměrné (3.12). Stačí vyjít ze situace, znázorněné na obr. 3.1. Zde je vidět, že rovnici plochy konstantní fáze (3.20) lze získat jako skalární součin jednotkového vektoru  $\vec{s}$  ve směru šíření vlny a polohového vektoru  $\vec{r}$  libovolného bodu plochy konstantní fáze, tedy

$$x = \vec{r} \cdot \vec{s} = \text{konst.} \quad (3.21)$$

Složky polohového vektoru  $\vec{r}$  jsou přímo souřadnice uvažovaného bodu plochy konstantní fáze, tedy  $\vec{r} = \vec{e}_1 x + \vec{e}_2 y + \vec{e}_3 z$ , kde  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$  jsou bázové vektory – jednotkové vektory orientované v kladných směrech souřadných os. Složky jednotkového vektoru ve směru šíření vlny jsou směrové kosiny, tedy kosiny úhlů, které svírá vektor  $\vec{s}$  s kladnými směry souřadných os, tedy  $\vec{s} = \vec{e}_1 \cos \alpha + \vec{e}_2 \cos \beta + \vec{e}_3 \cos \gamma$ .



Obr. 3.1: K rovnici plochy konstantní fáze.

Pokud chceme znát řešení homogenní vlnové rovnice (3.12) pro libovolný směr šíření vlny, pak stačí v řešení (3.18) a (3.19) - a ve všech souvisejících řešeních - nahradit souřadnici  $x$  uvedeným skalárním součinem  $\vec{r} \cdot \vec{s}$ . V komplexním tvaru je pak možné taková řešení psát jako

$$u(\vec{r}, t) = A \cdot e^{i\left[\omega\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v}\right) + \delta\right]}, \quad (3.22)$$

případně

$$u(\vec{r}, t) = A \cdot e^{i(\omega t - k\vec{r} \cdot \vec{s} + \delta)}. \quad (3.23)$$

Ve vztahu (3.23) je možné výrazem  $k\vec{s}$  zavést vlnový vektor  $\vec{k}$ , tedy vektor, orientovaný ve směru šíření vlny, jehož velikost je rovna vlnovému číslu. Řešení (3.23) pak má tvar

$$u(\vec{r}, t) = A \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \delta)}. \quad (3.24)$$

Opět platí, že v řešeních (3.22) až (3.24) má fyzikální význam pouze reálná část uvedených výrazů.

Závěr: Máme-li homogenní vlnové rovnice (3.10) a (3.11) pro vektory intenzit  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ , je možné psát řešení pro složky těchto vektorů ve tvaru

$$E_j = A_j \cdot e^{i[\omega(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v}) + \delta_j]}, \quad (3.25)$$

$$H_j = C_j \cdot e^{i[\omega(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v}) + \delta'_j]}; \quad (3.26)$$

$j = 1, 2, 3$ , kde bylo použito průběžné číslování pro složky vektorů v kartézských souřadnicích. Je zřejmé, že pouze reálné amplitudy a počáteční fáze jsou u jednotlivých složek vektorů intenzit různé, ostatní parametry jsou společné.

### 3.1.2.2 Vlastnosti monochromatických vln v homogenním izotropním dielektriku

Z Maxwellových rovnic (3.1) vyplývá, že vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  mají nulovou složku ve směru šíření vlny. V homogenním izotropním prostředí jsou všechny směry rovnocenné, proto vlastnosti vln, získané pro vybraný směr šíření vlny, jsou platné i pro všechny ostatní směry. Popišme si proto složky vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  pro vlnu, která se šíří v kladném směru souřadné osy  $x$ :

$$\begin{aligned} E_x &= 0, & H_x &= 0, \\ E_y &= A_y \cdot e^{i[\omega(t - \frac{x}{v}) + \delta_1]}, & H_y &= C_y \cdot e^{i[\omega(t - \frac{x}{v}) + \delta'_1]}, \\ E_z &= A_z \cdot e^{i[\omega(t - \frac{x}{v}) + \delta_2]}, & H_z &= C_z \cdot e^{i[\omega(t - \frac{x}{v}) + \delta'_2]}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Opět lze pomocí Maxwellových rovnic (3.1) dále dokázat, že složky vektorů intenzit nejsou nezávislé. Platí mezi nimi vztahy

$$\begin{aligned} H_y &= -\frac{1}{\mu v} \cdot E_z, \\ H_z &= \frac{1}{\mu v} \cdot E_y, \end{aligned} \quad (3.28)$$

kde  $\frac{1}{\mu v} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$ . Pak lze pro nenulové složky vektorů intenzit psát, že

$$\begin{aligned} E_y &= A_y \cdot e^{i[\omega(t - \frac{x}{v}) + \delta_1]}, & H_y &= -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} A_z \cdot e^{i[\omega(t - \frac{x}{v}) + \delta_2]}, \\ E_z &= A_z \cdot e^{i[\omega(t - \frac{x}{v}) + \delta_2]}, & H_z &= \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} A_y \cdot e^{i[\omega(t - \frac{x}{v}) + \delta_1]}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

S využitím těchto závěrů je nyní možné rekapitulovat vlastnosti monochromatických vln:

- a)  $\vec{E}, \vec{H} \perp \vec{s}$  - elektromagnetická vlna je příčná, vektory intenzit nemají složku ve směru šíření vlny.

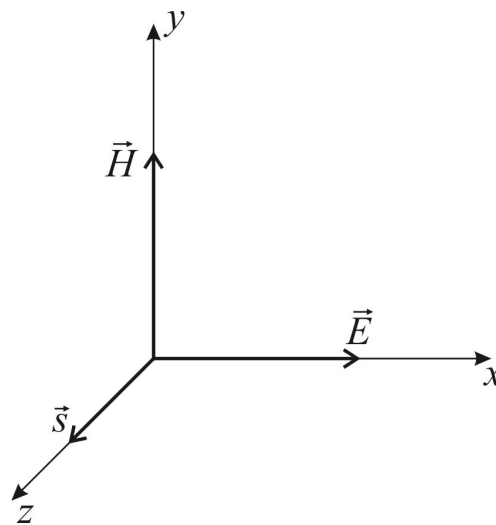
- b)  $\vec{E} \perp \vec{H}$  - vektory intenzit jsou vzájemně na sebe kolmé. Lze dokázat skalárním součinem pomocí vztahů mezi složkami (3.28).
- c) Amplitudy složek vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  jsou konstantní – vlna je netlumená.
- d) Vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  se šíří společnou fázovou rychlostí.
- e) Vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  jsou vzájemně ve fázi. Předpokládejme, že vlna se opět šíří v kladném směru osy  $x$  a že vektor  $\vec{E}$  má pouze složku ve směru souřadné osy  $y$ , tj.  $\vec{E} = \vec{e}_2 E_y$ . Pak podle (3.28)  $\vec{H} = \vec{e}_3 H_z = \vec{e}_3 \frac{1}{\mu v} E_y$ , tedy mezi vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  není žádný fázový posun.
- f) Podílem velikostí vektorů elektrické a magnetické intenzity je definována impedance prostředí, tedy  $Z = \frac{E}{H}$  [ $\Omega$ ]. Uvažujme opět jako v předchozím bodě, že  $\vec{E} = \vec{e}_2 E_y$  a tedy  $\vec{H} = \vec{e}_3 H_z = \vec{e}_3 \frac{1}{\mu v} E_y$ . Pak  $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ . Poměr velikostí vektorů elektrické a magnetické intenzity je tedy v každém bodě prostoru a v každém čase stálý.

Na obr. 3.2 je zakreslena situace, popsaná v bodě e). Je zřejmé, že na základě této situace je možné získat vztahy, popisující vztahy mezi vektory  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  a vektorem  $\vec{s}$ :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu v} (\vec{s} \times \vec{E}), \quad (3.30)$$

nebo naopak

$$\vec{E} = -\mu v (\vec{s} \times \vec{H}). \quad (3.31)$$



Obr. 3.2: Vztah vektorů  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  a  $\vec{s}$ .

Důležité je, že vektory  $\vec{s}$ ,  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  tvoří v uvedeném pořadí ortogonální pravotočivý systém, což lze vyjádřit vztahem  $\vec{s} \approx \vec{E} \times \vec{H}$ .

Dosazením permitivity a permeability vakua do vztahu pro impedanci je možné vypočítat impedanci vakua, označovanou jako impedance volného prostoru. Je dána hodnotou

$$Z = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \text{ } [\Omega]. \quad (3.32)$$

### 3.1.2.3 Polarizace vln

Optické záření – světlo – je superpozicí elementárních monochromatických elektromagnetických vln, které jsou řešenými homogenní vlnové rovnice. Pokud uvažujeme pouze lineární prostředí, výsledné světlo neobsahuje jiné frekvence, než frekvence monochromatických vln. Platí i princip opačný, že světlo může být pomocí Fourierovy analýzy zpětně rozloženo do monochromatických vln a tyto vlny pak mohou být vyšetřovány zvlášť. Proto lze považovat studium monochromatického vlnění za základní.

Polarizace je významnou vlastností monochromatické vlny, vyjadřuje časovou závislost orientace vektoru  $\vec{E}$  v prostoru. Lze říci, že každá elementární elektromagnetická vlna je polarizovaná. Pokud je ale vlna (vlnění) polarizovaná, je nutné určit typ polarizace. Určíme jej tak, že uvažujeme rovinu, kolmou na směr šíření vlny, a při pohledu proti směru šíření vlny vyšetřujeme, po jaké křivce se v této rovině pohybuje koncový bod vektoru  $\vec{E}$ .

Najděme rovnici této křivky pro elementární elektromagnetickou vlnu. Uvažujme opět vlnu, která se šíří v kladném směru osy  $x$ . Složky vektoru  $\vec{E}$  této vlny v reálném vyjádření (složky, mající fyzikální význam) jsou

$$\begin{aligned} E_x &= 0, \\ E_y &= A_y \cdot \cos(\omega t - kx + \delta_1), \\ E_z &= A_z \cdot \cos(\omega t - kx + \delta_2). \end{aligned} \quad (3.33)$$

Rovinu kolmou ke směru šíření vlny volíme – zvolíme rovinu  $x = 0$ . Dále posuneme fázi tak, aby složka  $E_y$  neměla žádnou počáteční fázi. Potom složka  $E_z$  bude mít počáteční fázi  $\delta = \delta_2 - \delta_1$ . V rovině  $x = 0$  pak bude mít vektor  $\vec{E}$  složky

$$\begin{aligned} E_y &= A_y \cdot \cos \omega t, \\ E_z &= A_z \cdot \cos(\omega t + \delta). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Nyní stačí z těchto parametrických rovnic vyloučit čas. Z první rovnice (3.34) vyplývá, že

$$\cos \omega t = \frac{E_y}{A_y}, \quad \sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{E_y^2}{A_y^2}}. \quad (3.35)$$

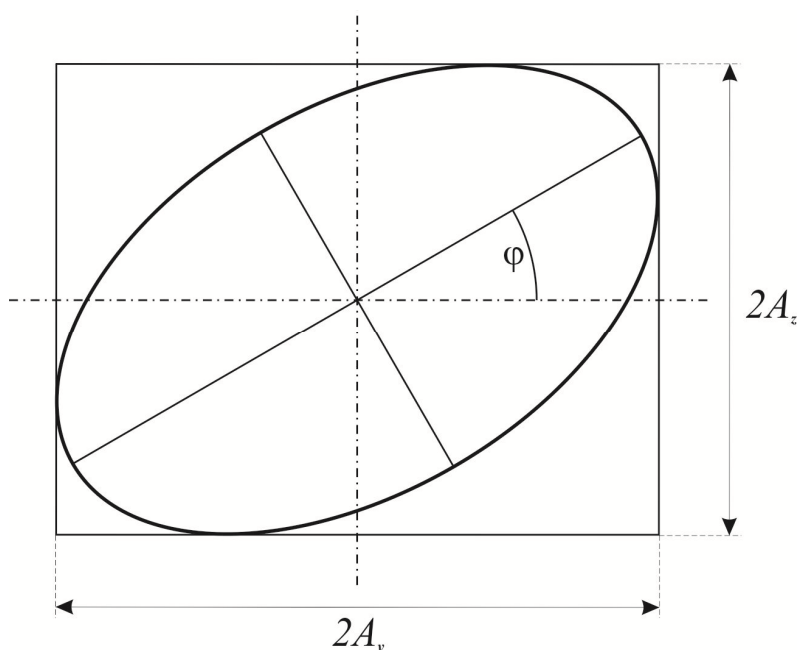
Dosadíme-li (3.35) do druhé rovnice (3.34), přeepsané do tvaru

$$\frac{E_z}{A_z} = \cos \omega t \cdot \cos \delta - \sin \omega t \cdot \sin \delta, \quad (3.36)$$

obdržíme rovnici

$$\frac{E_y^2}{A_y^2} + \frac{E_z^2}{A_z^2} - 2 \frac{E_y E_z}{A_y A_z} \cdot \cos \delta = \sin^2 \delta. \quad (3.37)$$

Tato rovnice je rovnicí elipsy v obecné poloze vzhledem k souřadným osám  $y, z$ , jak je znázorněno na obr. 3.3. Závěr tedy je, že každá elementární elektromagnetická vlna je obecně *elipticky polarizovaná*.



Obr. 3.3: Polarizační elipsa.

Polarizační elipse je možné přiřadit tři základní vlastnosti:

- 1) Elipsa je vepsaná do obdélníka o rozměrech  $2A_y, 2A_z$ , jehož strany jsou rovnoběžné se souřadnými osami  $y, z$  - viz obr. 3.3.
- 2) O úhlu natočení  $\varphi$  a také o tvaru elipsy rozhoduje hodnota fázového rozdílu  $\delta$ .
- 3) Koncový bod vektoru  $\vec{E}$  může po elipse obíhat jak ve směru, tak proti směru hodinových ručiček. O smyslu otáčení rozhoduje znaménko u  $\sin \delta$ . Je-li  $\sin \delta > 0$ , pak koncový bod vektoru  $\vec{E}$  obíhá po elipse po směru hodinových ručiček a mluvíme o vlně vpravo elipticky polarizované. V případě  $\sin \delta < 0$  obíhá koncový bod vektoru  $\vec{E}$  po elipse proti směru hodinových ručiček a vlna je tak vlevo elipticky polarizovaná.

Fázová konstanta  $\delta$  je argumentem harmonických funkcí s periodou  $2\pi$ . To znamená, že všechny možné situace polarizační elipsy získáme analýzou hodnot  $\delta$  v rozmezí tohoto intervalu. Uvažujme např. interval  $\delta \in \langle 0, 2\pi \rangle$ .

V praxi se nejvíce využívají speciální stavy polarizační elipsy – její degenerace buď na přímku (ze které nás ale zajímá jen úsečka v rámci uvedeného obdélníka o rozměrech  $2A_y, 2A_z$ ) nebo na kružnici. Získáváme tak vlny lineárně nebo kruhově polarizované.

V případě lineární polarizace musí rovnice elipsy (3.37) přejít na rovnici přímky. To nastane v případě, že  $\cos \delta = \pm 1$  a  $\sin \delta = 0$ . V uvedeném intervalu uvažovaných hodnot fázové konstanty  $\delta$  se toto stane pro  $\delta = 0$  a  $\delta = \pi$ :



a)  $\delta = 0$ . Pak  $\cos \delta = 1$ ,  $\sin \delta = 0$ . Rovnice elipsy (3.37) přechází na tvar

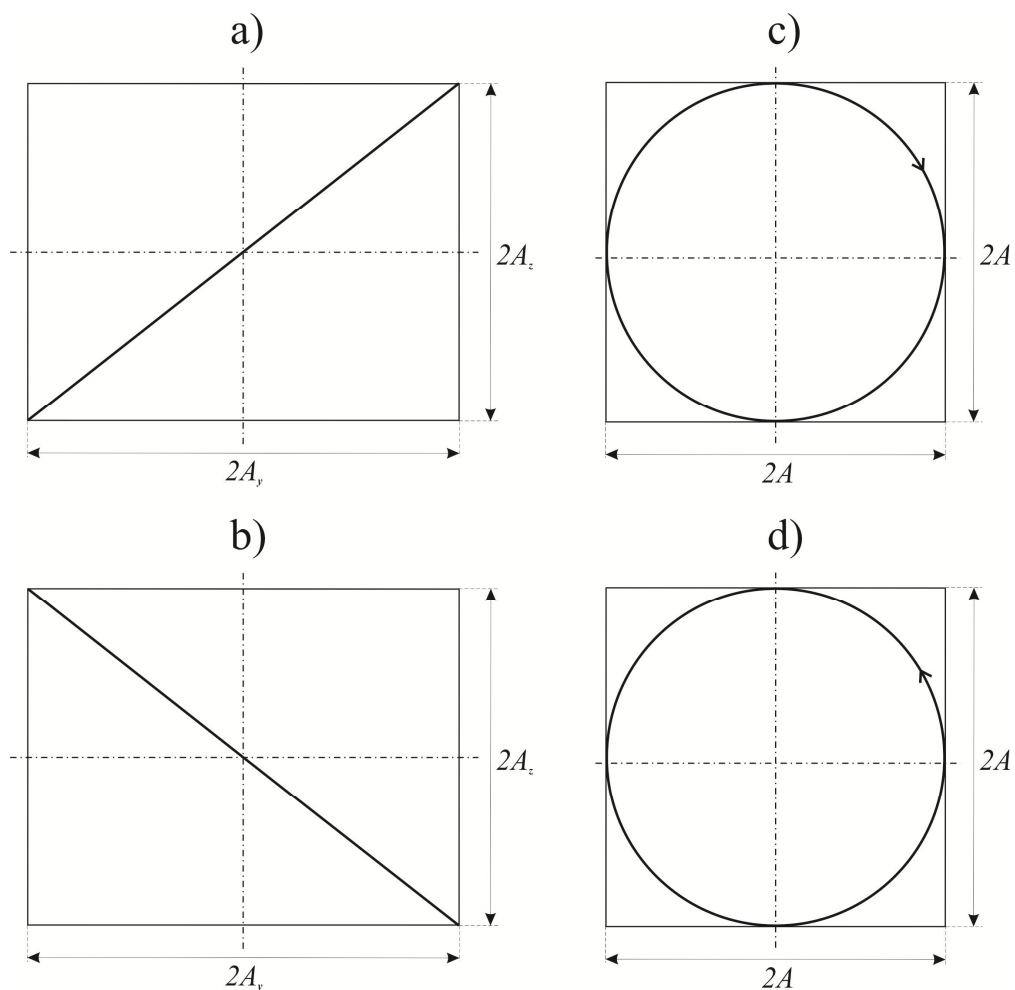
$$\left(\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_z}{A_z}\right)^2 = 0 \Rightarrow E_z = \frac{A_z}{A_y} \cdot E_y. \quad (3.38)$$

Získáme vlnu lineárně polarizovanou, přičemž vektor  $\vec{E}$  prochází prvním a třetím kvadrantem – obr. 3.4 a.

b)  $\delta = \pi$ . Pak  $\cos \delta = -1$ ,  $\sin \delta = 0$ . Rovnice elipsy (3.37) přechází na tvar

$$\left(\frac{E_y}{A_y} + \frac{E_z}{A_z}\right)^2 = 0 \Rightarrow E_z = -\frac{A_z}{A_y} \cdot E_y. \quad (3.39)$$

Získáme tedy opět vlnu lineárně polarizovanou, vektor  $\vec{E}$  prochází druhým a čtvrtým kvadrantem – obr. 3.4 b.



Obr. 3.4: Lineární a kruhová polarizace.

