

Кафедра теории динамических систем

МГУ ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
ОТДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

О кафедре

- ❖ Кафедра теории динамических систем была создана в 2000 году Дмитрием Викторовичем Аносовым при поддержке и активном участии Андрея Андреевича Болибруха.
- ❖ До 2014 года кафедрой заведовал классик современной теории динамических систем академик Д.В.Аносов (1936-2014). В разное время на ней преподавали: А.А.Болибрух, А.Д.Брюно, Р.И.Григорчук, Н.В.Денисова, А.Ю.Жиров, В.М.Закалюкин, А.А.Приходько, Г.С.Чакветадзе.



О кафедре



В настоящее время на кафедре работают:

проф. А.А.Давыдов (заведующий кафедрой),

проф. И.А.Богаевский (зам. зав. кафедрой),

проф., член.-корр. РАН
И.Д.Шкредов,

доц. О.Н.Агеев,

доц. М.Е.Липатов (уч. секретарь кафедры),

асс. Е.А.Асташов.

Научные исследования кафедры

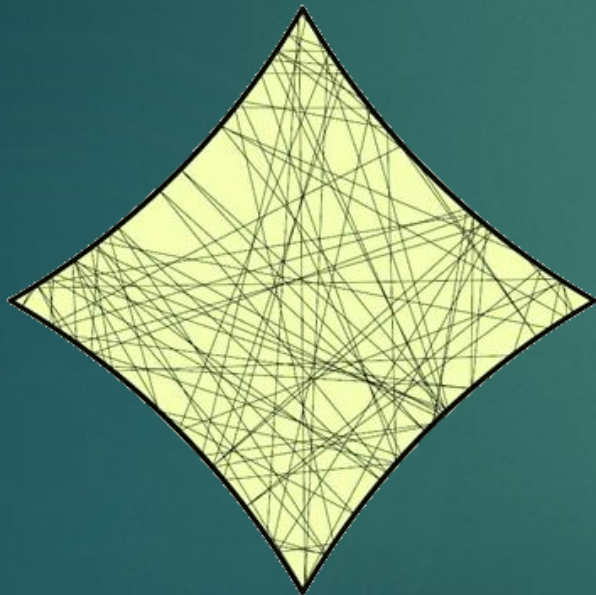
- ❖ Теория динамических систем является одним из наиболее актуальных и быстро развивающихся разделов современной математики и имеет разнообразные связи со многими другими её областями. Исторически она возникла как важный раздел теории обыкновенных дифференциальных уравнений, однако за последние десятилетия далеко вышла за рамки последней, чем и было обусловлено создание новой кафедры на механико-математическом факультете МГУ.
- ❖ На кафедре ведутся исследования по следующим направлениям:
 - эргодическая теория (О.Н.Агеев, М.Е.Липатов);
 - теория особенностей (А.А.Давыдов, И.А.Богаевский, Е.А.Асташов);
 - математическая теория управления (А.А.Давыдов);
 - теория чисел и аддитивная комбинаторика (И.Д.Шкредов).

