

Утверждена на заседании Академического совета
факультета компьютерных наук
(протокол от «24» октября № 2.3-09/241022-18)

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»**

Факультет компьютерных наук

ПРОГРАММА

**подготовки к вступительному испытанию по Высшей математике
для поступающих на образовательную программу магистратуры
«Науки о данных»**

Академический руководитель программы, Кузнецов С.О. _____

Москва, 2022 год

Предварительные критерии оценивания

- 10 — задача решена;
- 9 — найдены незначительные ошибки, не влияющие на ход решения и ответ;
- 7-8 — решение содержит пробелы или ошибки, однако его можно признать верным или почти верным;
- 4-6 — либо решена половина задачи, либо недочеты слишком существенны, чтобы признать решение верным (но само рассуждение основано на здравых идеях);
- 2-3 — задача не решена, но в тексте есть идеи, которые могут при должном развитии привести к решению;
- 1 — решение неверно, но "что-то в этом есть";
- 0 — задача не решена,
— (прочерк) — решение, т.е. любой текст, имеющий отношение к задаче, вплоть до ее номера отсутствует.

Уточненные критерии проверки, но каждой задаче публикуются одновременно с началом периода подачи апелляции.

Решение задачи должно быть связным математическим текстом, не переходящем при этом в "сочинение по русскому языку".

В решении должны присутствовать ссылки на теоретические факты с указанием названий или формулировок теорем, которые применяются. Если утверждение, на которое ссылается абитуриент, не содержится в программе вступительных испытаний, комиссия вправе считать это недочетом решения.

Номер задания и ответ (если он требуется) должны четко выделяться на фоне остального текста.

Черновики не проверяются. Единственное возможное исключение — на чистовике написан правильный ответ и дана ссылка на черновик.

При обнаружении двух незачеркнутых решений одной и той же задачи проверяются оба решения и выставляется минимальный балл.

Перечень и содержание тем для подготовки

Линейная алгебра

Векторы, матрицы и действия с ними. Линейная зависимость системы векторов. Базис линейного пространства. Скалярное произведение.

Определитель квадратной матрицы. Вычисление определителей. Разложение определителя по строке и по столбцу.

Транспонированная матрица. Обратная матрица. Ранг матрицы. Специальные виды матриц.

Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений.

Линейные преобразования векторных пространств и их матрицы. Изменение матриц линейного преобразования и квадратичной формы при смене базиса."

Собственные числа и собственные векторы матрицы. Собственные и инвариантные подпространства.

Характеристический многочлен. Аннулирующий и минимальный многочлены. Теорема Гамильтона-Кэли.

Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Условие положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы. Критерий Сильвестра. Индексы инерции квадратичных форм.

Математический анализ

Числовые множества. Грани множеств. Множества в конечномерном действительном

пространстве. Соответствие множеств. Счетные и несчетные множества.

Числовые последовательности и пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы.

Функции одной переменной. Производные. Исследование и построение графика функции.

Функции многих переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Градиент функции. Производная по направлению. Матрица, Гессе. Безусловный экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции многих переменных. Задача, на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Условия дополняющей нежесткости.

Понятие о квадратичных формах. Выпуклые функции и множества. Оптимизация при наличии ограничений. Функция Лагранжа, ее стационарные точки. Метод множителей Лагранжа.

Неопределенный интеграл и его исчисление. Определенный интеграл. Несобственные интегралы. Кратные интегралы и их исчисление.

Понятие ряда и его сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.

Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Понятие решения. Поле направлений. Изоклины. Интегральные кривые. Задачи Коши.

Уравнения в полных дифференциалах. Метод замены переменных. Интегрирующий множитель. Уравнения Бернулли и Риккати.

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянной. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.

Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Устойчивость решения по Ляпунову.

Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью в виде квазимногочлена.

Системы линейных дифференциальных уравнений. Фазовое пространство и фазовый портрет. Понятие устойчивости решений динамической системы. Устойчивость решений по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.

Дискретная математика

Множества, и операции над ними. Алгебра, множеств и ее законы. Преобразования формул алгебры множеств.

Основные правила комбинаторики. Правило подсчета количества комбинаторных объектов. Принцип Дирихле. Размещения, перестановки и сочетания. Бином Ньютона.