Aby elipsa degenerovala na kružnici, musí být elipsa vzhledem k obdélníku o rozměrech  $2A_y$ ,  $2A_z$  v základní poloze, tedy její poloosy musí splývat se směry os  $y$ ,  $z$ , a poloosy elipsy musí být stejné, tedy  $A_y = A_z = A$ . Elipsa bude vzhledem k obdélníku v základní poloze, pokud  $\delta = \frac{\pi}{2}$  nebo  $\delta = \frac{3\pi}{2}$ .

- a)  $\delta = \frac{\pi}{2}$ . Potom  $\cos \delta = 0$ ,  $\sin \delta = 1$ . Rovnice elipsy (3.37) za uvedené podmínky  $A_y = A_z = A$  přechází na tvar

$$E_y^2 + E_z^2 = A^2, \quad (3.40)$$

což je rovnice kružnice o poloměru  $A$ . Protože ale  $\sin \delta > 0$ , dostaneme vlnu vpravo kruhově polarizovanou – obr. 3.4 c.

- b)  $\delta = \frac{3\pi}{2}$ . Pak  $\cos \delta = 0$ ,  $\sin \delta = -1$ . Rovnice elipsy opět přechází na tvar (3.40), ale protože  $\sin \delta < 0$ , bude vlna vlevo kruhově polarizovaná – obr. 3.4 d.

Světlo jako superpozice elementárních vln bude vykazovat určitý typ polarizace, pokud všechny elementární vlny budou mít polarizaci stejného typu.

Závěrem ještě ukažme, jak je možné rozlišit typ polarizace při komplexním popisu vlny. Uvažujme pro jednoduchost opět vlnu, která se šíří v kladném směru osy  $x$  a vyjádřeme ji komplexním popisem:

$$\vec{E} = \vec{e}_2 A_y \cdot e^{i(\omega t - kx)} + \vec{e}_3 A_z \cdot e^{i(\omega t - kx + \delta)}, \quad (3.41)$$

kde opět  $\delta = \delta_2 - \delta_1$ . Tuto vlnu je možné vyjádřit pomocí *komplexní amplitudy* neboli *fáze*  $\hat{E}$  jako

$$\vec{E} = \hat{E} \cdot e^{i\omega t}, \quad (3.42)$$

kde  $\hat{E}$  obsahuje reálnou amplitudu a fázový člen, závisející pouze na poloze studovaného místa a na fázové konstantě. Komplexní amplituda tak popisuje vzájemné poměry ve velikostech vektoru  $\vec{E}$  na určité ploše v konstantním čase. Komplexní amplituda ve výrazu (3.41) je

$$\hat{E} = (\vec{e}_2 A_y + \vec{e}_3 A_z e^{i\delta}) \cdot e^{-ikx}. \quad (3.43)$$

Vztah (3.43) je tedy komplexní amplituda obecně elipticky polarizované vlny, šířící se v kladném směru osy  $x$ .

Potom už není problém dosazením za  $\delta$  vyjádřit komplexní amplitudy zvláštních typů polarizací. Komplexní amplituda lineárně polarizovaných vln je

$$\hat{E} = (\vec{e}_2 A_y \pm \vec{e}_3 A_z) \cdot e^{-ikx} \quad (3.44)$$

a komplexní amplituda kruhově polarizovaných vln bude

$$\hat{E} = A \cdot (\vec{e}_2 \pm i\vec{e}_3) \cdot e^{-ikx}, \quad (3.45)$$

kde znaménko  $+$  připadá vpravo a znaménko  $-$  vlevo kruhově polarizovaným vlnám.

Je zřejmé, že stejným způsobem, jakým byla zavedena komplexní amplituda vektoru  $\vec{E}$ , je také možno zavést komplexní amplitudu vektoru  $\vec{H}$ .

### 3.1.2.4 Energie přenášená monochromatickými vlnami v homogenním izotropním dielektriku

Základní veličinou pro další úvahy je Poyntingův vektor  $\vec{P}$ . Jeho velikost má význam množství energie, které za jednotku času projde jednotkovou plochou, postavenou kolmo na směr šíření energie.

Množství energie, které projde za jednotku času orientovanou plochou  $d\vec{S}$ , je dáno skalárním součinem

$$\vec{P} \cdot d\vec{S} = d\phi_e, \quad (3.46)$$

kde  $\phi_e$  je zářivý tok. Celková energie, která projde za jednotku času plochou  $S$  je pak dána integrací

$$\phi_e = \int_S \vec{P} \cdot d\vec{S}. \quad (3.47)$$

Pro výpočet Poyntingova vektoru platí vztah

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (3.48)$$

Šíření energie nemůže v homogenním izotropním prostředí záviset na směru šíření elektromagnetických vln. Vypočítejme tedy  $\vec{P}$  pro známou vlnu, šířící se v kladném směru osy  $x$ . Vlna je příčná, proto

$$\vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 0 & E_y & E_z \\ 0 & H_y & H_z \end{vmatrix} = \vec{e}_1 (E_y H_z - E_z H_y), \quad (3.49)$$

tedy je zřejmé, že energie se v tomto prostředí šíří ve směru šíření vlny.

Dosaďme do (3.49) potřebné složky vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  v reálném vyjádření:

$$\begin{aligned} E_y &= A_y \cdot \cos(\omega t - kx), & H_y &= -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} A_z \cdot \cos(\omega t - kx + \delta), \\ E_z &= A_z \cdot \cos(\omega t - kx + \delta), & H_z &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} A_y \cdot \cos(\omega t - kx). \end{aligned} \quad (3.50)$$

Potom

$$\vec{P} = \vec{e}_1 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} [A_y^2 \cdot \cos^2(\omega t - kx) + A_z^2 \cdot \cos^2(\omega t - kx + \delta)], \quad (3.51)$$

což je ale v případě světla veličina, která se v čase velice rychle mění (viditelné světlo má frekvence řádově  $10^{14}$  Hz). Běžné detektory (včetně lidského oka) nejsou schopny zaznamenávat okamžité hodnoty Poyntingova vektoru  $\vec{P}$ , ale pouze časové střední hodnoty neboli *efektivní* hodnoty. Efektivní Poyntingův vektor je definován vztahem

$$\vec{P}_{ef} = \langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{P} \cdot dt; \quad (3.52)$$

$T$  je perioda vlny.

Existuje ale vztah pro přímý výpočet  $\vec{P}_{ef}$ . Pokud nás zajímá pouze reálně přenášená energie, pak

$$\vec{P}_{ef} = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (3.53)$$

a z komplexního sdružení vektoru  $\vec{H}$  je zřejmé, že do tohoto vztahu se dosazují složky vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  v komplexním tvaru.

Vypočítejme  $\vec{P}_{ef}$  opět pro případ elipticky polarizované vlny, šířící se v kladném směru osy  $x$ . Potřebné složky vektorů intenzit pak jsou

$$\begin{aligned} E_y &= A_y \cdot e^{i\omega(t-\frac{x}{v})}, & H_y^* &= -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} A_z \cdot e^{-i[\omega(t-\frac{x}{v})+\delta]}, \\ E_z &= A_z \cdot e^{i[\omega(t-\frac{x}{v})+\delta]}, & H_z^* &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} A_y \cdot e^{-i\omega(t-\frac{x}{v})}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Potom

$$\vec{P}_{ef} = \frac{1}{2} \cdot \text{Re}[\vec{e}_1(E_y H_z^* + E_z H_y^*)] = \vec{e}_1 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} (A_y^2 + A_z^2) \quad (3.55)$$

a protože  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r = \epsilon_0 n^2$  a  $\mu = \mu_0$ , je finální výsledek

$$\vec{P}_{ef} = \vec{e}_1 \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot (A_y^2 + A_z^2). \quad (3.56)$$

Velikost vektoru  $\vec{P}_{ef}$ , tedy  $|\vec{P}_{ef}|$ , se často v optice nazývá intenzita vlny a označuje se  $I$ . V neomezeném homogenním izotropním prostředí je tedy úměrná kvadrátu reálné amplitudy  $A^2$  vektoru elektrické intenzity  $\vec{E}$ .

Z výsledku (3.56) je také patrné, že  $\vec{P}_{ef}$  (a tedy i intenzita  $I$ ) jsou nezávislé na polarizaci vlny.

Kvadrát reálné amplitudy  $A^2$  vektoru  $\vec{E}$  je roven kvadrátu absolutní hodnoty komplexní amplitudy  $\hat{\vec{E}}$  vektoru  $\vec{E}$ . Ze vztahu (3.43) opravdu vyplývá, že

$$|\hat{\vec{E}}|^2 = \hat{\vec{E}} \cdot \hat{\vec{E}}^* = A_y^2 + A_z^2, \quad (3.57)$$

tedy při výpočtu intenzity  $I$  je možné pracovat s komplexní amplitudou vektoru  $\vec{E}$ .

### 3.1.2.5 Sférické vlny

Řešení homogenní vlnové rovnice v kartézských souřadnicích má tvar rovinné vlny, kdy plocha konstantní fáze je rovina kolmá na směr šíření vlny. To znamená, že zdroj vlny se nachází v nekonečnu. Jenže v mnoha praktických případech se zdroj vlny nachází v konečné vzdálenosti.

Uvažujme bodový zdroj v konečné vzdálenosti, který pro jednoduchost vyzařuje rovnoměrně ve všech směrech. Pak se ale očividně jedná o úlohu se sférickou symetrií a v tomto případě je nutné

homogenní vlnovou rovnicí (3.12) řešit ve sférických souřadnicích, které mohou být označeny jako  $r$ ,  $\vartheta$ ,  $\theta$ . Pokud ale uvažovaný zdroj vyzařuje rovnoměrně ve všech směrech, pak řešení homogenní vlnové rovnice nemůže být závislé na úhlových souřadnicích  $\vartheta$  a  $\theta$ , ale je tedy závislé pouze na souřadnici  $r$  (vzdálenosti od bodového zdroje) a na čase  $t$ . Řešení pak lze nalézt ve tvaru

$$u(r, t) = \frac{1}{r} A \cdot e^{i[\omega(t-\frac{r}{v})+\delta]} \quad (3.58)$$

Jsou tedy dvě základní odlišnosti od řešení homogenní vlnové rovnice v kartézských souřadnicích:

- 1) Reálná amplituda klesá s faktorem  $\frac{1}{r}$  se vzdáleností od bodového zdroje.
- 2) Plocha konstantní fáze má rovnici  $r = \text{konst.}$ , kde  $r$  je vzdálenost od zdroje. Plochy konstantní fáze jsou tedy plochy kulové se středem v bodovém zdroji.

Složky komplexní amplitudy jsou popsány výrazem na pravé straně rovnice (3.58) s výjimkou harmonické funkce času. Jsou to tedy výrazy

$$\hat{u}(r) = \frac{A}{r} \cdot e^{-i(\omega\frac{r}{v}-\delta)}, \quad (3.59)$$

případně pokud neuvažujeme počáteční fázi a použijeme, že  $\frac{\omega}{v} = k$ , je možné psát

$$\hat{u}(r) = \frac{A}{r} \cdot e^{-ikr}. \quad (3.60)$$

### 3.1.3 Šíření elektromagnetických vln v neomezeném ztrátovém prostředí

Ztrátové prostředí je prostředí homogenní a izotropní, jako prostředí bezztrátové, ale vyznačuje se navíc nenulovou vodivostí  $\gamma > 0$ . Prostor je tedy popsáno materiálovými vztahy  $\vec{D} = \epsilon\vec{E}$ ,  $\vec{B} = \mu\vec{H}$  a  $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ . Pro základní vektory pole  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  je možné odvodit tzv. zobecněné vlnové rovnice

$$\Delta\vec{E} - \epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} - \mu\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = 0, \quad (3.61)$$

$$\Delta\vec{H} - \epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} - \mu\gamma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = 0. \quad (3.62)$$

Uvedme pouze ve stručnosti závěry řešení:

- 1) Index lomu ztrátového prostředí je nutno uvažovat jako komplexní veličinu ve tvaru

$$\hat{n} = n - i\kappa = \sqrt{n^2 + \kappa^2} \cdot e^{-i\varphi}; \quad \varphi = \arctan \frac{\kappa}{n}, \quad (3.63)$$

kde  $n$  je index lomu a  $\kappa$  je index absorpce.

- 2) Řešení zobecněných vlnových rovnic (3.61) a (3.62) v kartézských souřadnicích pro elipticky polarizované monochromatické vlny, které se šíří v kladném směru osy  $x$ , má následující tvar. Složky vektoru elektrické intenzity jsou:

$$E_x = 0,$$

$$E_y = A_y \cdot e^{-\frac{\omega \kappa x}{c}} \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right)}, \quad (3.64)$$

$$E_z = A_z \cdot e^{-\frac{\omega \kappa x}{c}} \cdot e^{i\left[\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right) + \delta\right]}$$

a korespondující složky vektoru magnetické intenzity jsou:

$$H_x = 0,$$

$$H_y = -A_z \frac{\sqrt{n^2 + \kappa^2}}{\mu c} \cdot e^{-\frac{\omega \kappa x}{c}} \cdot e^{i\left[\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right) + \delta - \varphi\right]}, \quad (3.65)$$

$$H_z = A_y \frac{\sqrt{n^2 + \kappa^2}}{\mu c} \cdot e^{-\frac{\omega \kappa x}{c}} \cdot e^{i\left[\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right) - \varphi\right]}.$$

Vlny, které se šíří v neomezeném ztrátovém prostředí tak vykazují oproti vlnám v bezztrátovém prostředí dvě základní odlišnosti:

- a) Amplitudy složek vektorů intenzit jsou tlumené s členem  $e^{-\frac{\omega \kappa x}{c}}$ . Dá se tedy očekávat, že šíření vln bude doprovázeno ztrátami energie, přenášené vlnami. Pro efektivní Poyntingův vektor  $\vec{P}_{ef}$  lze při použití (3.53) odvodit vztah

$$\vec{P}_{ef} = \vec{e}_1 \frac{n}{2\mu c} (A_y^2 + A_z^2) \cdot e^{-2\frac{\omega \kappa x}{c}}, \quad (3.66)$$

tedy intenzita vlny s hloubkou vnikání do ztrátového prostředí exponenciálně klesá.

- b) Magnetická složka vlny se fázově o úhel  $\varphi$  zpožďuje za složkou elektrickou. S rostoucí frekvencí ale hodnota fázového zpoždění klesá k nule.

Stále ale zůstávají zachovány vlastnosti, že vlna je příčná ( $\vec{E}, \vec{H} \perp \vec{s}$ ), vektory intenzit jsou na sebe vzájemně kolmé ( $\vec{E} \perp \vec{H}$ ) a také vzájemná orientace vektorů (vektory  $\vec{s}, \vec{E}, \vec{H}$  tvoří v uvedeném pořadí pravotočivý systém).

### 3.1.4 Elektromagnetické vlny na rozhraní dvou prostředí

Uvažujme rozhraní dvou homogenních izotropních dielektrik – bezztrátových prostředí. Cílem je popsat experimentálně známou skutečnost, že dopadá-li elektromagnetické vlnění na rozhraní dvou prostředí, pak část jím přenášené energie se vrací zpět do prvního prostředí a část jí přechází do druhého prostředí. Vzniká tedy vlnění odražené a lomené.

Zavedme potřebná označení. Parametry horního prostředí, ze kterého vlna dopadá, budeme označovat dolním indexem 1, parametry prostředí, do kterého se vlna láme, budeme označovat dolním indexem 2. Dále, všechno, co se týká dopadající vlny, bude označeno bez indexů. Vše, co se týká vlny odražené, bude označeno dolním indexem  $r$  a vše, co se týká vlny lomené, bude označeno dolním indexem  $t$ .

K vyšetřování poměrů na rozhraní dvou bezztrátových prostředí se využívají podmínky spojitosti tečných složek vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  (3.5). V tomto případě je možné vyjádřit je ve tvaru

$$(\vec{E})_{teč} + (\vec{E}_r)_{teč} = (\vec{E}_t)_{teč}, \quad (3.67)$$

$$(\vec{H})_{teč} + (\vec{H}_r)_{teč} = (\vec{H}_t)_{teč}. \quad (3.68)$$

Vektory intenzit  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  dopadající, odražené a lomené vlny lze zapsat ve tvaru

$$\vec{E} = \vec{A} \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v_1}\right)},$$

$$\vec{E}_r = \vec{A}_r \cdot e^{i\omega_r\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_r}{v_1}\right)}, \quad (3.69)$$

$$\vec{E}_t = \vec{A}_t \cdot e^{i\omega_t\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_t}{v_2}\right)}$$

a

$$\vec{H} = \vec{C} \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v_1}\right)},$$

$$\vec{H}_r = \vec{C}_r \cdot e^{i\omega_r\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_r}{v_1}\right)}, \quad (3.70)$$

$$\vec{H}_t = \vec{C}_t \cdot e^{i\omega_t\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_t}{v_2}\right)}.$$

Po dosazení (3.69), (3.70) do podmínek spojitosti (3.67) a (3.68) získáme rovnice

$$(\vec{A})_{teč} \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v_1}\right)} + (\vec{A}_r)_{teč} \cdot e^{i\omega_r\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_r}{v_1}\right)} = (\vec{A}_t)_{teč} \cdot e^{i\omega_t\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_t}{v_2}\right)}, \quad (3.71)$$

$$(\vec{C})_{teč} \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v_1}\right)} + (\vec{C}_r)_{teč} \cdot e^{i\omega_r\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_r}{v_1}\right)} = (\vec{C}_t)_{teč} \cdot e^{i\omega_t\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_t}{v_2}\right)}. \quad (3.72)$$

Tyto dvě rovnice lze splnit pouze tehdy, pokud se sobě rovnají argumenty harmonických funkcí, tedy pokud bude platit

$$\omega\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v_1}\right) = \omega_r\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_r}{v_1}\right) = \omega_t\left(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_t}{v_2}\right). \quad (3.73)$$

Potom je ale možné harmonickou funkcí rovnice (3.71) a (3.72) podělit a získat podmínky spojitosti tečných složek vektorových amplitud vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ :

$$(\vec{A})_{teč} + (\vec{A}_r)_{teč} = (\vec{A}_t)_{teč}, \quad (3.74)$$

$$(\vec{C})_{teč} + (\vec{C}_r)_{teč} = (\vec{C}_t)_{teč}. \quad (3.75)$$

Podívejme se blíže na důsledky, vyplývající z rovnosti argumentů harmonických funkcí (3.73). Čas a souřadnice jsou nezávislé proměnné, proto můžeme zvlášť vyšetřovat výrazy, obsahující čas a souřadnice. Porovnáním výrazů u času  $t$  dojdeme k závěru

$$\omega = \omega_r = \omega_t, \quad (3.76)$$

tedy frekvence vlny se při odrazu a lomu nemění. Dopadající a odražená vlna existují v prvním prostředí, které je charakterizované fázovou rychlostí  $v_1$ . Frekvence dopadající a odražené vlny je možné přepsat na tvar

$$\omega = \omega_r = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{v_1}{v_1} \cdot \frac{c}{c} = \frac{2\pi c}{\lambda_1 n_1}, \quad (3.77)$$

kde  $\lambda_1$  je vlnová délka v prvním prostředí, charakterizovaném indexem lomu  $n_1$ . Stejnou úpravu lze provést i pro frekvenci lomené vlny a dojít tak k závěru

$$\omega_t = \frac{2\pi c}{\lambda_2 n_2}. \quad (3.78)$$

Porovnáním dojdeme k závěru

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2, \quad (3.79)$$

ze kterého vyplývá, že v prostředí opticky hustším je vlna charakterizovaná kratší vlnovou délkou a naopak.