Эргодическая теория

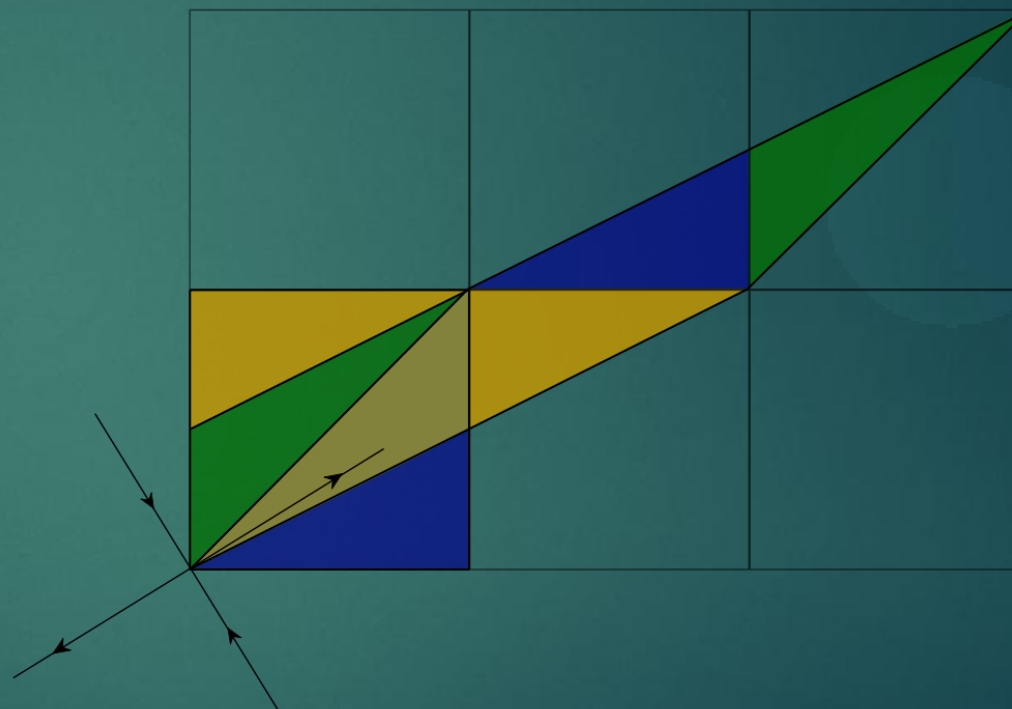
О.Н.Агеев, М.Е.Липатов

- ❖ **Эргодическая теория** изучает статистические свойства динамических систем, обладающих хаотическим поведением.

Примеры хаотического поведения:



Бильярды Синая обладают сильными стохастическими свойствами



Траектории отображения кошки Арнольда кодируются бернуллиевской последовательностью случайных величин

❖ Базовым объектом изучения эргодической теории являются сохраняющие меру преобразования (группы преобразований) измеримого пространства (многообразия/топологического пространства) $T: X \rightarrow X$. Например, поворот окружности $T: S^1 \rightarrow S^1, x \mapsto x + \alpha \pmod{1}$ сохраняет меру Лебега.

❖ Основные направления эргодической теории:

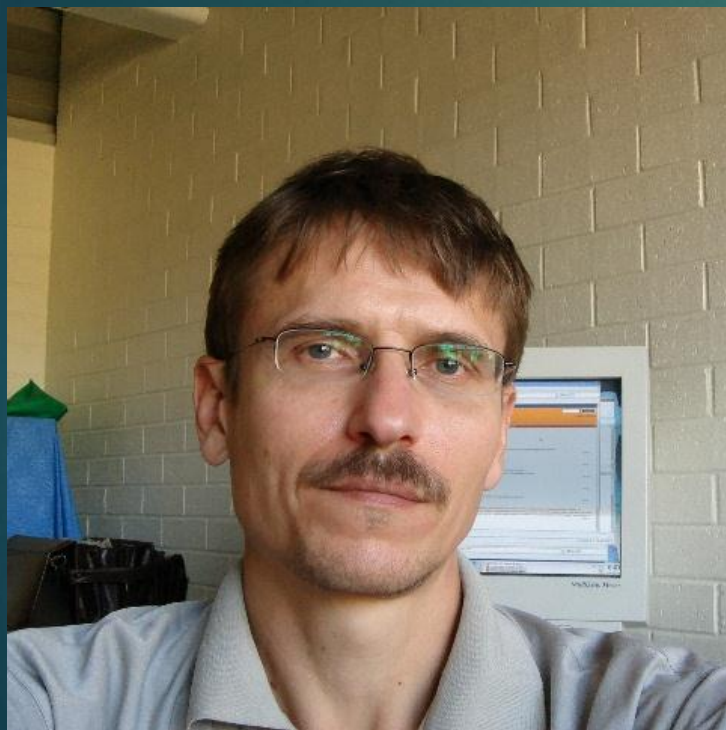
▶ Изучение хаотических свойств динамических систем (эргодичность, перемешивание, кратное перемешивание и др.) До сих пор не известно, вытекает ли из меньшей кратности большая кратность перемешивания — известная проблема Рохлина.