Треугольник Паскаля. Сочетания с повторениями. Формула включений и исключений.

Бинарные отношения и их свойства, (рефлексивность, транзитивность, симметричность). Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Частичные, слабые и линейные порядки. Отношения предпочтения и функции полезности.

Алгебра логики. Функции алгебры логики. Нормальные формы — (С)ДНФ, (С)КНФ, полином Жегалкина. Исчисление высказываний, логика предикатов первого порядка.

Графы. Изоморфизм графов. Подграфы, цепи, циклы. Связность графов. Компоненты связности. Двудольные графы. Планарные графы. Критерии планарности. Деревья и их свойства. Остовные деревья. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Расстояние на графе. Диаметр, радиус и центры графа. Эйлеровы и гамильтоновы циклы.

Теория алгоритмов

Понятия алгоритма и сложности алгоритма. Тезис Чёрча. Машина Тьюринга. RAM-машина. Простые структуры данных: массив, список, очередь, стек, дек. Последовательный и бинарный поиск. Алгоритмы сортировки одномерного массива и оценка сложности. Способы задания графов. Алгоритм Дейкстры. Алгоритм Прима. Задача о максимальном потоке.

Теория вероятностей и математическая статистика

Основные понятия теории вероятностей. Вероятностное пространство, дискретное и непрерывное. Случайные события и случайные величины. Функция плотности распределения. Совместное распределение нескольких случайных величин. Условные распределения.

Характеристики распределений случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, ковариация). Свойства математического ожидания и дисперсии. Условное

математическое ожидание. Распределение дискретных случайных величин (биномиальное, геометрическое, гипергеометрическое, распределение Пуассона).

Нормальное и связанные с ним распределения, основные свойства, Генеральная совокупность и выборка, Выборочное распределение и выборочные характеристики (среднее, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции).

Статистическое оценивание. Точечные оценки. Линейность, несмещенность, эффективность и состоятельность оценок. Интервальные оценки, доверительный интервал.

Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия для точечной оценки параметров распределения.

Статистические выводы и проверка статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода. Уровень доверия и проверка значимости. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения.

Список литературы

Линейная алгебра

- 1) Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. Учебник для вузов 4-е изд. М.: Наука. Физматлит, 1999.
- 2) Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965.
- 3) Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры. М.: Наука, 1996.
- 4) Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Лань, 2010.

Математический анализ

- 5) Бесов О.В. Курс лекций по математическому анализу. Учебное пособие, Часть 1,2. М.: МФТИ, 2004.
- 6) Демидович Б.П. (редактор). Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов. Издание 6-е, стереотипное. М.: Наука, 1968.
- 7) Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Учебное пособие для вузов в 2-х т. М.: ВШ, 1970.
- 8) Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Учебник для вузов, 7-е издание. М.: Физматлит, 2005.
- 9) Фихтенгольц Г.М. Основы дифференциального и интегрального исчисления, тт.1—3. 8-е издание. М.: Физматлит, 2003.

Дифференциальные уравнения

- 10) Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Издание 4-е. М.: Наука, 1974.
- 11) Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Интеграл-Пресс, 1998.

Дискретная математика

- 12) Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. Бинарные отношения, графы и коллективные решения — 2-е издание. М.: Физматлит, 2014.
- 13) Берж К. Теория графов и ее применения. М.: ИЛ, 1962.
- 14) Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969.
- 15) Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера. СПб.: Лань, 2004.
- 16) Макаров И.А., Токмакова Л.Р. УМК "Дискретная математика". Издательский дом НИУ ВШЭ, 2014.

Теория алгоритмов

- 17) Алексеев В., Таланов В. Графы и алгоритмы. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009.
- 18) Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦН-МО, 2000.
- 19) Шень А. Программирование: теоремы и задачи. М.: МЦМНО, 2014.

Теория вероятностей и математическая статистика

- 20) Боровков А.А. Теория вероятностей. Учебное пособие для вузов. 2-е издание. М.: Наука, 1986.
- 21) Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Физматлит, 2007.
- 22) Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. 8-е издание. М.: Едиториал УРСС, 2005.
- 23) Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ, 2010.
- 24) Крамер Г. Математические методы статистики М.: Мир, 1975.
- 25) Шведов А.С. Теория вероятностей и математическая статистика. 2-е издание. М.: ГУ ВШЭ, 2005.