Pro rovnost frekvencí dopadající, odražené a lomené vlny se rovnost (3.73) redukuje na rovnost

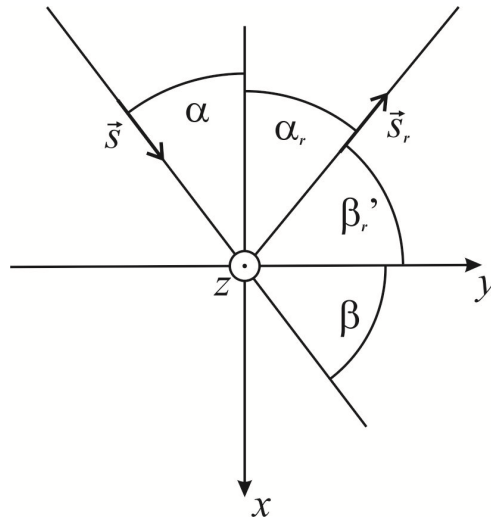
$$\frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{v_1} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_r}{v_1} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}_t}{v_2}. \quad (3.80)$$

Z rovnice (3.80) je možné odvodit zákon odrazu a zákon lomu na základě vlnové teorie. Předpokládejme, že rovina rozhraní je rovina  $x = 0$ . Kolmice k rozhraní, orientovaná do druhého prostředí, je ztotožněna s osou  $x$ . Podmínky spojitosti tečných složek vektorů intenzit  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  a tedy i následně podmínka (3.80) platí pouze v rovině rozhraní, tedy pro  $x = 0$ . Z toho vyplývá, že ve skalárních součinech ve vztahu (3.80) nevystupuje část, obsahující souřadnici  $x$ .

Porovnáním prvních dvou výrazů ve (3.80) lze odvodit zákon odrazu. Vyjděme z následujícího obr. 3.5. Kolmicí k rozhraní a jednotkovým vektorem  $\vec{s}$  ve směru šíření dopadající vlny je definována rovina dopadu. Složky vektoru  $\vec{s}$  označíme  $\cos \alpha$ ,  $\cos \beta$ ,  $\cos \gamma$  a složky jednotkového vektoru  $\vec{s}_r$  ve směru odražené vlny označíme  $\cos \alpha'_r$ ,  $\cos \beta'_r$ ,  $\cos \gamma'_r$ . Úhel  $\alpha$  je potom úhel dopadu a jako  $\alpha_r$  je označen úhel odrazu – z tohoto důvodu jsou úhly, které s kladnými směry souřadných os svírá vektor  $\vec{s}_r$  označeny jako čárkované. Fázová rychlost je pro obě vlny stejná a v rovině rozhraní proto platí podmínka

$$y \cos \beta + z \cos \gamma = y \cos \beta'_r + z \cos \gamma'_r. \quad (3.81)$$





Obr. 3.5: K odvození zákona odrazu.

V ortogonálním souřadném systému lze nezávisle porovnávat výrazy u jednotlivých souřadnic. Pro úhel  $\gamma$  platí, že  $\gamma = \frac{\pi}{2}$ , tedy  $\cos \gamma = 0$ . Porovnáním výrazů u souřadnice  $z$  dojdeme k závěru, že i  $\cos \gamma_r' = 0$  a tedy  $\gamma_r' = \frac{\pi}{2}$ . Tedy i odražená vlna se šíří v rovině dopadu.

Porovnáme-li výrazy u souřadnice  $y$ , získáme závěr

$$\cos \beta = \cos \beta_r' . \quad (3.82)$$

Protože ale  $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  a  $\beta_r' = \frac{\pi}{2} - \alpha_r$ , docházíme k závěru

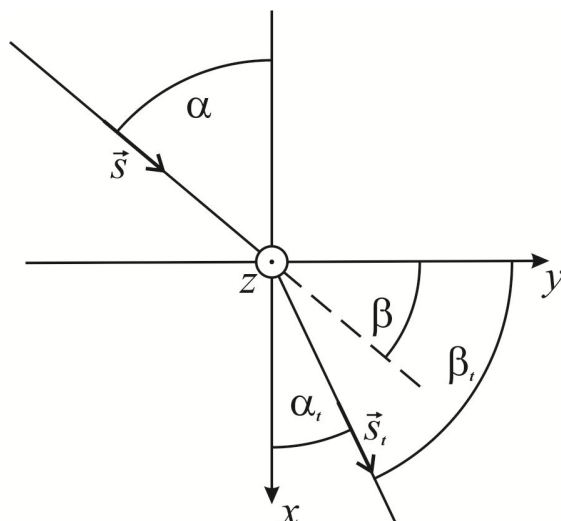
$$\alpha = \alpha_r , \quad (3.83)$$

což je známý tvar zákona odrazu z paprskové optiky.

Porovnejme nyní první a třetí člen rovnosti (3.80). V rovině rozhraní získáme vztah

$$\frac{y \cos \beta + z \cos \gamma}{v_1} = \frac{y \cos \beta_t + z \cos \gamma_t}{v_2} , \quad (3.84)$$

kde  $\cos \alpha_t$ ,  $\cos \beta_t$ ,  $\cos \gamma_t$  jsou složky jednotkového vektoru  $\vec{s}_t$  ve směru šíření lomené vlny (obr. 3.6).



Obr. 3.6: K odvození zákona lomu.

Porovnáme-li výrazy u souřadnice  $z$ , dojdeme k závěru, že také  $\cos \gamma_t = 0$  a tedy  $\gamma_t = \frac{\pi}{2}$ . To znamená, že i lomená vlna se šíří v rovině dopadu. A porovnáme-li nakonec výrazy u souřadnice  $y$ , dostaneme rovnici

$$\frac{\cos \beta}{v_1} = \frac{\cos \beta_t}{v_2}. \quad (3.85)$$

Protože ale (viz obr. 3.6)  $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$  a  $\beta_t = \frac{\pi}{2} - \alpha_t$ , dostaneme z (3.85) po vynásobení této rovnice rychlostí světla  $c$  výsledek

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \alpha_t, \quad (3.86)$$

tedy opět známý tvar zákona lomu.

Protože zákon odrazu říká, že  $\alpha_r = \alpha$ , je vhodnější zavést nová označení úhlů dopadu, odrazu a lomu. Zavádíme  $\alpha = \alpha_r = \alpha_1$  a  $\alpha_t = \alpha_2$ . Zákon lomu pak zapisujeme ve tvaru

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2. \quad (3.87)$$

### 3.1.4.1 Amplitudy odražené a lomené vlny – Fresnelovy vzorce

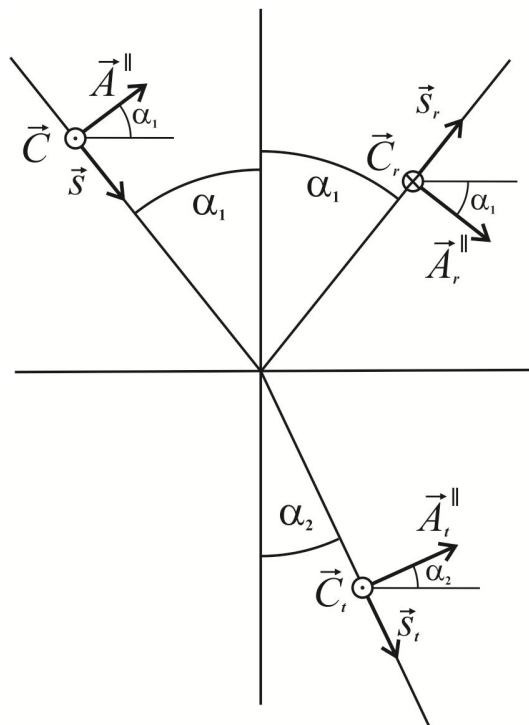
Fresnelovy vzorce jsou vztahy, které umožňují vypočítat amplitudy vektoru elektrické intenzity  $\vec{E}$  odražené a lomené vlny na základě znalosti amplitudy vektoru  $\vec{E}$  vlny dopadající, úhlu dopadu  $\alpha_1$  a indexů lomu obou prostředí (ze zákona lomu pak vypočítáme úhel lomu  $\alpha_2$ ). Při výpočtu těchto amplitud se využívá podmínek spojitosti tečných složek amplitud vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ , které jsou dány vztahy (3.74) a (3.75).

Je zřejmé, že pokud jsme schopni vypočítat amplitudy vektoru  $\vec{E}$  odražené a lomené vlny, jsme schopni provádět úvahy o množství energie, přenášené těmito vlnami, vzhledem k energii vlny dopadající, tedy úvahy, které jsou nad rámec paprskové optiky.

Pro obecnost předpokládejme, že dopadající vlna je elipticky polarizovaná. Každou elipticky polarizovanou vlnu ale můžeme rozložit na dvě vlny lineárně polarizované v rovinách k sobě kolmých a dále vyšetřovat chování pouze těchto lineárně polarizovaných vln. Jako vzájemně kolmé roviny pak volíme rovinu dopadu a rovinu k ní kolmou. Vyšetřujeme tedy tyto dva případy:

a) Dopadající vlna je lineárně polarizovaná, vektor  $\vec{E}$  leží v rovině dopadu.

Situace je znázorněná na obr. 3.7. Amplitudy vektoru  $\vec{E}$  jsou označeny jako  $\vec{A}^{\parallel}$ , amplitudy vektoru  $\vec{H}$  jsou označeny jako  $\vec{C}$ . Orientaci amplitud vektoru  $\vec{E}$  volíme a při orientaci amplitud vektoru  $\vec{H}$  využíváme skutečnosti, že vektory  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  a  $\vec{s}$  a tedy i vektory  $\vec{A}^{\parallel}$ ,  $\vec{C}$  a  $\vec{s}$  tvoří ortogonální pravotočivý systém.



Obr. 3.7: K odvození Fresnelových vzorců v rovině dopadu

Podmínky spojitosti (3.74) a (3.75) platí pouze pro tečné složky amplitud. Proto musíme, pokud je to třeba, provádět projekce amplitud do směru rozhraní. Pak lze uvedené podmínky spojitosti psát ve tvaru

$$A^{\parallel} \cos \alpha_1 + A_r^{\parallel} \cos \alpha_1 = A_t^{\parallel} \cos \alpha_2 \quad (3.88)$$

a

$$C - C_r = C_t, \quad (3.89)$$

kde ve druhém vztahu je pomocí znaménka "-" zohledněna opačná orientace amplitud  $C$  a  $C_r$ .

Amplitudy vektoru magnetické intenzity lze ale převést na amplitudy vektoru elektrické intenzity pomocí obecného vztahu  $C = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} A$ , který lze pro nemagnetické prostředí přepsat na tvar

$$C = n \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} A. \quad (3.90)$$

Potom (3.89) přechází na tvar

$$n_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} A^{\parallel} - n_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} A_r^{\parallel} = n_2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} A_t^{\parallel}. \quad (3.91)$$

Rovnice (3.88) a (3.91) nám pak dávají soustavu dvou rovnic o dvou neznámých  $A_r^{\parallel}$ ,  $A_t^{\parallel}$ . Upravme si je tak, že rovnici (3.88) podělíme  $\cos \alpha_1$  a rovnici (3.91) podělíme odmocninou, indexem lomu  $n_1$  a získaný poměr  $\frac{n_2}{n_1}$  si vyjádříme pomocí zákona lomu. Obdržíme tak soustavu rovnic

$$A^{\parallel} + A_r^{\parallel} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \cdot A_t^{\parallel}, \quad (3.92)$$

$$A^{\parallel} - A_r^{\parallel} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \cdot A_t^{\parallel}. \quad (3.93)$$

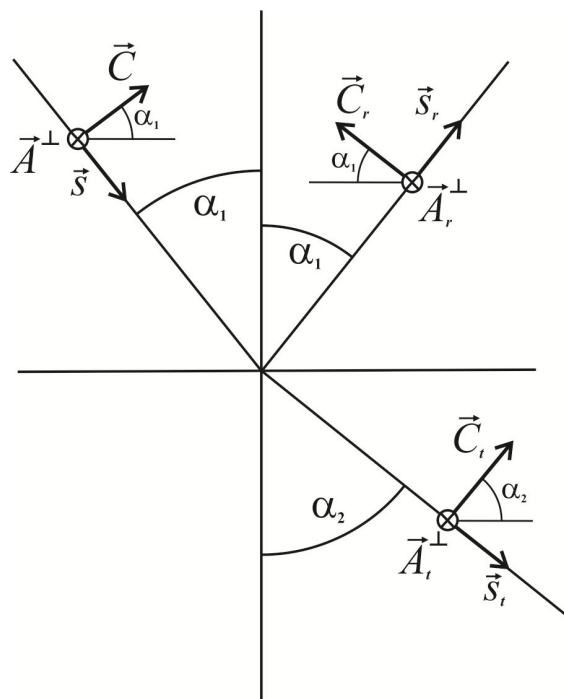
Pak ale stačí pro získání vztahu pro  $A_r^{\parallel}$  rovnice (3.92) a (3.93) podělit a pro získání vztahu pro  $A_t^{\parallel}$  je sečíst. Po úpravě lze výsledky obdržet ve tvaru

$$A_r^{\parallel} = -\frac{\tan(\alpha_1 - \alpha_2)}{\tan(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot A^{\parallel}, \quad (3.94)$$

$$A_t^{\parallel} = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)} \cdot A^{\parallel}. \quad (3.95)$$

b) Dopadající vlna je lineárně polarizovaná, vektor  $\vec{E}$  leží v rovině kolmé k rovině dopadu.

Tato situace je zakreslena na obr. 3.8. Amplitudy vektoru  $\vec{E}$  jsou označeny jako  $\vec{A}^{\perp}$ , ostatní značení zůstává stejné, jako v případě a).



Obr. 3.8: K odvození Fresnelových vzorců v rovině kolmé k rovině dopadu

Podmínky spojitosti tečných složek amplitud je možné získat ve tvaru

$$A^\perp + A_r^\perp = A_t^\perp, \quad (3.96)$$

$$C \cos \alpha_1 - C_r \cos \alpha_1 = C_t \cos \alpha_2. \quad (3.97)$$

Rovnici (3.97) opět pomocí vztahu (3.90) převedeme na amplitudy vektoru elektrické intenzity, podělíme odmocninou  $\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}$ , podělíme  $\cos \alpha_1$ , podělíme  $n_1$  a poměr  $\frac{n_2}{n_1}$  vyjádříme pomocí zákona lomu. Rovnice přejde na tvar

$$A^\perp - A_r^\perp = \frac{\sin \alpha_1 \cos \alpha_2}{\sin \alpha_2 \cos \alpha_1} \cdot A_t^\perp. \quad (3.98)$$

Z rovnic (3.96) a (3.98) lze opět po jejich podělení získat vztah pro výpočet  $A_r^\perp$  a po jejich sečtení vztah pro  $A_t^\perp$ :

$$A_r^\perp = -\frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot A^\perp, \quad (3.99)$$

$$A_t^\perp = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)} \cdot A^\perp. \quad (3.100)$$

Vztahy (3.94), (3.95), (3.99) a (3.100) tvoří soubor Fresnelových vzorců. Všechny byly odvozeny v takovém schématu, že mají-li amplitudy vektoru  $\vec{E}$  odražené a lomené vlny stejná znaménka, jako amplitudy vlny dopadající, pak odražená a lomená vlna jsou ve fázi s vlnou dopadající. Lomená vlna je ve fázi s vlnou dopadající vždy. Pokud amplituda vektoru  $\vec{E}$  odražené vlny má opačné znaménko, než amplituda vlny dopadající, říkáme, že došlo k odrazu s opačnou fází.

V případě kolmého dopadu (dopadu pod malými úhly  $\alpha_1$ ) platí: Na rozhraní prostředí opticky hustšího a řidšího, tedy v případě  $n_1 > n_2$ , je odražená vlna ve fázi s vlnou dopadající. Naopak na rozhraní prostředí řidšího a hustšího,  $n_1 < n_2$ , dochází k odrazu s opačnou fází.

### 3.1.4.2 Odraznost a propustnost rozhraní

Jedná se o výpočet poměrů při transformaci energie na rozhraní – poměrů energií, které přenáší odražená a lomená vlna k energii přenášené vlnou dopadající. Odraznost bude označována  $R$ , propustnost  $T$ .

Při výpočtu celkové energie, přenášené monochromatickou rovinnou vlnou za jednotku času musíme intenzitu  $I$  vlny vynásobit plochou jejího čela. Proto lze psát, že odraznost je definována vztahem

$$R = \frac{I_r \cdot S_r}{I \cdot S}, \quad (3.101)$$

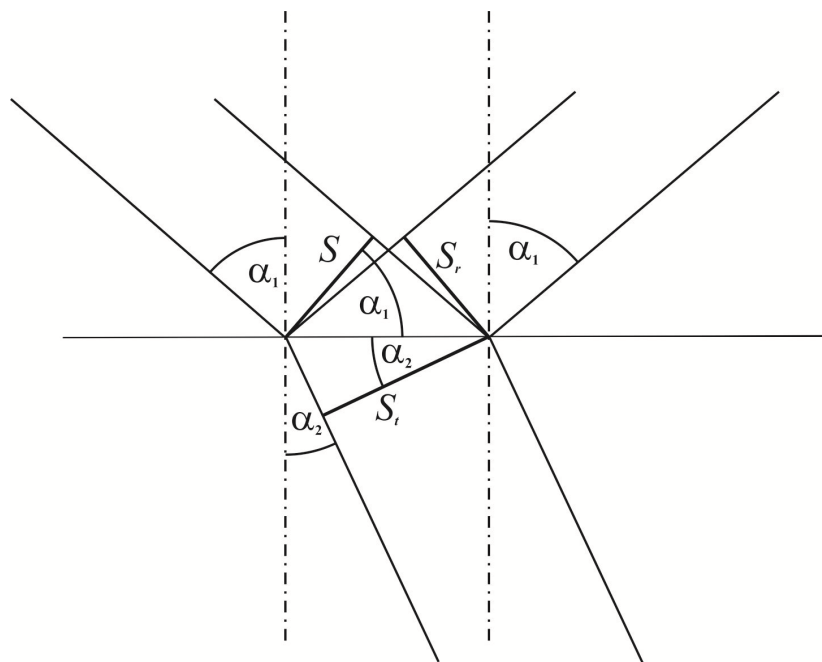
kde  $I$  a  $I_r$  jsou intenzity vlny dopadající a vlny odražené,  $S$  je plocha čela vlny dopadající a  $S_r$  je plocha čela vlny lomené, která vznikla transformací plochy čela vlny dopadající při odrazu na rozhraní.

Z obr. 3.9 je ale zřejmé, že při odrazu je plocha čela vlny odražené stejná, jako plocha čela vlny dopadající. Dosadíme-li dále do (3.101) obecně za intenzitu vztah

$$I = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot A^2, \quad (3.102)$$

kde  $A$  je amplituda vektoru elektrické intenzity  $\vec{E}$  (viz kap. 3.1.2.4), dostaneme při zahrnutí skutečnosti, že dopadající a odražená vlna existují v jednom prostředí s indexem lomu  $n_1$  výsledek

$$R = \frac{A_r^2}{A^2}. \quad (3.103)$$



Obr. 3.9: K odvození odraznosti a propustnosti rozhraní.