▶ Спектральная теория. Открытый вопрос — какие спектры могут быть реализованы динамическими системами, т.е. как спектры унитарного оператора

$$U_T: L^2(X) \rightarrow L^2(X), f \mapsto f \circ T ?$$

▶ Энтропийная теория. Актуальным является, как в целом и для других направлений, развитие теории для действий общих групп.

Олег Николаевич Агеев



- ❖ к.ф.-м.н., доцент
- ❖ **Область научных интересов:**
классификационные вопросы динамических систем, сохраняющих измеримую структуру, типичные свойства сохраняющих меру отображений или действий, спектральные инварианты динамических систем
- ❖ **Возможные темы курсовых работ:**
 - ▶ типичные свойства гомеоморфизмов канторовых множеств
 - ▶ спектральные инварианты декартового квадрата, снабженного инвариантной мерой с конечно-слойным носителем
 - ▶ наследование типичных динамических свойств при переходе от действий всей группы к подгруппе
 - ▶ инварианты счетных групп, определяемые их представлениями динамическими системами
- ❖ **e-mail:** ageevolegs@gmail.com

Максим Евгеньевич Липатов



- ❖ к.ф.-м.н., доцент
- ❖ **Область научных интересов:**
эргодическая теория, случайные процессы
- ❖ **Возможные темы курсовых работ:**

- ▶ случайные блуждания на группах Ли
- ▶ когомологии динамических систем
- ▶ энтропия групповых действий
- ▶ эргодические теоремы и др. Пример вопроса:

Исследовать сходимость произведения случайных однопараметрических (полу)групп вдоль траекторий эргодических автоморфизмов $T: X \rightarrow X$

$$e^{\frac{A(T^{n-1}x)t}{n}} \cdot \dots \cdot e^{\frac{A(Tx)t}{n}} e^{\frac{A(x)t}{n}}, \quad n \rightarrow \infty$$

- ❖ **Литература:**
 - ▶ М.Е. Липатов. Стационарные случайные блуждания на группах Ли и косые произведения. Диссертация. 2013.
- ❖ **e-mail:** maxim.lipatov@gmail.com

Теория особенностей

А.А.Давыдов, И.А.Богаевский, Е.А.Асташов

- ❖ **Теория особенностей** — раздел математики, изучающий устройство различных объектов (отображений, многообразий, векторных полей, решений дифференциальных уравнений) вблизи «нетипичных» (**особых**) точек.
- ❖ Многие задачи теории особенностей связаны с **классификацией особых точек** объектов заданного типа и получением списка **нормальных форм**, к одной из которых каждый объект заданного типа приводится в окрестности особой точки.
- ❖ Теория особенностей использует **методы различных областей математики**: анализа, дифференциальных уравнений, алгебры, топологии, выпуклой геометрии, теории чисел.
- ❖ Сборка, зонтик Уитни и ласточкин хвост — примеры особенностей:



Примеры задач теории особенностей

- ❖ Рассмотрим класс аналитических функций $f: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}$ с критической точкой в начале координат, обладающих свойством чётности или нечётности по некоторым переменным. Требуется получить список нормальных форм простых функций из этого класса (то есть таких функций, из которых малым шевелением можно получить не более чем конечное число попарно неэквивалентных функций данного класса). Более общая задача — связать этот список с классификацией групп, порожденных отражениями, по аналогии с классификацией простых особенностей A_k, D_k, E_k В.И.Арнольда.



$$A_k : (z_1, \dots, z_n) \mapsto z_1^{k+1} + z_2^2 + \dots + z_n^2, \quad k \geq 1;$$

$$D_k : (z_1, \dots, z_n) \mapsto z_1^2 z_2 + z_2^{k-1} + z_3^2 + \dots + z_n^2, \quad k \geq 4;$$