Zavedeme-li koeficient odraznosti  $r$  vztahem

$$r = \frac{A_r}{A}, \quad (3.104)$$

můžeme psát

$$R = r^2. \quad (3.105)$$

Ze závěrů předchozí kapitoly je zřejmé, že jsme schopni určit vztahy pro odraznost, dopadá-li na rozhraní lineárně polarizovaná vlna a vektor  $\vec{E}$  leží v rovině dopadu nebo v rovině k ní kolmé. Pak pro odraznost  $R^{\parallel}$  v rovině dopadu s využitím Fresnelova vzorce (3.94) platí, že

$$R^{\parallel} = (r^{\parallel})^2, \text{ kde } r^{\parallel} = \frac{A_r^{\parallel}}{A^{\parallel}} = -\frac{\tan(\alpha_1 - \alpha_2)}{\tan(\alpha_1 + \alpha_2)} \quad (3.106)$$

a pro odraznost  $R^{\perp}$  v rovině kolmé obdobně s využitím Fresnelova vzorce (3.99) dostaneme

$$R^{\perp} = (r^{\perp})^2, \text{ kde } r^{\perp} = \frac{A_r^{\perp}}{A^{\perp}} = \frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}. \quad (3.107)$$

Pro propustnost rozhraní  $T$  platí vztah

$$T = \frac{I_t \cdot S_t}{I \cdot S}. \quad (3.108)$$

Z obr. 3.9 je ale zřejmé, že lomem se plocha čela vlny transformuje podle zákona

$$\frac{S_t}{S} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}. \quad (3.109)$$

Použijeme-li pro vyjádření intenzit vln vztah (3.102), můžeme psát

$$T = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \cdot \frac{A_t^2}{A^2}, \quad (3.110)$$

kam můžeme vztahem

$$t = \frac{A_t}{A} \quad (3.111)$$

zavést koeficienty propustnosti  $t$ . Je zřejmé, že i zde pomocí Fresnelových vzorců (3.95) a (3.100) můžeme blíže definovat propustnosti  $T^{\parallel}$  v rovině dopadu a  $T^{\perp}$  v rovině kolmé k rovině dopadu pomocí koeficientů propustnosti  $t^{\parallel}$  a  $t^{\perp}$ :

$$T^{\parallel} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \cdot (t^{\parallel})^2, \text{ kde } t^{\parallel} = \frac{A_t^{\parallel}}{A^{\parallel}} = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}, \quad (3.112)$$

$$T^{\perp} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \cdot (t^{\perp})^2, \text{ kde } t^{\perp} = \frac{A_t^{\perp}}{A^{\perp}} = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}. \quad (3.113)$$

Pro odraznost a propustnost rozhraní platí ze zákona zachování energie vztah

$$R + T = 1 \quad (3.114)$$

a ten platí i pro lineárně polarizované vlny v rovině dopadu a v rovině k ní kolmé. Platí tedy i vztahy

$$R^{\parallel} + T^{\parallel} = 1 \quad \text{a} \quad R^{\perp} + T^{\perp} = 1. \quad (3.115)$$

Praktický smysl (3.115) je zřejmý. Protože při výpočtu odraznosti rozhraní potřebujeme znát jen koeficienty odraznosti, počítáme často jen odraznosti  $R^{\parallel}$ ,  $R^{\perp}$  a propustnosti  $T^{\parallel}$ ,  $T^{\perp}$  se počítají jako doplněk do jedné.

## 3.2 Difrakce (ohyb) světla

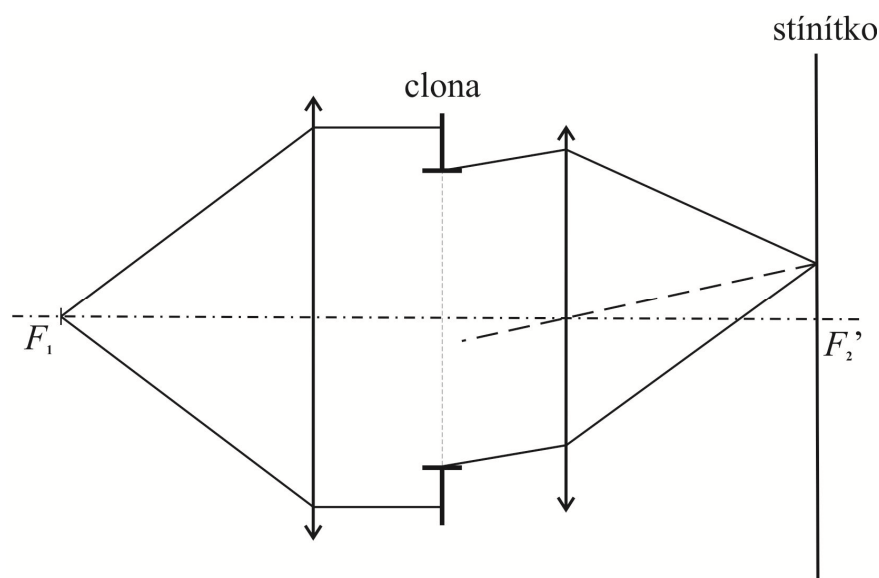
Jestliže do dráhy šíření světla (monochromatického) bude vložena překážka, jejíž rozměry jsou srovnatelné s vlnovou délkou světla, nastává jev, kdy se světlo dostává za hranice geometrického stínu – dochází k difrakci (ohybu) světla.

Fyzikálně říkáme, že ohyb je důsledkem lokálního omezení amplitudy nebo fáze světelné vlny na její vlnoploše. Protože každá optická soustava omezuje množství světla, které do ní vstupuje, uplatní se u ní také ohyb. Dokážeme, že právě ohybové jevy omezují maximálně dosažitelnou výkonnost optických soustav, tedy soustav s nulovými geometrickými aberacemi.

Překážky, na kterých dochází k ohybu, mohou být i jiné, než klasické otvory v optických soustavách (clony). K těmto překážkám patří např. různé terčíky, drát, hrana, ale třeba i zrcadlo, pokud realizuje uvedené lokální omezení amplitudy na vlnoploše. Skutečností ale zůstává, že nás budou nejvíce zajímat ohybové jevy na clonách.

Ohybové jevy v zásadě dělíme na dva druhy – na ohybové jevy Fraunhoferovy a Fresnelovy:

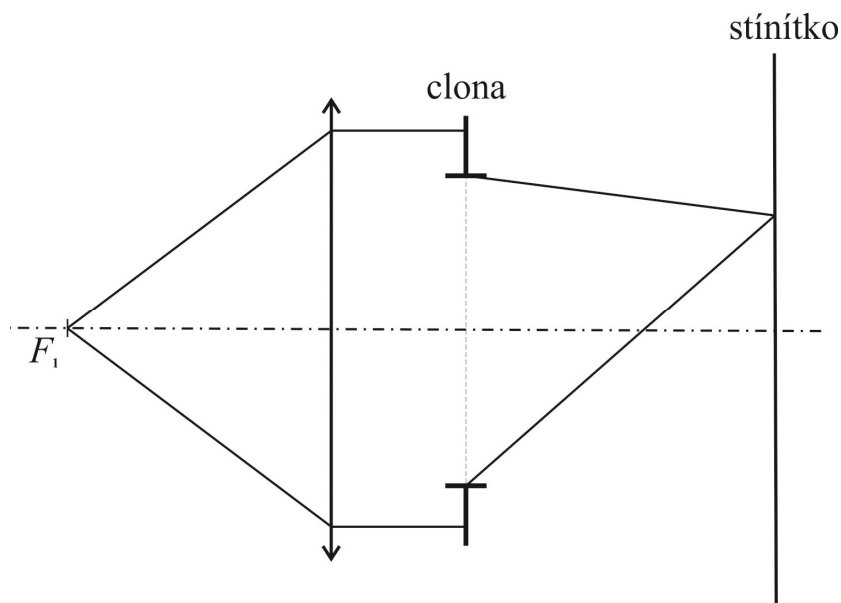
- 1) Fraunhoferovy ohybové jevy. Jsou to ohybové jevy v rovnoběžných svazcích, kdy danou překážku osvětlujeme rovinnou vlnou (zdroj světla je v nekonečnu) a vzniklý difrakční obrazec pozorujeme rovněž v nekonečné vzdálenosti od překážky. Možné experimentální uspořádání pro pozorování Fraunhoferových ohybových jevů je uvedeno na obr. 3.10. V případě Fraunhoferových ohybových jevů je difrakční obrazec podobný zdroji světla – mluví se o ohybovém obrazce zdroje.



Obr. 3.10: Schéma experimentálního uspořádání pro Fraunhoferovy ohybové jevy.



- 2) Fresnelovy ohybové jevy. Jedná se o ohybové jevy ve sbíhavých svazcích, tedy zdroj světla nebo místo, ve kterém ohybové jevy pozorujeme, nebo oboje se nachází v konečné vzdálenosti od překážky. Jedno z možných schémat pro realizaci Fresnelových ohybových jevů je uvedeno na obr. 3.11. To, co je pozorováno, pak není obraz zdroje, ale obraz překážky.



Obr. 3.11: Schéma experimentálního uspořádání pro realizaci Fresnelových ohybových jevů.

Pro exaktní řešení ohybových jevů by bylo potřeba řešení za definovaných hraničních podmínek šest složkových vlnových rovnic pro složky vektorů  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ . Pokud se ale omezíme na použití nepolarizovaného světla, stačí řešit pouze jednu složkovou rovnici. Pokud nás navíc zajímá jen rozložení intenzity  $I$  v ohybovém obrazci, můžeme se v řešení omezit jen na příslušnou složku komplexní amplitudy  $U(\vec{r})$  složky  $u(\vec{r}, t)$  vektoru elektrické intenzity  $\vec{E}$ . Pro intenzitu  $I$  potom platí vztah

$$I = K \cdot A^2 = K \cdot |U(\vec{r})|^2, \quad (3.116)$$

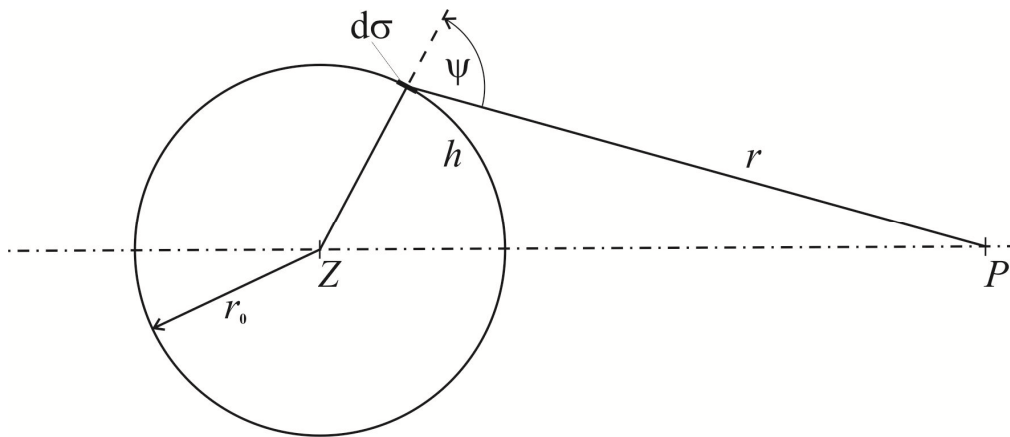
kde  $A$  je amplituda uvažované složky vektoru  $\vec{E}$ .

Řešení ohybových jevů je matematicky relativně složitý problém. Zjednodušeně si ale toto řešení můžeme přiblížit pomocí využití Huygensova – Fresnelova principu, tedy Huygensova principu doplněného o Fresnelovo rozšíření. Huygensův princip říká, že v homogenním izotropním prostředí každý bod bod prostoru, do kterého dorazila světelná vlna (primární vlna), se stává středem nové (sekundární) kulové vlny. Fresnel později určil bližší vlastnosti sekundárních vln – každý plošný element  $d\sigma$  čela primární vlny je zdrojem sekundární kulové vlny, jejíž amplituda je úměrná plošnému elementu a amplitudě primární vlny. Na základě tohoto doplnění můžeme určit komplexní amplitudu v bodě  $P$  na obr. 3.12.

Na obr. 3.12 je  $Z$  zdroj primární sférické vlny o poloměru  $r_0$ . Komplexní amplitudu na této vlnoploše můžeme vyjádřit ve tvaru

$$U(r_0) = A \cdot \frac{e^{-ikr_0}}{r_0}, \quad (3.117)$$

kde  $A$  je amplituda vlny v jednotkové vzdálenosti od zdroje.



Obr. 3.12: K Huygensovu – Fresnelovu principu.

Plošný element  $d\sigma$  primární sférické vlnoplochy pak přispívá ke komplexní amplitudě v bodě  $P$  hodnotou

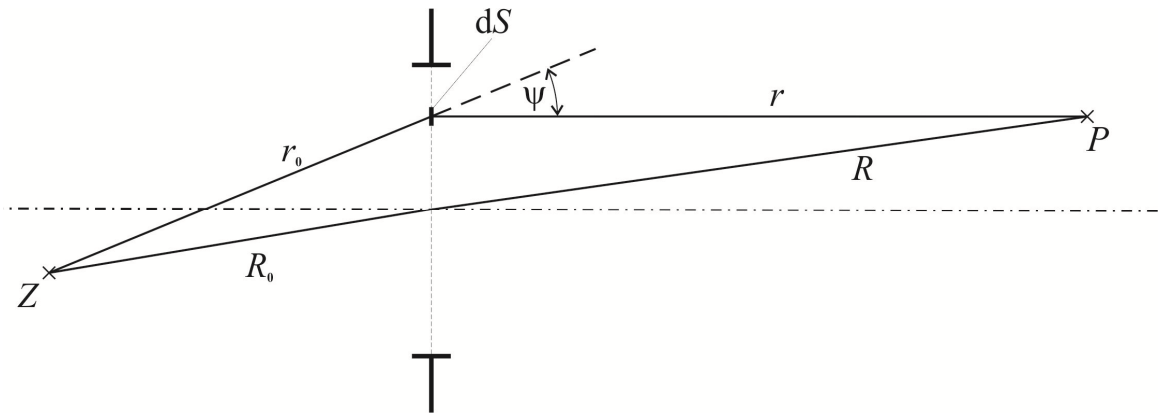
$$dU(P) = A \cdot \frac{e^{-ikr_0}}{r_0} \cdot d\sigma \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot B(\psi), \quad (3.118)$$

kde koeficient  $B(\psi)$  popisuje závislost amplitudy sekundární vlny v závislosti na úhlu  $\psi$  mezi uvažovaným směrem a normálou k vlnoploše primární vlny. Komplexní amplituda v bodě  $P$  je pak dána integrací přes vlnoplochu primární vlny:

$$U(P) = A \cdot \frac{e^{-ikr_0}}{r_0} \cdot \iint_{\sigma} B(\psi) \frac{e^{-ikr}}{r} d\sigma. \quad (3.119)$$

Z těchto závěrů je zřejmé, že v Huygensově – Fresnelově principu je úloha o přímém šíření primární vlny z bodu  $Z$  do bodu  $P$  nahrazena úlohou o superpozici sekundárních vln, jejichž zdroje jsou spojitě rozložené na povrchu primární vlnoplochy. Uvedené závěry jsou prakticky potvrzeny.

Nastíníme jednoduchou názornou aplikaci Huygensova – Fresnelova principu pro řešení ohybových jevů na otvoru, který je osvětlený bodovým zdrojem. Taková situace je znázorněna na obr. 3.13. Předpokládejme, že spojnice zdroje  $Z$  a bodu  $P$ , ve kterém hledáme komplexní amplitudu v difrakčním obrazci, prochází v těsné blízkosti středu kruhového otvoru a že rozměry otvoru jsou značně menší, než vzdálenosti zdroje  $Z$  od středu otvoru (vzdálenost  $R_0$ ) a vzdálenost středu otvoru od bodu  $P$ . Kromě toho dále předpokládejme, že bodový zdroj  $Z$  se nachází v blízkosti osy otvoru.



Obr. 3.13: K řešení ohybových jevů.

Aplikujeme-li Huygensův – Fresnelův princip na elementy různých primárních vlnoploch, přičemž tyto elementy leží v rovině otvoru, můžeme pro příspěvky ke komplexní amplitudě v bodě  $P$  od elementů  $dS$  plochy otvoru analogicky ke vztahu (3.118) psát

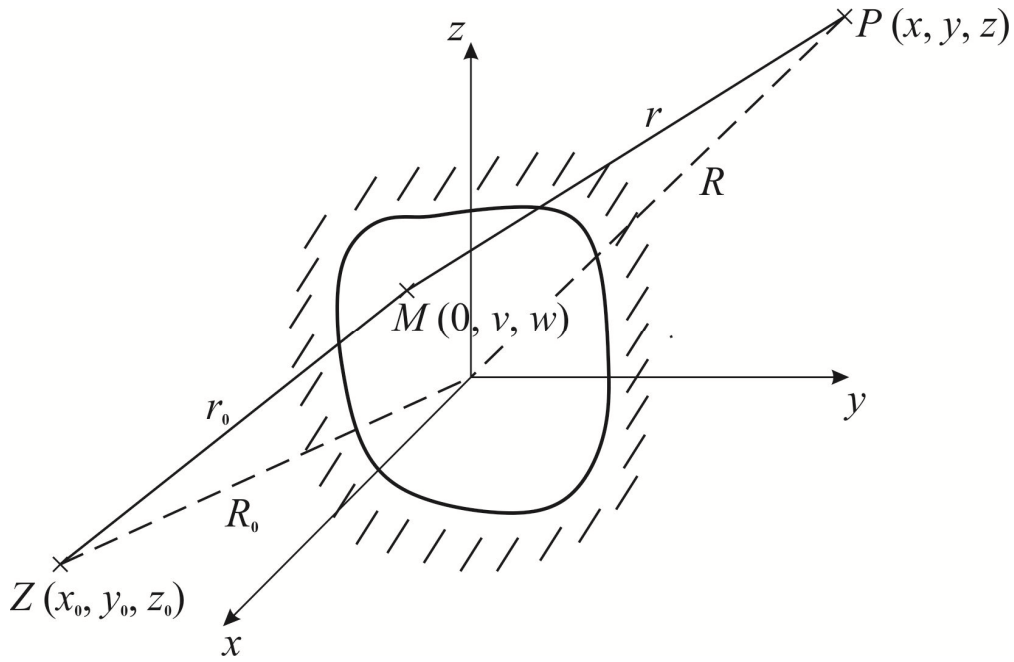
$$dU(P) = AB(\psi) \cdot \frac{e^{-ikr_0}}{r_0} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot dS, \quad (3.120)$$

kde je nutno vzít v úvahu, že vzdálenost  $r_0$  už není konstantní a závisí na poloze plošného elementu  $dS$ . Pokud předpokládáme, že komplexní amplituda  $U(P)$  je superpozicí pouze takových sekundárních vln, jejichž zdroje leží v ploše otvoru  $S$ , pak výslednou komplexní amplitudu v bodě  $P$  lze opět vypočítat integrací

$$U(P) = A B(\psi_0) \cdot \iint_S \frac{e^{-ik(r_0+r)}}{r_0 r} \cdot dS. \quad (3.121)$$

V posledním vztahu bylo zohledněno, že při relativně malých rozměrech otvoru vzhledem ke vzdálenostem  $R_0$  a  $R$  se koeficienty  $B(\psi)$  v ploše otvoru jen velice málo mění a mohou být nahrazeny střední hodnotou  $B(\psi_0)$ .

Integrál (3.121) zahrnuje jak Fraunhoferovy, tak i Fresnelovy jevy. Podívejme se, jak se tyto jevy dají separovat matematicky. Na obr. 3.14 je nakreslen otvor, ležící v rovině  $yz$ . Otvor je osvětlen bodovým zdrojem  $Z$  o souřadnicích  $x_0, y_0, z_0$  a souřadnice bodu  $P$  označíme  $x, y, z$ . Souřadnice bodů  $M$  plochy otvoru jsou  $0, v, w$ .



Obr. 3.14: K rozboru Fraunhoferových a Fresnelových ohybových jevů.

Můžeme si vyjádřit kvadráty vzdáleností  $r_0$  a  $r$ :

$$\begin{aligned} r_0^2 &= x_0^2 + (y_0 - v)^2 + (z_0 - w)^2 = R_0^2 - 2(y_0 v + z_0 w) + v^2 + w^2, \\ r^2 &= x^2 + (y - v)^2 + (z - w)^2 = R^2 - 2(yv + zw) + v^2 + w^2, \end{aligned} \quad (3.122)$$

kde bylo použito, že  $R_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$  a  $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ . Pro malé rozměry otvoru vzhledem k  $R_0$  a  $R$  je výhodné velké hodnoty  $R_0^2$  a  $R^2$  vytknout, tedy psát (3.122) ve tvaru

$$\begin{aligned} r_0^2 &= R_0^2 \cdot \left( 1 - 2 \frac{y_0 v + z_0 w}{R_0^2} + \frac{v^2 + w^2}{R_0^2} \right), \\ r^2 &= R^2 \cdot \left( 1 - 2 \frac{yv + zw}{R^2} + \frac{v^2 + w^2}{R^2} \right) \end{aligned} \quad (3.123)$$

a výrazy v kulatých závorkách odmocnit pomocí binomické věty. Pokud se omezíme na členy obsahující maximálně druhé mocniny rozměrů otvoru, tedy na členy řádově  $v^2$  a  $w^2$ , můžeme psát

$$\begin{aligned} r_0 &= R_0 \left[ 1 - \frac{y_0 v + z_0 w}{R_0^2} + \frac{v^2 + w^2}{2R_0^2} - \frac{(y_0 v + z_0 w)^2}{2R_0^4} + \dots \right], \\ r &= R \left[ 1 - \frac{yv + zw}{R^2} + \frac{v^2 + w^2}{2R^2} - \frac{(yv + zw)^2}{2R^4} + \dots \right]. \end{aligned} \quad (3.124)$$

Po roznásobení hranatých závorek vzdálenostmi  $R_0$  a  $R$  a po zavedení označení

$$\frac{y_0}{R_0} = \beta_0, \quad \frac{z_0}{R_0} = \gamma_0, \quad \frac{y}{R} = \beta, \quad \frac{z}{R} = \gamma \quad (3.125)$$

můžeme finálně psát

$$r_0 = R_0 - (\beta_0 v + \gamma_0 w) + \frac{v^2 + w^2}{2R_0} - \frac{(\beta_0 v + \gamma_0 w)^2}{2R_0} + \dots,$$

$$r = R - (\beta v + \gamma w) + \frac{v^2 + w^2}{2R} - \frac{(\beta v + \gamma w)^2}{2R} + \dots \quad (3.126)$$

Výsledky (3.126) můžeme nyní sečíst a přepsat do tvaru

$$r_0 + r = R_0 + R + \phi(v, w), \quad (3.127)$$

kde

$$\begin{aligned} \phi(v, w) = & -[(\beta_0 + \beta)v + (\gamma_0 + \gamma)w] + \frac{v^2 + w^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R}\right) - \\ & - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(\beta_0 v + \gamma_0 w)^2}{R_0} + \frac{(\beta v + \gamma w)^2}{2R}\right] + \dots \end{aligned} \quad (3.128)$$

Potom

$$e^{-ik(r_0 + r)} = e^{-ik(R_0 + R)} \cdot e^{-ik\phi(v, w)}, \quad (3.129)$$

kde první výraz na pravé straně je konstanta.

Součin  $r_0 r$  ve vzorci (3.121) lze za uvedených podmínek relativně malého otvoru vzhledem ke vzdálenostem  $R_0, R$  nahradit střední hodnotou. Pokud počátek souřadného systému leží v blízkosti středu otvoru, pak platí

$$r_0 r \approx R_0 R = \text{konst.} \quad (3.130)$$

Pak ale integrál (3.121) se zjednoduší na tvar

$$U(P) = A B(\psi_0) \frac{e^{-ik(R_0 + R)}}{R_0 R} \cdot \iint_S e^{-ik\phi(v, w)} \cdot dv dw. \quad (3.131)$$

Výraz před integrálem je komplexní konstanta, označme ji  $B$ . Vzorec pro výpočet komplexní amplitudy v ohybovém obrazci tak získá finální podobu

$$U(P) = B \cdot \iint_S e^{-ik\phi(v, w)} \cdot dv dw \quad (3.132)$$

a v té bude dále používán.

Pro Fraunhoferovy ohybové jevy platí podmínka

$$\frac{1}{R_0}, \frac{1}{R} \rightarrow 0. \quad (3.133)$$

Potom ale

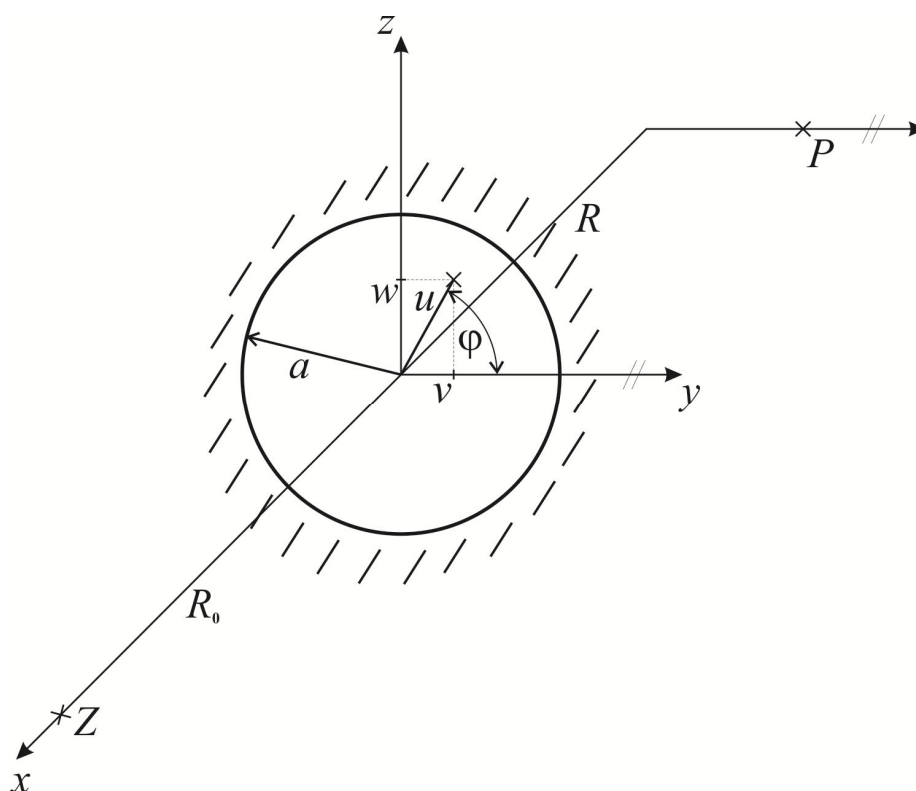
$$\phi(v, w) = -[(\beta_0 + \beta)v + (\gamma_0 + \gamma)w], \quad (3.134)$$

což je hledané matematické vymezení Fraunhoferových ohybových jevů. Pokud se při řešení konkrétní ohybové úlohy můžeme omezit ve vztahu pro  $\phi(v, w)$  pouze na část, popsanou vzorcem (3.134), jedná se o Fraunhoferovy ohybové jevy. Pokud ale započítání dalších členů v rozvoji (3.128) ovlivňuje výsledky a je tedy nutné další členy tohoto rozvoje použít, jedná se o ohybové jevy Fresnelovy.

### 3.2.1 Fraunhoferovy ohybové jevy na kruhovém otvoru

Ukazuje se, že výkonnost optických soustav je nejčastěji omezena Fraunhoferovými ohybovými jevy na kruhovém otvoru – cloně otvorové. Toto platí např. pro objektivy dalekohledů, které slouží pro pozorování předmětů v praktickém nekonečnu a kde clona otvorová je nejčastěji objímkou první optické plochy objektivu. U fotografických objektivů je clona otvorová realizována irisovou clonou, která se v praxi umísťuje do takového místa v optické soustavě objektivu, ve kterém jsou jednotlivé body předmětu zobrazovány rovnoběžnými svazky paprsků. Bylo již uvedeno, že i objektiv mikroskopu si můžeme schématicky znázornit takovou konstrukcí, že i zde je clona otvorová umístěna v rovnoběžných paprskových svazcích atd. Proto má řešení Fraunhoferových ohybových jevů na kruhovém otvoru zásadní význam.

Uvažujme (obr. 3.15) kruhový otvor o poloměru  $a$ , umístěný v rovině  $yz$  a střed otvoru je totožný s počátkem souřadného systému. Otvor je osvětlený bodovým zdrojem  $Z$ , ležícím na ose  $x$  ve vzdálenosti  $R_0$  od počátku souřadného systému. Ohybový obrazec je vyhodnocován v rovině kolmé na osu  $x$ , rovnice této roviny je  $x = -R$ . Předpokládáme, že všechny body  $P$  leží v této rovině v těsné blízkosti osy  $x$ , proto  $R$  můžeme zároveň považovat za vzdálenost všech bodů  $P$  od počátku souřadného systému.



Obr. 3.15: K řešení Fraunhoferových ohybových jevů na kruhovém otvoru.

Uspořádání podle obr. 3.15 je válcově symetrické. Proto stačí vyšetřovat komplexní amplitudu v ohybovém obrazci pouze v bodech, které v rovině  $x = -R$  leží na polopřímce s počátkem na ose  $x$ . Nechť touto polopřímkou je kladný směr osy  $y$ .

Za uvedených podmínek platí, že  $\beta_0 = \gamma_0 = 0$  a také  $\gamma = 0$ . Funkce  $\phi(v, w)$  pak dostává tvar

$$\phi(v, w) = -\beta v \quad (3.135)$$

a řešíme tedy ohybový integrál

$$U(P) = B \cdot \iint_S e^{ik\beta v} dv dw. \quad (3.136)$$

V případě kruhového otvoru je výhodné řešení problému v polárních souřadnicích  $u, \varphi$ , zavedených vztahy

$$v = u \cos \varphi, \quad w = u \sin \varphi \quad (3.137)$$

a pro plošný element platí

$$dv dw = u du d\varphi. \quad (3.138)$$

Po dosazení mezí tedy řešíme integrál

$$U(P) = B \cdot \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{ik\beta u \cos \varphi} u du d\varphi. \quad (3.139)$$

V řešení tohoto integrálu je vhodné využít substituce

$$q = \left(\frac{u}{a}\right)^2 \Rightarrow dq = \frac{2u du}{a^2} \text{ a tedy } u du = \frac{a^2}{2} dq \text{ a } u = a\sqrt{q}. \quad (3.140)$$

Potom (3.139) přechází na tvar

$$U(P) = B \frac{a^2}{2} \cdot \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{ik\beta a\sqrt{q} \cos \varphi} dq d\varphi. \quad (3.141)$$

Výrazem

$$k\beta a = \tau \quad (3.142)$$

se zavádí nový parametr úlohy a vzhledem k němu se úloha řeší. Integrál (3.141) se řeší pomocí řad a můžeme jej psát ve tvaru

$$U(P) = B\pi a^2 \cdot \frac{{}_2J_1(\tau)}{\tau}, \quad (3.143)$$

kde

$$J_1(\tau) = \frac{\tau}{2} \left( 1 - \frac{\tau^2}{2^2 \cdot 2} + \frac{\tau^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 3} - \frac{\tau^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 4} + \dots \right) \quad (3.144)$$

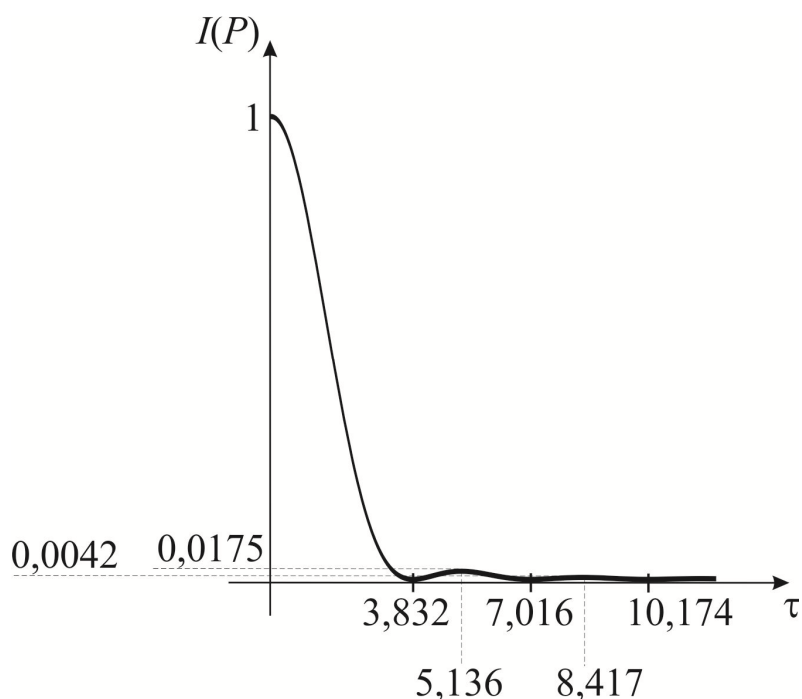
je Besselova funkce 1. druhu a 1. řádu a  $\pi a^2$  je plocha kruhového otvoru  $S$ .

Rozložení intenzity v ohybovém obrazci je potom řízeno funkcí

$$I(P) = K|U(P)|^2 = K|B|^2 S^2 \cdot \left[ \frac{{}_2J_1(\tau)}{\tau} \right]^2, \quad (3.145)$$

kde  $K|B|^2 S^2$  je intenzita světla  $I_0$  na ose  $x$ , tedy ve středu ohybového obrazce, jak je zřejmé např. ze vztahu (3.141) pro  $\beta = 0$ .

Protože nás zajímají pouze vzájemné poměry v rozložení intenzity světla v ohybovém obrazci, můžeme v další analýze položit  $I_0 = 1$ . Intenzita  $I(P)$  je pak plně popsána funkcí  $\left[\frac{2J_1(\tau)}{\tau}\right]^2$  a tato funkce je graficky znázorněna na obr. 3.16.



Obr. 3.16: Rozložení intenzity optického záření při Fraunhoferově ohybu na kruhovém otvoru.

Vidíme, že v důsledku Fraunhoferových ohybových jevů se bod zobrazí jako světlá ploška, lemována dalšími vedlejšími ohybovými maximy. Na obr. 3.16 jsou vypsané hodnoty těchto maxim a hodnoty argumentu  $\tau$  pro polohu těchto maxim stejně jako hodnoty argumentu  $\tau$  pro polohu minim. Hodnoty vedlejších maxim jsou značně menší, než hodnota centrálního maxima. Poloměr centrálního maxima je dán hodnotou  $\tau = k\beta a = 3,382$ , kde  $2\beta$  je úhlová šířka hlavního maxima.

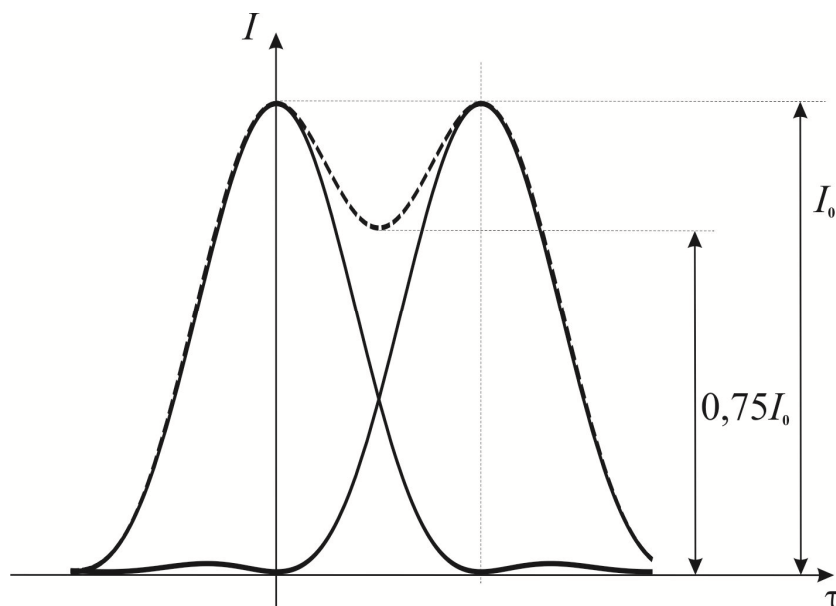
### 3.2.2 Omezení rozlišovací meze optických soustav Fraunhoferovými ohybovými jevy

V důsledku ohybových jevů se bod předmětu zobrazí optickou soustavou jako centrální ploška lemovaná vedlejšími ohybovými maximy. Vzniká otázka, jak daleko musí být od sebe vzdáleny středy ohybových obrazců dvou bodů, aby byly tyto body optickou soustavou rozlišeny.

Nejčastěji se používá Rayleighovo kritérium – při zobrazení dvou bodů se obě odpovídající obrazové difrakční plošky jeví ještě jako různé, je-li vzdálenost jejich středů rovna jejich poloměru. Přitom se předpokládá, že intenzity zobrazovaných bodů jsou stejné. Difrakční ploškou se myslí ploška centrálního difrakčního maxima.

Z hlediska rozložení intenzity světla v difrakčním obrazci uvedená definice znamená, že maximum v rozložení intenzity druhého difrakčního obrazce leží v prvním minimu prvního obrazce – obr. 3.17.





Obr. 3.17: Znárodnění Rayleighova kritéria.

V důsledku Rayleighova kritéria jsou dva body v obrazové rovině optické soustavy rozlišitelné, pokud pokles intenzity mezi maximy v jejich zobrazení je větší než 25%.

Z pohledu argumentu Besselových funkcí  $J_1(\tau)$  Rayleighovo kritérium odpovídá situaci, kdy  $\tau = 3,832$ . Z definice  $\tau$  vztahem (3.142) pak vyplývá, že

$$3,832 = \frac{2\pi}{\lambda} \beta a = \frac{\pi}{\lambda} \beta D, \quad (3.146)$$

kde  $D$  je průměr clony otvorové. Potom

$$\beta = \frac{3,832}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{D} \quad (3.147)$$

a pokud použijeme místo symbolu  $\beta$  symbol  $\psi$  pro označení úhlové rozlišovací meze, dostaneme ze (3.147) po výpočtu konstanty výsledek

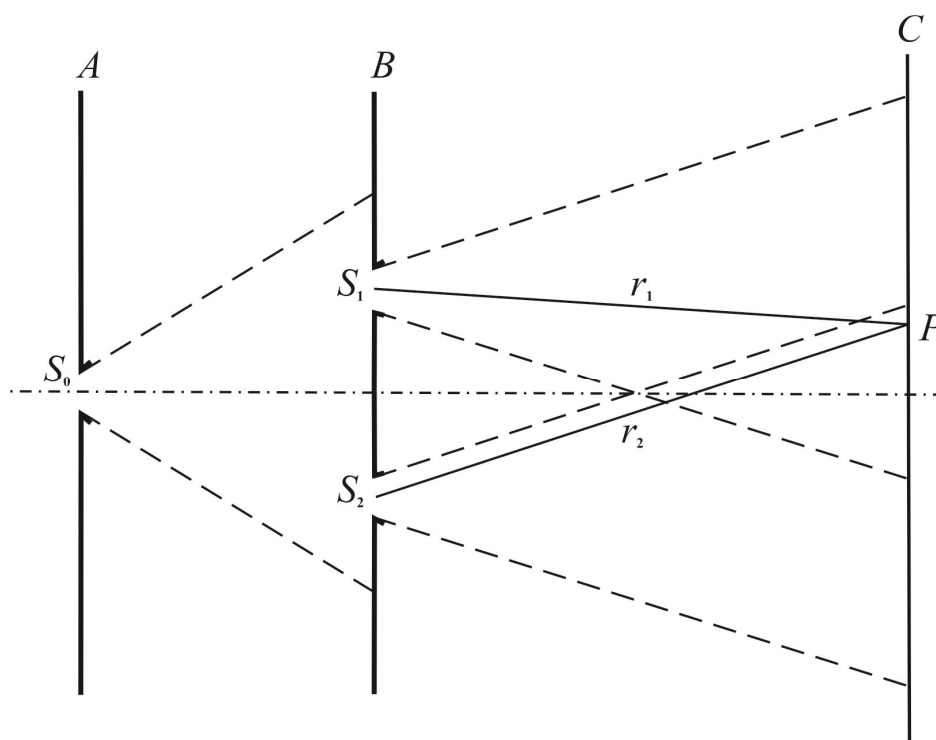
$$\psi = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}. \quad (3.148)$$

Objektiv tedy rozliší dva body, jejichž úhlová vzdálenost je větší než hodnota  $1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$ . Tento vztah byl použit v části Paprsková optika při určení rozlišovací meze mikroskopu a dalekohledu.