$$E_6 : (z_1, \dots, z_n) \mapsto z_1^3 + z_2^4 + z_3^2 + \dots + z_n^2;$$

$$E_7 : (z_1, \dots, z_n) \mapsto z_1^3 + z_1 z_2^3 + z_3^2 + \dots + z_n^2;$$

$$E_8 : (z_1, \dots, z_n) \mapsto z_1^3 + z_2^5 + z_3^2 + \dots + z_n^2.$$

Алексей Александрович Давыдов



- ❖ д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой
- ❖ **Область научных интересов:** качественная теория дифференциальных уравнений, теория особенностей и её приложения, математическая теория управления и оптимизация
- ❖ **Актуальные задачи** связаны с оптимизацией эксплуатации распределенных популяций и оптимизацией циклических процессов, с анализом особенностей неявных дифференциальных уравнений
- ❖ **Примерные темы курсовых работ:**
 - структурная устойчивость простейших динамических неравенств на компактных ориентируемых поверхностях (с краем)
 - единственность цикла в блочной модели океанической циркуляции с турбулентными потоками
 - оптимизация эксплуатации распределенных популяций для различных моделей и критериев качества
- ❖ **e-mail:** davydov@mi-ras.ru
- ❖ **Информация:**
http://www.mathnet.ru/php/person.phtml?option_lang=rus&personid=8532

Илья Александрович Богаевский



- ❖ д.ф.-м.н., профессор, зам. зав. кафедрой
- ❖ **Область научных интересов:** теория особенностей и её приложения к теории дифференциальных уравнений, математической физике и оптимизации
- ❖ **Актуальные задачи** связаны с особыми лагранжевыми и лежандровыми подмногообразиями, их фронтами и каустиками
- ❖ **Примерные темы курсовых работ:**
 - морсовские перестройки неявных обыкновенных дифференциальных уравнений
 - особенности фазы квазиклассических решений уравнений графена
 - асимптотики субримановых сфер Мартине и Энгеля
- ❖ **e-mail:** ibogaevsk@gmail.com

Евгений Александрович Асташов



- ❖ к.ф.-м.н., ассистент, заместитель декана
- ❖ **Область научных интересов:** теория особенностей и её приложения к дифференциальным уравнениям
- ❖ **Актуальные задачи:** классификация комплексно-аналитических отображений, обладающих свойством инвариантности относительно действия конечной группы
- ❖ **Литература:**
 - В.И.Арнольд, А.Н.Варченко, С.М.Гусейн-Заде. Особенности дифференцируемых отображений. М.: МЦНМО, 2009.
 - Е.А. Асташов. Классификация ростков функций, эквивариантно простых относительно группы порядка 3. Мат. заметки, 105:2 (2019), 163–178.
- ❖ **e-mail:** ast-ea@yandex.ru

АДДИТИВНАЯ КОМБИНАТОРИКА

И.Д. Шкредов

- ❖ **Аддитивная комбинаторика** — раздел математики, находящийся на стыке теории чисел и комбинаторики, в котором изучается всевозможная комбинаторика с участием групповой операции.
- ❖ В аддитивной комбинаторике исследуются структурные свойства числовых множеств, устройство сумм множеств, обратные задачи для сумм, равномерно распределенные последовательности, тригонометрические суммы, рост множеств в различных группах и многие другие вопросы.
- ❖ Аддитивная комбинаторика является междисциплинарной областью и использует **методы различных разделов математики**: теории чисел, комбинаторики, теории динамических систем, теории функций, алгебры, теории вероятностей, геометрии, теории графов.
- ❖ Методы аддитивной комбинаторики позволили продвинуться в ряде задач теории чисел, криптографии, теоретической информатики, теории динамических систем, теории функций, теории вероятностей и т.д.

Илья Дмитриевич Шкредов



- ❖ д.ф.-м.н., член-корр. РАН, профессор
- ❖ **Область научных интересов:**
аддитивная комбинаторика, комбинаторная теория чисел, комбинаторная эргодическая теория
- ❖ **Темы курсовых:**
 - ▶ классические задачи аддитивной комбинаторики
 - ▶ суммы произведений
 - ▶ некоммутативные методы в аддитивной комбинаторике и теории чисел
 - ▶ комбинаторные вопросы теории динамических систем
- ❖ **Литература:**
 - T. Tao, V. Vu. Additive combinatorics. Cambridge University Press 2006.
 - И. Д. Шкредов, “Об одной задаче Гауэрса”, *Изв. РАН. Сер. матем.*, **70**:2 (2006), 179–221.
 - И. Д. Шкредов, “Структурные теоремы в аддитивной комбинаторике”, *УМН*, **70**:1 (421) (2015), 123–178.
- ❖ **e-mail:** ilya.shkredov@gmail.com