### 3.3 Interference světla

Interferenci můžeme definovat jako speciální typ superpozice dvou nebo většího počtu postupných vln z diskrétně rozložených zdrojů. Výsledkem této superpozice je vlnění (vlnové pole) s časově stálými maximy a minimy amplitudy vektoru elektrické intenzity. Díky tomu dochází k místnímu zesilování a zeslabování intenzity  $I$  elektromagnetického pole – mluvíme o konstruktivní a destruktivní interferenci.

První exaktní pokus s interferencí byl proveden v roce 1801 Thomasem Youngem a principy interference je možné vysvětlit právě s využitím experimentálního uspořádání jeho pokusu – obr. 3.18.



Obr. 3.18: Youngův pokus.

Na stínítko  $A$  s vodorovnou štěrbinou, označenou jako  $S_0$ , dopadá monochromatická elektromagnetická vlna ze vzdáleného zdroje – rovinná vlna. Světlo na štěrbině  $S_0$  difraguje a vzniklá válcová vlna osvětluje štěrbinu  $S_1, S_2$  na stínítku  $B$ . Difrakcí na těchto dvou štěrbinách vznikají za stínítkem  $B$  dvě válcové vlny, jejichž pole se vzájemně překrývají – interferují spolu. Na stínítku  $C$  je pak možné sledovat soustavu interferenčních proužků – tzv. interferenční obrazec.

Popišme tuto situaci matematicky. Protože štěrbinu  $S_1, S_2$  jsou osvětleny jedním společným světelným zdrojem  $S_0$ , který může být umístěn symetricky mezi nimi, mohou mít obě vlny, vycházející ze zdrojů  $S_1, S_2$  stejnou počáteční fázi. Potom pro velikost vektorů elektrických intenzit těchto vln platí

$$\begin{aligned} E_1 &= A_1 \cdot e^{i(\omega t - kr_1)}, \\ E_2 &= A_2 \cdot e^{i(\omega t - kr_2)}, \end{aligned} \quad (3.149)$$

kde  $r_1, r_2$  jsou vzdálenosti od zdrojů  $S_1, S_2$  od nějakého bodu  $P$  na stínítku  $C$ . Protože obě štěrbinu  $S_1, S_2$  jsou osvětleny jedním společným zdrojem  $S_0$ , můžeme předpokládat, že vektory elektrických intenzit  $\vec{E}_1, \vec{E}_2$  těchto vln jsou orientovány stejně. Potom velikost vektoru  $\vec{E}$  v bodě  $P$  je dána prostým součtem:

$$E = E_1 + E_2 = A_1 \cdot e^{i(\omega t - \varphi_1)} + A_2 \cdot e^{i(\omega t - \varphi_2)}, \quad (3.150)$$

kde  $\varphi_1 = kr_1, \varphi_2 = kr_2$ .

Potom ale můžeme  $E$  psát ve tvaru

$$E = A \cdot e^{-i\varphi} \cdot e^{i\omega t}, \quad (3.151)$$

ve kterém výraz  $A \cdot e^{-i\varphi}$ , popsaný vztahem

$$A \cdot e^{-i\varphi} = A_1 \cdot e^{-i\varphi_1} + A_2 \cdot e^{-i\varphi_2}, \quad (3.152)$$

má význam komplexní amplitudy výsledného vlnění.

Vztah (3.152) můžeme vyjádřit pomocí Eulerových vzorců a porovnat v něm reálné a imaginární složky. Získáme rovnice

$$\begin{aligned} A \cdot \cos \varphi &= A_1 \cdot \cos \varphi_1 + A_2 \cdot \cos \varphi_2, \\ A \cdot \sin \varphi &= A_1 \cdot \sin \varphi_1 + A_2 \cdot \sin \varphi_2 \end{aligned} \quad (3.153)$$

a tyto rovnice nyní stačí umocnit a sečíst. Dojdeme k závěru

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot (\cos \varphi_2 \cos \varphi_1 + \sin \varphi_2 \sin \varphi_1), \quad (3.154)$$

kde výraz v kulaté závorce je kosinus rozdílu fází, tedy  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ . Potom můžeme finálně psát, že

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos(\Delta\varphi) \quad (3.155)$$

s využitím zkráceného zápisu

$$\Delta\varphi = k(r_2 - r_1) = k \cdot \Delta r. \quad (3.156)$$

Intenzita světla je úměrná kvadrátu amplitudy vektoru elektrické intenzity. Platí tedy, že rozložení intenzity v interferenčním obrazci je popsáno vztahem

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi). \quad (3.157)$$

Vidíme, že intenzita světla bude maximálně zesílena v místech, kde platí

$$\cos(\Delta\varphi) = 1 \Rightarrow \Delta\varphi = 2m\pi; m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.158)$$

a maximálně zeslabena tam, kde

$$\cos(\Delta\varphi) = -1 \Rightarrow \Delta\varphi = (2m + 1)\pi; m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.159)$$

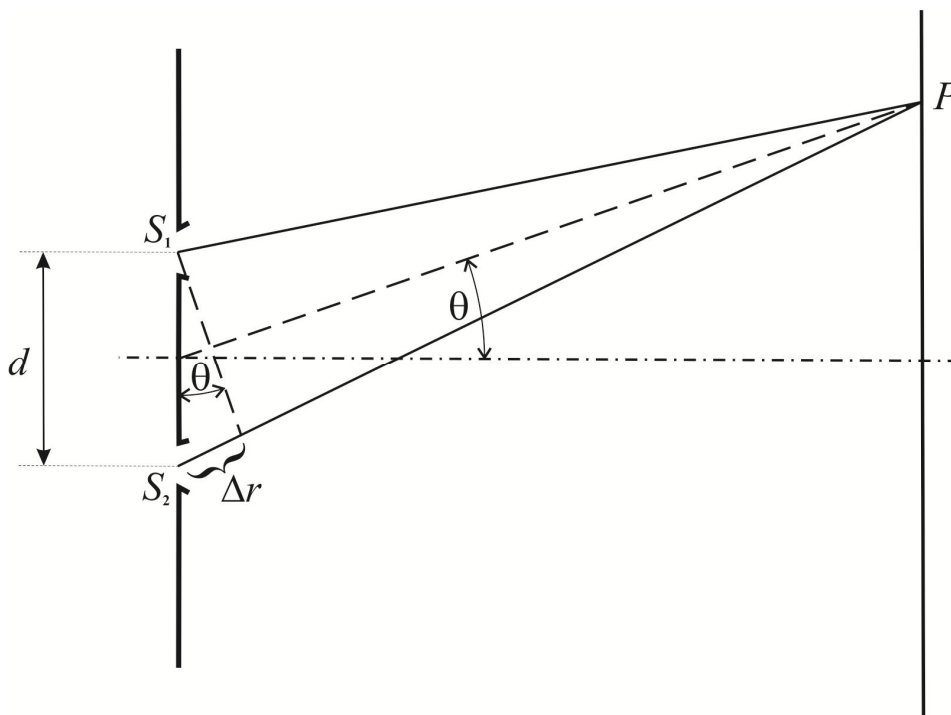
Těmto fázovým rozdílům odpovídají dráhové rozdíly interferujících vln. S využitím (3.156) lze psát, že intenzita světla bude maximálně posílena pro  $\Delta r$ , pro které platí

$$\Delta r = m\lambda; m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots, \quad (3.160)$$

a maximálně zeslabena pro

$$\Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda; m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.161)$$

Dráhový rozdíl  $\Delta r$  můžeme vypočítat podle obr. 3.19.



Obr. 3.19: K výpočtu dráhového rozdílu dvojice interferujících vln.

Pokud předpokládáme, že vzdálenost roviny sekundárních zdrojů  $S_1, S_2$  od stínítka  $C$ , tedy od roviny všech bodů  $P$ , bude značně větší, než rozteč  $d$  sekundárních zdrojů, pak

$$\Delta r = d \cdot \sin \theta. \quad (3.162)$$

Při symetrickém uspořádání Youngova pokusu lze také předpokládat, že také intenzity sekundárních zdrojů  $S_1, S_2$  budou stejné. Označíme-li tuto společnou intenzitu jako  $I_0$ , bude pro intenzitu v bodech na stínítku platit

$$I = 2I_0 \cdot [1 + \cos(\Delta\varphi)], \quad (3.163)$$

nebo po úpravě

$$I = 4I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right). \quad (3.164)$$

Intenzita  $I$  v interferenčním obrazci se tedy mění v rozmezí hodnot 0 až  $4I_0$ . Intenzita v maximech je tedy dvojnásobně větší, než prostý součet intenzit světla ze zdrojů  $S_1, S_2$ .

Aby ale tato situace opravdu nastala a aby mohl být pozorován interferenční obrazec, musí být splněna následující podmínka. Je nutné zajistit, aby se fázový rozdíl vln, vycházejících ze zdrojů  $S_1, S_2$  neměnil s časem. V případě Youngova pokusu je toto splněno, protože vlny, vycházející ze štěrbin  $S_1, S_2$  jsou částmi jediné světelné vlny osvětlující obě štěrbin – říkáme, že tyto vlny jsou koherentní.

Kdybychom nahradili zdroje  $S_1, S_2$  dvojicí nezávislých zdrojů, např. dvojicí rozžhavených drátů, interferenční obrazec by nevznikl. Předpokládejme, že zdrojem záření jsou atomy. Tyto atomy září náhodně a nezávisle a navíc po velmi krátkou dobu. Fáze vlnění od této dvojice nezávislých zdrojů (drátů) tak nebudou nijak koordinovány. V důsledku dojde k rychlému střídání konstruktivní a

destruktivní interference a přístroje, včetně lidského oka, zaznamenají na stínítku jen střední hodnotu intenzity světla  $2I_0$ . Takové zdroje nazýváme nekoherentní.

Aby tedy dvě vlny byly koherentní, musí vycházet ze stejného zdroje. Pak jsou jednotlivé elementární vlny fázově koordinovány. Ale kromě toho je nutné definovat koherenci samotného primárního zdroje. Definujeme pojmy *časové a prostorové koherence zdroje*.

a) Časová koherence

Předpokládejme, jak už bylo uvedeno, že zdrojem elektromagnetického vlnění jsou elementární procesy v atomech. Pokud např. elektron přechází ze stavu s vyšší energií do stavu s energií nižší, jeho ztracená energie se vyzáří ve formě světelného pulzu o konečné době trvání  $\Delta t = \tau_k$ , kde  $\tau_k$  je vlastně doba spojitého vyzařování světelné vlny. Tuto dobu nazýváme *relaxační doba* nebo také *koherenční doba*. Tato doba je ale velmi krátká, u klasických zdrojů je řádově asi  $10^{-9}$  s. To znamená, že po dobu pozorování interferenčního jevu je zdrojem vyzářeno velké množství takových elementárních vln, které ale nejsou fázově koordinovány – jejich počáteční fáze jsou různé. Právě proto je nutné zajistit, aby každá tato elementární vlna byla rozdělena na dva virtuální zdroje  $S_1, S_2$  a aby se následně tyto dvě části původně jedné elementární vlny opět spolu setkaly (nyní již fázově posunutě) v bodech na stínítku, kde spolu mohou interferovat.

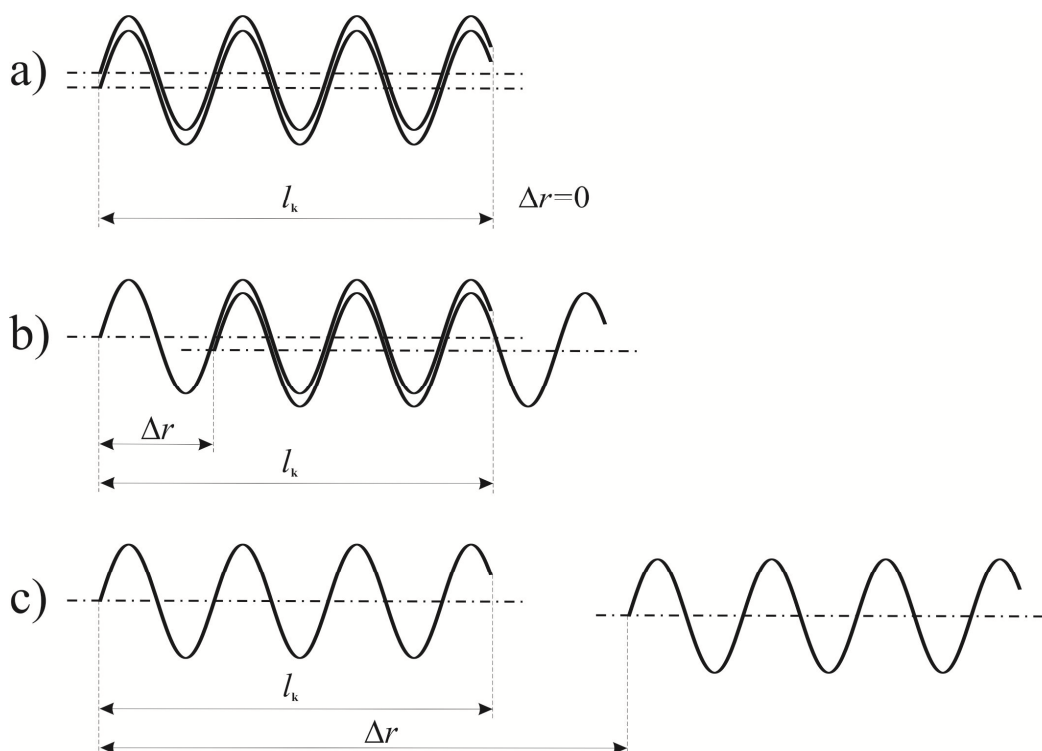
Z této úvahy je dále zřejmé, že uvedený fázový posun, který odpovídá dráhovému rozdílu  $\Delta r$  interferujících vln, nemůže být libovolný, ale je omezený právě existencí koherenční doby zdroje. Koherenční době odpovídá koherenční délka  $l_k$ , úměrná přes rychlost světla  $c$  koherenční době, tedy

$$l_k = c\tau_k, \quad (3.165)$$

a význam je jasný – je to vlastně délka jedné spojitě elementární vlny. Je jasné, že dráhový rozdíl vln ze zdrojů  $S_1, S_2$  musí být vždy menší, než koherenční délka zdroje, tedy

$$\Delta r < l_k. \quad (3.166)$$

Je zřejmé, že čím více se elementární vlny od zdrojů  $S_1, S_2$  překrývají, tím výraznější bude interference. Tedy kontrast interferenčních proužků v Youngově pokusu bude maximální při  $\Delta r = 0$  (obr. 3.20a).



Obr. 3.20: K významu koherenční délky.

Pokud se elementární vlny překrývají jen částečně, mluvíme o částečné časové koherenci. V tomto případě, znázorněném na obr. 3.20b, se může vlna jednoho rozruchu částečně překrývat (interferovat) s fázově posunutou vlnou jiného rozruchu a zeslabovat tak kontrast interferenčního obrazce. Pokud nastane situace, kdy  $\Delta r > l_k$ , pak interferenční obrazec úplně vymizí (obr. 3.20c), protože potom spolu interferují vlny s náhodně posunutou fází. Tyto vlny náhodně interferují maxima nebo minima a jak bylo uvedeno, tyto jevy se velmi rychle střídají. Proto nebudou pozorovány interferenční proužky, ale pouze součet intenzit.

Říkáme, že koherenční doba  $\tau_k$  a koherenční délka  $l_k$  jsou mírou časové koherence.

Na základě kvantové teorie je možné dokázat, že časová koherence přímo souvisí s mírou monochromatickosti zdroje. Platí vztah

$$l_k \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \quad (3.167)$$

Tedy čím je zdroj monochromatictější, tím větší má koherenční délku.

b) Prostorová koherence zdroje.

V případě použití rozlehlejšího světelného zdroje se na jeho záření podílí větší počet atomů, jejichž kmity přestávají být koordinované. Tento jev obecně závisí na principu zdroje. Musíme se tedy omezit na takový příčný rozměr zdroje  $d_k$ , v jehož rámci atomy emitují ještě téměř koordinované světelné rozruchy. Potom  $d_k^2$  je definováno jako koherenční plocha zdroje a je mírou jeho prostorové koherence.

Klasické zdroje vykazují malou prostorovou koherenci, proto je vždy nutné vymezit jejich koherenční plochu nějakou clonou (v případě Youngova pokusu štěrbinou  $S$ ). Jiné je to u laserových zdrojů, u kterých je v principu zajištěno koordinované záření atomů pracovní látky.

V praxi se zavádí kombinace časové a prostorové koherence. Definuje se tzv. koherenční objem

$$v_k = d_k^2 \cdot l_k . \quad (3.168)$$

V praxi je tedy nutné získat z jednoho primárního koherentního zdroje dvě nebo větší počet sekundárních koherentních vln, které následně spolu mohou interferovat. Zařízení, která toto dělení realizují, pracují na jednom ze dvou principů:

- a) Na principu dělení čela vlny (dělení vlnoplochy) – např. optické mřížky.
- b) Na principu dělení amplitudy vlny (intenzity vlny) – polopropusné destičky, dělicí hranoly aj.

Interferenci v zásadě dělíme do dvou skupin podle počtu interferujících vln. Rozeznáváme

- a) Interferenci dvousvazkovou.
- b) Interferenci mnohosvazkovou

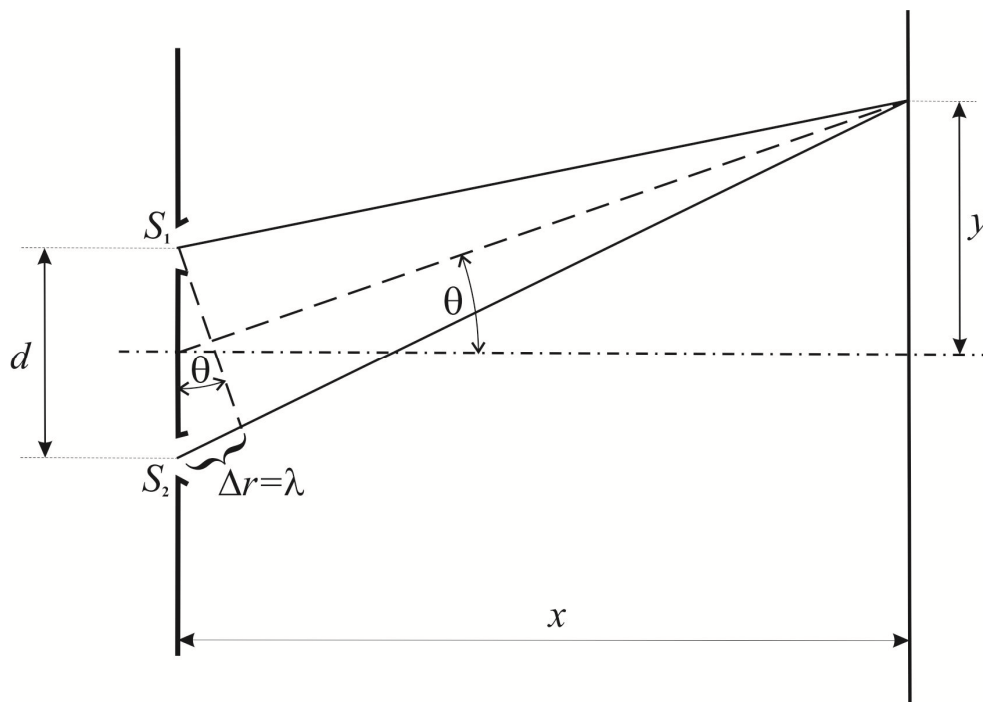
### 3.3.1 Dvousvazková interference světla

#### 3.3.1.1 Metody získávání dvou koherentních zdrojů

Vycházíme tedy z jednoho zdroje s definovanou koherenční délkou a vymezenou koherenční plochou. Toto primární vlnění dále dělíme, jak bylo uvedeno, dělením čela světelné vlny nebo dělením její amplitudy.

- a) Dělení čela vlny. Bude uvedeno několik zařízení, které tohoto principu využívají.
  - *Youngův pokus*. Jeho princip již byl popsán. Doplňme jej zde proto pouze o výpočet odlehlosti (vzájemné rozteče) dvou sousedních tmavých nebo světlých proužků na stínítku.

V obou případech platí, že  $\Delta r = \lambda$ . Předpokládejme, že na ose pokusu leží interferenční maximum pro  $\Delta r = 0$  a hledáme polohu bodu na stínítku (hodnotu  $y$ ), pro kterou bude  $\Delta r = \lambda$  (obr. 3.21).



Obr. 3.21: K výpočtu odlehlosti interferenčních proužků v Youngově pokusu.

Z podobnosti trojúhelníků za předpokladu  $d \ll x$  vyplývá, že

$$\frac{\Delta r}{d} = \frac{y}{x} \quad (3.169)$$

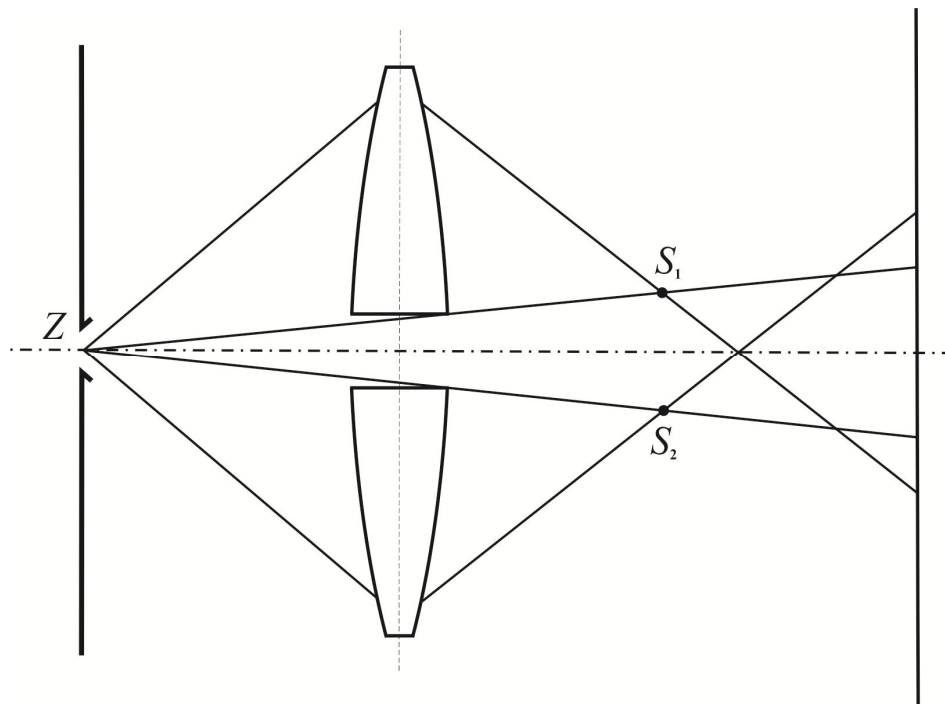
a tedy pro  $\Delta r = \lambda$

$$y = \frac{x}{d} \cdot \lambda . \quad (3.170)$$

Tedy rozteč interferenčních proužků bude tím větší, čím jsou štěrby  $S_1, S_2$  blíže u sebe a čím je vzdálenější stínítko od roviny štěrbin.

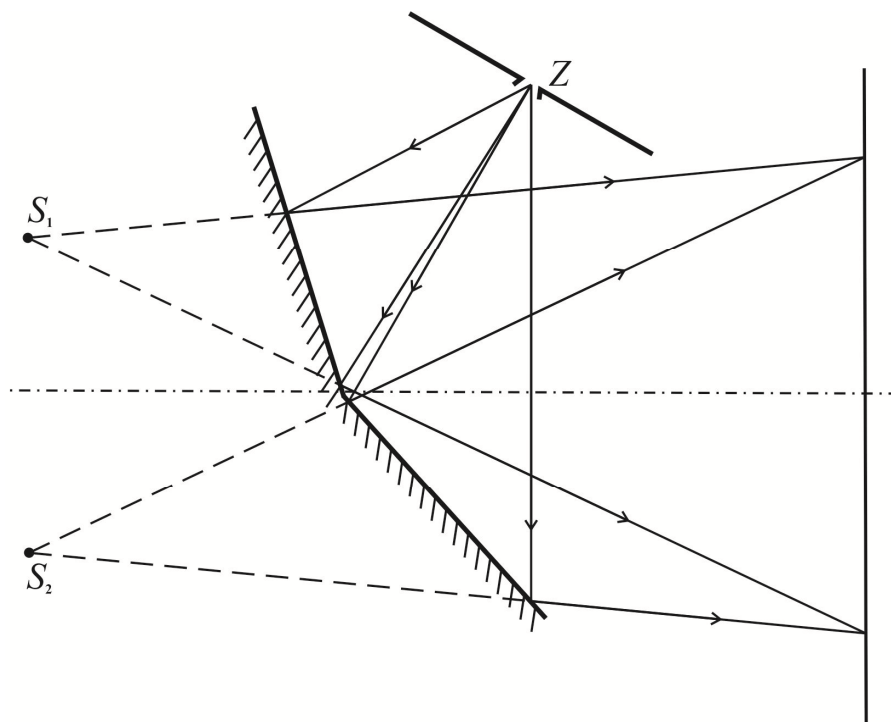
- *Billetova dvojčočka.* Jedná se vlastně o čočku, rozříznutou na dvě poloviny podél svého průměru a obě poloviny jsou následně oddáleny o nějakou malou hodnotu – obr. 3.22. Čočka je osvětlena kvazibodovým zdrojem světla. Za čočkou se vytvoří dva reálné koherentní zdroje  $S_1, S_2$ . Interferenční obrazec jsou pak téměř soustředné kroužky.





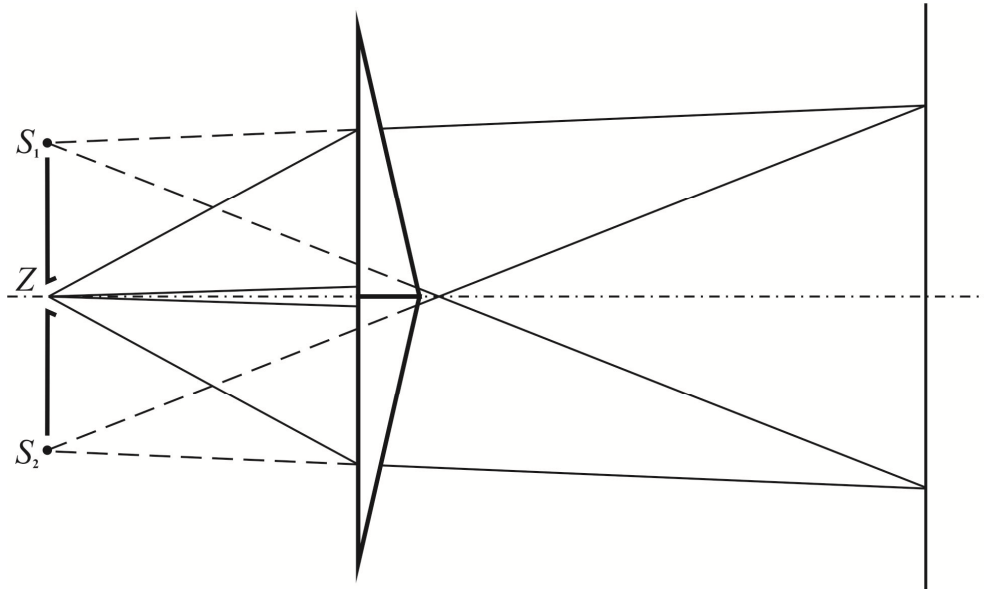
Obr. 3.22: Billetova dvojčochka

- *Fresnelova zrcadla*. Sestava se skládá z dvojice zrcadel, která spolu svírají malý úhel ( $\sim 10'$ ) – obr. 3.23. Zrcadla jsou osvětlena zdrojem Z ve tvaru štěrbině rovnoběžné se zlomem zrcadel a vytvoří dvojici virtuálních koherentních zdrojů  $S_1, S_2$ . Interferenční obrazec je, stejně jako v případě Youngova pokusu, soustava rovnoběžných proužků.



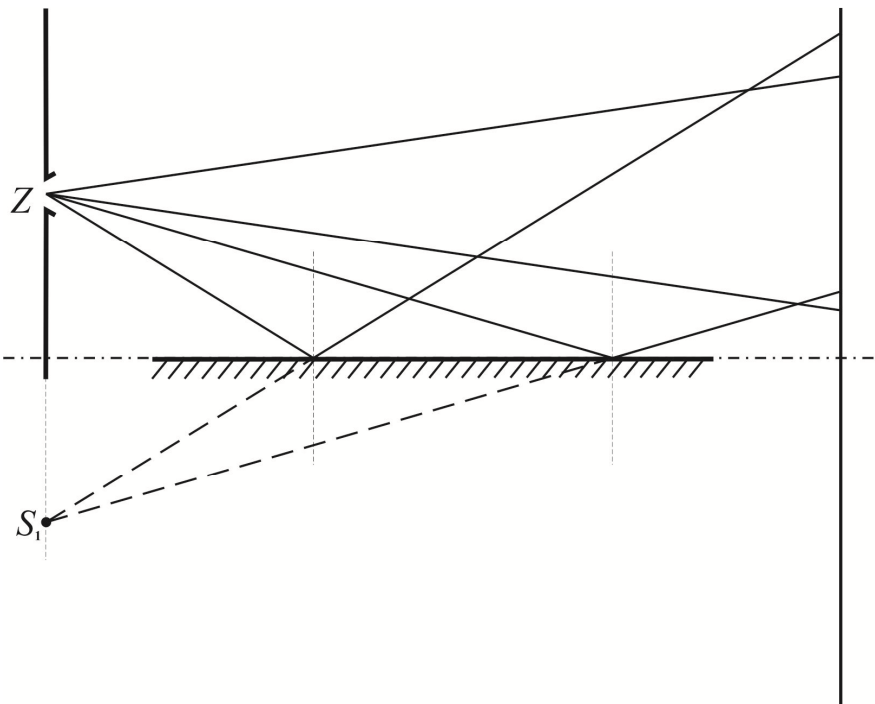
Obr. 3.23: Fresnelova zrcadla.

- *Fresnelův dvojhranol*. Je tvořený vlastně dvojicí spojených optických klínů podle obr. 3.24. Zdroj má tvar štěrbinu, rovnoběžné se spojnicí klínů. Vytvoří se opět dvojice virtuálních koherentních zdrojů  $S_1$ ,  $S_2$  a interferenci vln z těchto zdrojů se opět vytvoří interferenční obrazec ve tvaru rovnoběžných proužků.



Obr. 3.24: Fresnelův dvojhranol.

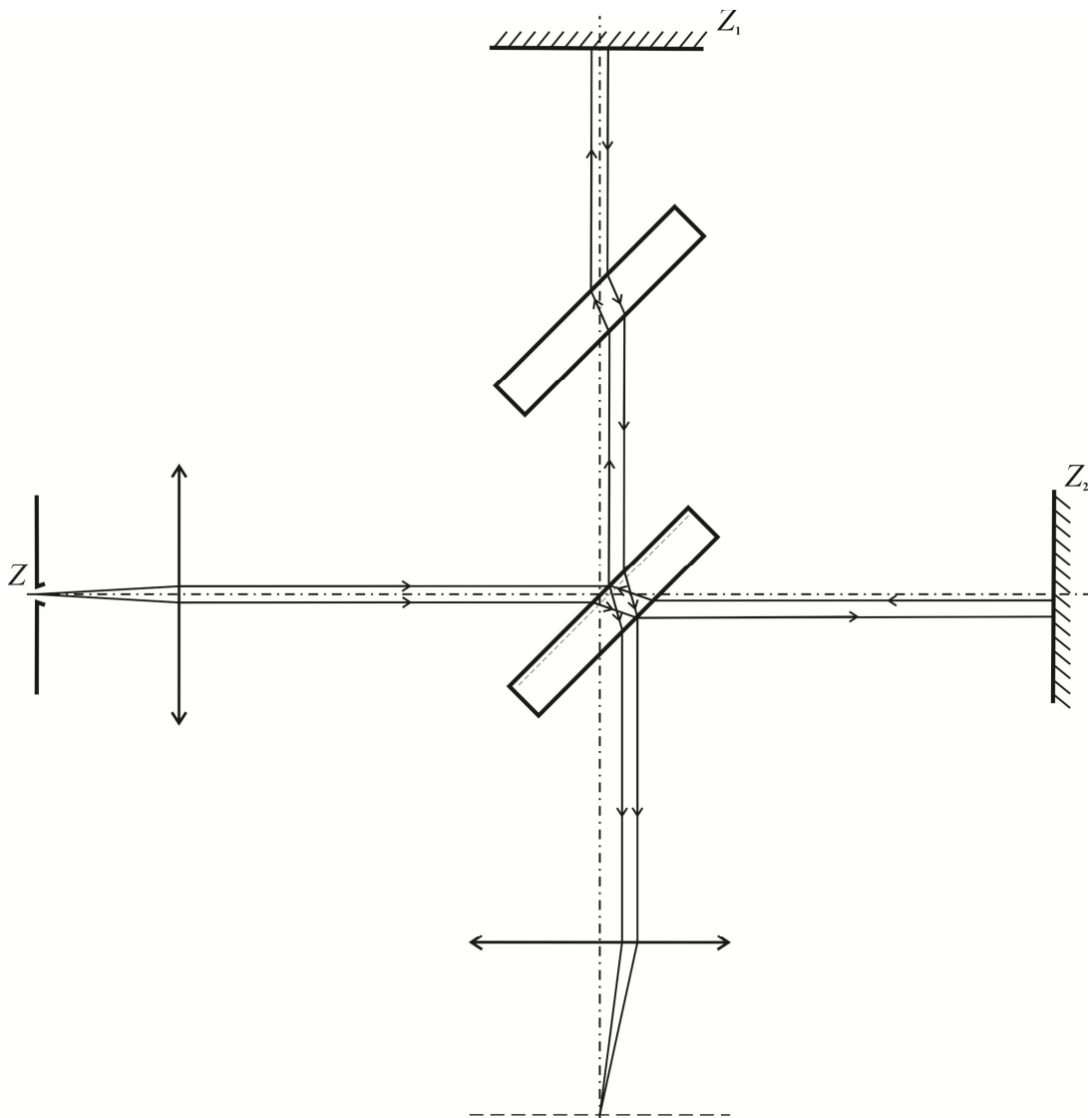
- *Lloydovo zrcadlo*. Jedno rovinné zrcadlo je umístěné v blízkosti kvazibodového nebo štěrbinového zdroje (obr. 3.25). Dvojicí koherentních zdrojů tvoří reálný zdroj  $Z$  a virtuální zdroj  $S_1$ , vzniklý odrazem světla primárního zdroje od roviny zrcadla.



Obr. 3.25: Lloydovo zrcadlo.

b) Dělení amplitudy. Jak bylo uvedeno, metoda dělení amplitudy je založena na využití polopropustných optických prvků. Metodu využívá celá řada reálných interferometrů jako přístrojů. Princip bude vysvětlen na příkladu Michelsonova interferometru.

Chod světelných vln v tomto interferometru je znázorněn na obr. 3.26. Interferometr je osvětlován rovinnou nebo téměř rovinnou světelnou vlnou, zdroj  $Z$  je tedy umístěn v ohnisku nebo v těsné blízkosti ohniska kolimátoru. Světlo dopadá na čelní polopropustnou plochu skleněné destičky. Druhá plocha této destičky je kryta antireflexní vrstvou. Část světla zdroje polopropustnou vrstvou prochází, část se odráží. Do cesty odražené vlny je vložena druhá totožná destička s antireflektovanými plochami. Obě větve interferometru jsou zakončeny zrcadly  $Z_1$ ,  $Z_2$ . Chod obou vln je patrný z obr. 3.26. Odtud je také patrná úloha druhé destičky s antireflektovanými plochami – po jejím zařazení jsou dráhy obou vln ve skle destiček stejné. Po průchodu oběma větvemi interferometru jsou obě vlny opět spojeny – nastává jejich interference. Interferenční obrazec se vytvoří v obrazové rovině objektivu pozorovacího dalekohledu.



Obr. 3.26: Michelsonův interferometr.

Pokud zrcadla  $Z_1, Z_2$  budou na sebe dokonale kolmá, pak interferometr musí být osvětlen mírně sférickou vlnou a interferenční obrazec bude mít tvar soustředných kroužků, nazývaných Heidingerovy kroužky stejného sklonu. Jestliže mezi zrcadla bude zavedena malá odchylka od pravého úhlu a interferometr bude osvětlen rovinnou vlnou, získáme Newtonovy proužky stejné tloušťky – interferenční obrazec bude mít tvar rovnoběžných ekvidistantních proužků.

Posouvajme zrcadlem  $Z_2$  směrem ke středu interferometru. Heidingerovy kroužky se posouvají do středu interferenčního obrazce a postupně v něm mizí. Při každém posunu zrcadla  $Z_2$  o  $\frac{\lambda}{2}$  (nastává změna dráhové difference mezi vlnami o  $\lambda$ ) zmizí jeden světlý (nebo tmavý) interferenční kroužek a tyto kroužky počítáme. Můžeme tak s velkou přesností určit posun zrcadla  $Z_2$ .

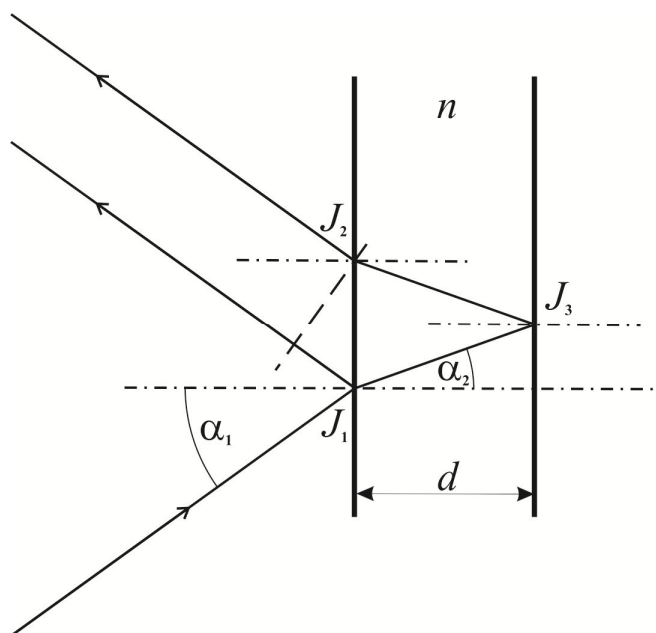
U proužků stejné tloušťky se při posunu zrcadla  $Z_2$  posouvá i soustava proužků. Potom počítáme počet proužků, které prošly středem záměrné osnovy, umístěné v obrazové ohniskové rovině objektivu pozorovacího dalekohledu.

Tímto způsobem se Michelsonův interferometr používá jako *interferenční komparátor* – zařízení k přesnému měření délek.

### 3.3.1.2 Další příklady dvousvazkové interference

#### a) Interference na tenké vrstvě.

Popišme známou skutečnost, že když sluneční světlo dopadá na mýdlovou bublinu nebo na olejovou skvrnu, můžeme na nich pozorovat barvy. Tyto barvy jsou způsobeny interferencí po odrazu světla na horní a dolní stěně osvětlované vrstvy. Podmínkou je, aby vrstva byla opravdu velmi tenká (řádově jednotky vlnové délky), jinak bude jev potlačen v důsledku nízké koherence zdroje. Uvažujme pouze relativně malé úhly dopadu. Předpokládejme, že nejen zdroj se nachází v nekonečnu, ale že také interferenční obrazec se vytvoří v nekonečnu – jev je pozorován např. okem akomodovaným na nekonečno. Popsaná situace je znázorněna na obr. 3.27.



Obr. 3.27: K interferenci světla na tenké vrstvě.

Obě interferující vlny jsou odvozeny z jednoho zdroje. Dráhovou diferencí interferujících vln (diferenci optických drah) můžeme pro případ mýdlové bubliny na vzduchu vyjádřit podle obr. 3.27 jako

$$\Delta r = n \cdot (J_1J_3 + J_3J_2) - J_1J_2 \cdot \sin \alpha_1. \quad (3.171)$$

Protože

$$J_1J_3 = J_3J_2 = \frac{nd}{\cos \alpha_2}, \quad (3.172)$$

$$J_1J_2 = 2d \cdot \tan \alpha_2, \quad (3.173)$$

můžeme po dosazení zákona lomu  $\sin \alpha_1 = n \cdot \sin \alpha_2$  dráhovou diferencí (3.171) vypočítat ve tvaru

$$\Delta r = 2nd \cdot \cos \alpha_2. \quad (3.174)$$

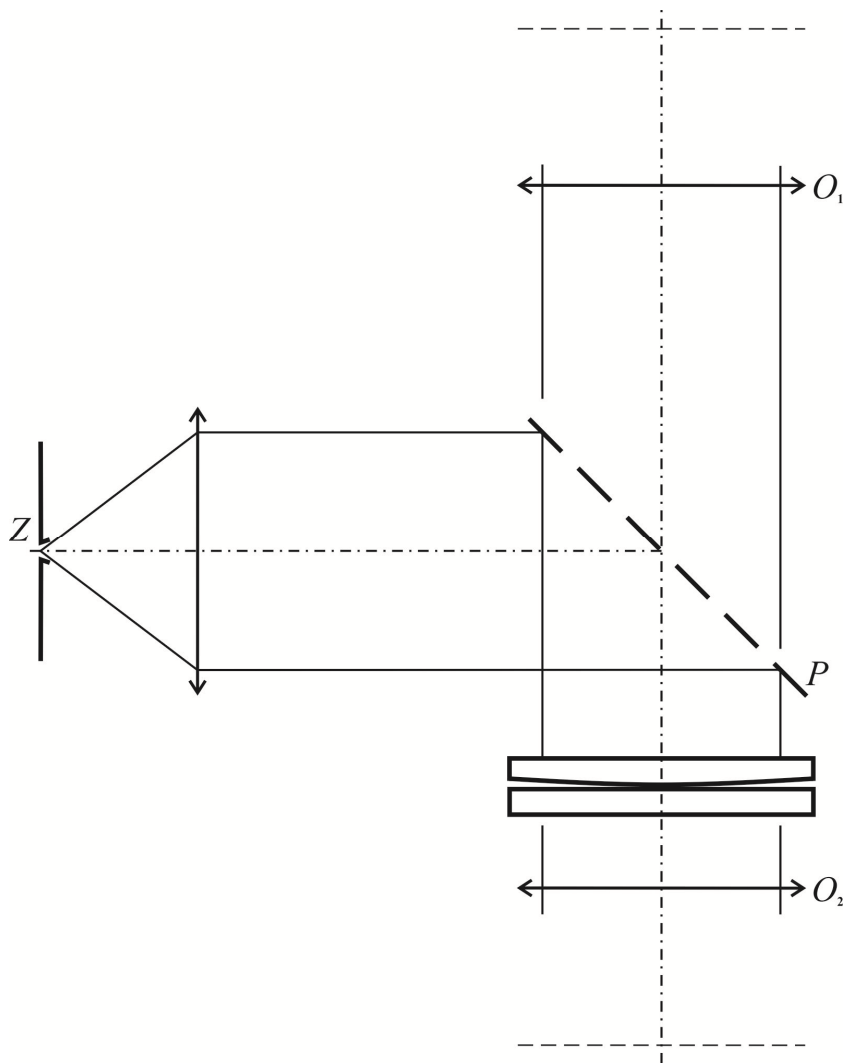
Za normálních okolností (např. u Youngova pokusu) by v případě  $\Delta r = m\lambda$ ;  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  došlo ke konstruktivní interferenci, světlo vlnové délky  $\lambda$  by bylo zesíleno. Jenže v případě mýdlové bubliny na prvním rozhraní dochází k odrazu vlny s opačnou fází. Fázový posun o  $\pi$  odpovídá dráhovému posunu o  $\frac{\lambda}{2}$ . Proto konstruktivní interference bude v případě, že  $\Delta r = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ , a destruktivní v případě  $\Delta r = m\lambda$ ;  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

Pokud by na obou rozhraních došlo k odrazu s opačnou fází, což je např. olejová skvrna na vodě, pak pro podmínky konstruktivní a destruktivní interference platí podmínky opačné, tedy stejné, jako v případě Youngova pokusu.

b) Newtonovy interferenční kroužky.

Při osvětlení kvazimonochromatickým světlem je možné pozorovat soustavu světlých a tmavých interferenčních kroužků na rozhraní rovinné a sférické plochy. Toto rozhraní je nejčastěji realizováno pomocí planparalelní skleněné destičky a ploskovypuklé čočky, přičemž uvažované účinné plochy, na kterých se vytváří interferující vlny jsou sférická plocha čočky a plocha planparalelní destičky, která je blíže sférické ploše čočky, či se jí přímo dotýká. Při použití bílého světla a při vytvoření dostatečně tenkého rozhraní (použití ploskovypuklé čočky o dostatečně velkém poloměru křivosti sférické plochy) můžeme pozorovat kroužky barevné.

Možné uspořádání pro pozorování Newtonových kroužků je znázorněno na obr. 3.28. Kvazibodový zdroj  $Z$  je umístěn v předmětové ohniskové rovině kolimátoru a soustava ploskovypuklé čočky a planparalelní destičky je tak přes polopropustné zrcadlo  $P$  osvětlena rovinnou vlnou. Interferenční obrazec je opět pozorován v nekonečnu, tedy buď přímo okem, akomodujícím na nekonečno, nebo je pozorován obraz, vytvořený v obrazové ohniskové rovině pozorovacího dalekohledu.



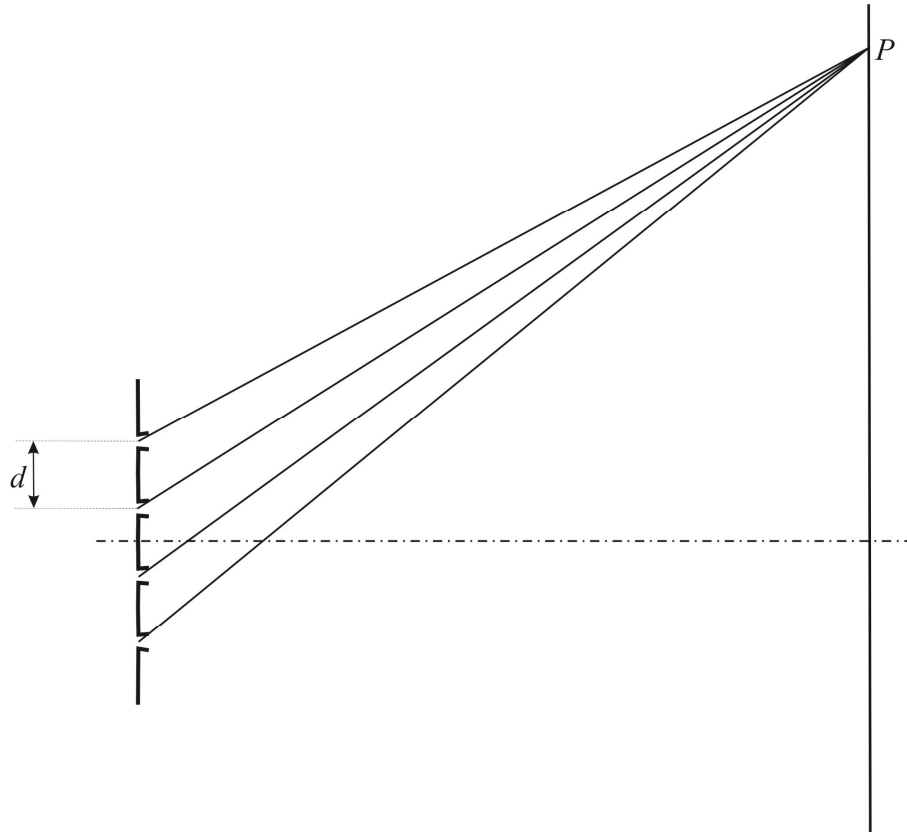
Obr. 3.28: Soustava pro pozorování Newtonových kroužků.

Podle obr. 2.28 mohou být Newtonovy kroužky pozorovány jak ve světle procházejícím (v obrazové ohniskové rovině objektivu  $O_1$ ), tak i ve světle odraženém (v obrazové ohniskové rovině objektivu  $O_2$ ). Z hlediska kontrastu interferenčního obrazce bude výhodnější pozorování ve světle odraženém. Interferující vlny vznikají odrazem na sférické ploše čočky a na horní ploše planoparalelní destičky. Obě vlny tedy vznikají jedním odrazem na rozhraní vzduch – sklo a budou tedy přibližně stejně intenzivní. Vlna, odražená od sférické plochy, vznikla odrazem na rozhraní sklo – vzduch, a je tedy ve fázi s vlnou dopadající. Vlna, odražená od horní plochy planoparalelní destičky, se odrazila na rozhraní vzduch – sklo a má tedy opačnou fázi, než vlna dopadající. Pokud se čočka přímo dotýká planoparalelní destičky, bude střed interferenčního obrazce tmavý.

V procházejícím světle interferuje vlna prošlá soustavou čočka – destička s vlnou, která vznikla dvojitým odrazem na rozhraní vzduch – sklo. První odraz je na horní ploše planoparalelní destičky a druhý na sférické ploše čočky. Na každém rozhraní dochází k odrazu s opačnou fází – žádný fázový posun se tedy neprojeví. V případě, že se čočka dotýká planoparalelní destičky, bude tedy střed interferenčního obrazce světlý. Na druhé straně, po dvojitým odrazu na rozhraní vzduch – sklo bude druhá interferující vlna daleko méně intenzivní, než vlna prošlá, což se výrazně negativně projeví v kontrastu interferenčního obrazce.

### 3.3.2 Mnohosvazková interference světla

Základní vysvětlení principu mnohosvazkové interference ukážeme na příkladě optické mřížky. Tu můžeme realizovat jako skleněnou destičku s ekvidistantními vrypy. Uvažujeme-li pouze průhledné části destičky (mřížka na průchod), můžeme si mřížku představit jako soustavu rovnoběžných štěrbin o rozteči  $d$ , které mohou být osvětleny jedním koherentním zdrojem (obr. 3.29). Interferenční obrazec opět hledáme v bodech  $P$  na stínítku, jehož vzdálenost od mřížky je značně větší, než příčný rozměr mřížky, případně v nekonečnu, reprezentovaném obrazovou ohniskovou rovinou objektivu pozorovacího dalekohledu.



Obr. 3.29: Optická mřížka

Abychom našli amplitudu vektoru elektrické intenzity výsledného vlnění, sčítáme velikosti vektorů elektrické intenzity vlnění z jednotlivých štěrbin mřížky. V závislosti na úhlu  $\theta$ , který popisuje směr šíření těchto vln (obr. 3.30), můžeme zavést fázový posun vln ze sousedních štěrbin:

$$\Delta\varphi = k \cdot \Delta r = kd \cdot \sin \theta . \quad (3.175)$$

Pokud předpokládáme, že amplitudy vln ze všech štěrbin mřížky jsou stejné a že vzdálenost osy štěrbin  $S_1$  od bodu  $P$  na stínítku je  $r$ , pak velikosti vektorů elektrické intenzity jsou

$$E_1 = A_0 \cdot e^{i(\omega t - kr)} ,$$

$$E_2 = A_0 \cdot e^{i(\omega t - kr - \Delta\varphi)} ,$$

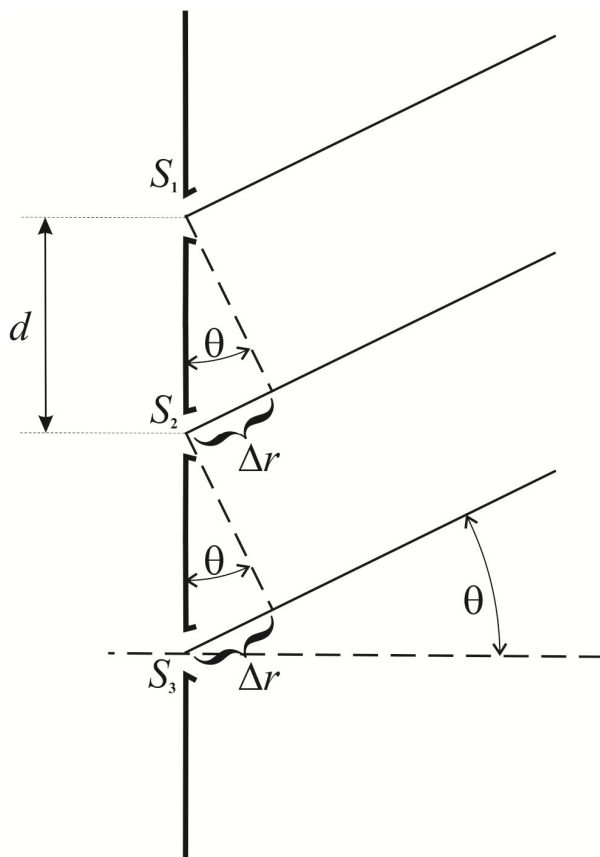
$$E_3 = A_0 \cdot e^{i(\omega t - kr - 2\Delta\varphi)} ,$$

$$E_4 = A_0 \cdot e^{i(\omega t - kr - 3\Delta\varphi)}, \quad (3.176)$$

⋮

$$E_N = A_0 \cdot e^{i[\omega t - kr - (N-1)\Delta\varphi]},$$

kde  $N$  je celkový počet štěrbin.



Obr. 3.30: K výpočtu amplitudy vektoru elektrické intenzity vlnového pole.

Pro amplitudu  $A$  výsledného vlnění lze po sečtení výrazů (3.176) a následných úpravách získat vztah

$$A = A_0 \cdot \frac{\sin \frac{N\Delta\varphi}{2}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}. \quad (3.177)$$

Intenzita vlnového pole je úměrná kvadrátu amplitudy vektoru elektrické intenzity a je tedy

$$I = I_0 \cdot \left( \frac{\sin \frac{N\Delta\varphi}{2}}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}} \right)^2. \quad (3.178)$$

Popišme stručně vlastnosti této funkce:

- Jedná se o periodickou funkci s periodou  $2\pi$ .





maxima neexistují. Průběh funkce (3.178) pro hodnoty  $N = 3$  a  $6$  ilustruje uvedené vlastnosti této funkce, tedy hodnoty absolutních maxim, vedlejších maxim a jejich polohy. Je zřejmé, že s rostoucím počtem štěrbin  $N$  se kromě zvyšování intenzity absolutních maxim zužuje jejich šířka – absolutní maxima se stávají lépe lokalizovatelnými. Z této vlastnosti vlastně vyplývá zásadní použití mnohosvazkové interference – měření vlnové délky (případně dominantní vlnové délky) monochromatického (kvazimonochromatického) světla nebo jemné až hyperjemné struktury spektrálních čar.

Je zřejmé, že například při měření jemné až hyperjemné struktury spektrálních čar, tedy velmi blízkých vlnových délek, bude výhodnější pracovat s absolutními maximy vyšších řádů – interferenční obrazce pro dvě vlnové délky budou vzájemně více posunuty. V této souvislosti je nutné si uvědomit, že kromě interference také u mřížky nastává jev difrakce na štěrbinách. Využitelná jsou proto jen absolutní maxima v interferenčním obrazci, ležící uvnitř hlavního difrakčního maxima. Proto se při měřeních, založených na mnohosvazkové interferenci, používají i jiná zařízení, než mřížka. Jako příklad lze uvést Fabryho – Perotův interferometr a Lummerovu – Gehrckeovu desku.

## Literatura

- [1] Havelka, B.: *Zobrazení na podkladě paprskové optiky*. SPN, Praha, 1966.
- [2] Mikš, A.: *Aplikovaná optika 10 – Geometrická a vlnová optika*. Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000.
- [3] Keprt, E.: *Teorie optických přístrojů I. – Teorie a konstrukce dalekohledů a zaměřovačů*. SPN, Praha, 1965.
- [4] Keprt, E.: *Teorie optických přístrojů II. – Teorie a konstrukce mikroskopu*. SPN, Praha, 1966.
- [5] Štrba, A.: *Všeobecná fyzika 3 – Optika*. SNTL, Praha, 1979.
- [6] Schroeder, G.: *Technická optika*. SNTL, Praha, 1981.
- [7] Born, M., Wolf, E.: *Principles of Optics*. Pergamon Press, London, 1993.
- [8] Hecht, E.: *Optics*. Pearson Education, Inc., San Francisco, 2002.
- [9] Scott, C.: *Introduction to Optics and Optical Imaging*. IEEE Press, Piscataway, 1998.
- [10] Klabazňa, J.: *Základy teorie optických soustav A + B*. Vydavatelství UP, Olomouc, 1992.
- [11] Guenther, R. D.: *Modern Optics*. J. Wiley, New York, 1990.

Ivo Vyšín, Jan Říha

## **Paprsková a vlnová optika**

Výkonný redaktor prof. RNDr. Tomáš Opatrný, Dr.  
Odpovědná redaktorka Mgr. Lucie Loutocká  
Technická úprava textu Mgr. Jan Říha, Ph.D.  
Návrh obálky Jiří Jurečka

Vydala a vytiskla Univerzita Palackého v Olomouci  
Křížkovského 8, 771 47 Olomouc  
<http://www.upol.cz/vup>  
e-mail: [vup@upol.cz](mailto:vup@upol.cz)  
Olomouc 2012  
1. vydání

Publikace neprošla ve vydavatelství redakční a jazykovou úpravou.

Neprodejné

ISBN 978-80-244-3334-9