

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе БГУ

А.Л. Толстик
(И.О. Фамилия)

(подпись)

22. 11. 20
(дата утверждения)

Регистрационный № УД- 5047/уч.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по государственному экзамену для специальности
1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 09-2013 и учебного плана УВО № G31-137/уч.; 30.05.2013.

СОСТАВИТЕЛИ:

Д.Г. Медведев, декан механико-математического факультета, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
 В.В. Беньш-Кривец, зав. кафедрой высшей алгебра и защиты информации, доктор физ.-мат. наук, профессор;
 А.Л. Гладков, зав. кафедрой математической кибернетики, доктор физ.-мат. наук, профессор;
 В.И. Громак, зав. кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа, доктор физ.-мат. наук, профессор;
 В.Г. Кротов, зав. кафедрой теории функций, доктор физ.-мат. наук, профессор;
 А.В. Лебедев, зав. кафедрой функционального анализа и аналитической экономики, доктор физ.-мат. наук, профессор;
 В.С. Романчик, заведующий кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
 В.И. Янчевский, зав. кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики, доктор физ.-мат. наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси;
 Н.Б. Яблонская, доцент кафедры общей математики и информатики, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
 Л.Л. Голубева, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
 А.Э.Малевич, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
 Н.Л. Щеглова, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
 К.Г. Атрохов, ст. преподаватель кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета (протокол № 2 от 26.10 2017 г.);

Советом механико-математического факультета (протокол № 2 от 31.10 2017 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 15.11 2017 г.)

Ответственный за редакцию: Д.Н. Чергинец ???
 Ответственный за выпуск: В.И.Громак



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

На государственном экзамене по специальности студент должен **знать:**

- определения понятий, участвующих в формулировках теорем, которые он излагает;
- точные формулировки математических теорем;
- формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах.

уметь:

- применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;
- проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах.

Члены Государственной экзаменационной комиссии могут предлагать студенту в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы.

Вопросы, выделенные жирным шрифтом, излагаются с доказательствами.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. Алгебра и теория чисел

Тема 1.1 Арифметика целых чисел

Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

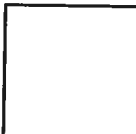
Тема 1.2 Поле комплексных чисел

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

Тема 1.3 Многочлены

Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Теорема Безу и следствия из нее. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Значение многочлена в точке, корень многочлена. Кратность корня многочлена.

Тема 1.4 Матрицы и операции над ними

кие матрицы размера $m \times n$. Виды матриц: квадратная матрица, диагональная матрица, верхняя и нижняя треугольная матрица, единичная матрица, матрица, вектор-строка, вектор-столбец. Равенство матриц. Операции над матрицами: сложение и умножение матриц, умножение матрицы на скаляр, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

Тема 1.5 Определители

Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель произведения квадратных матриц.

Тема 1.6 Системы линейных уравнений

Матричная запись линейной системы. Теорема Кронекера–Капелли. Методы Гаусса и Крамера. Однородные системы, условие существования нетривиального решения. Фундаментальная система решений.

Тема 1.7 Векторные пространства

Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координа-

ты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора.

Тема 1.8 Линейные отображения

Линейное отображение, его ядро и образ. Ранг и дефект. Алгебраические действия над линейными отображениями: сумма, умножение на константу, композиция. Линейный оператор и его матрица. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису. Матрица композиции и суммы линейных операторов.

Тема 1.9 Билинейные и квадратичные формы

Билинейная форма на векторном пространстве, ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса, ранг формы. Квадратичная форма и ее матрица. Канонический вид билинейной и квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм. Закон инерции вещественных квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

Тема 1.10 Евклидовы пространства

Евклидовы пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству.

РАЗДЕЛ II. Геометрия

Тема 2.1 Векторы

Понятие вектора в пространстве E^3 . Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы и аффинные реперы. Координаты векторов и точек. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Тема 2.2 Аффинная геометрия

Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 . Понятие аффинного пространства A^n , аффинные реперы в A^n . k -мерные плоскости в A^n , способы их задания, взаимное расположение двух плоскостей. Группы аффинных преобразований плоскости E^2 и пространства E^3 , аффинная геометрия.

Тема 2.3 Евклидовы пространства

Понятие евклидова точечного пространства E^n , ортогональность плоскостей в E^n . Расстояние между двумя плоскостями. Группы движений плоскости E^2 и пространства E^3 , евклидова геометрия.

Тема 2.4 Кривые и поверхности второго порядка

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры и конусы второго порядка в пространстве E^3 . Фигуры второго порядка в пространствах A^n и E^n .

РАЗДЕЛ III. Математический анализ

Тема 4.1 Множества и функции.

Понятие множества, отношения включения и равенства множеств, операции над множествами. Отношения, отношение эквивалентности. Общее понятие

функции, образы и прообразы элементов и множеств. Композиция, сюръекция, инъекция, биекция, обратная функция. Мощность множества.

Тема 4.2 Числа и последовательности

Множество вещественных чисел, его важнейшие подмножества. Точные границы числовых множеств. Определение предела последовательности. Предел монотонной последовательности, число Эйлера. Критерий Коши сходимости последовательности. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Частичные пределы последовательности, верхний и нижний пределы.

Тема 4.3 Функции одной переменной и ряды

Определение предела функции в точке. Пять замечательных пределов. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Основные теоремы о функциях непрерывных на отрезке (Вейерштрасса и Больцано-Коши). Понятие равномерной непрерывности, теорема Кантора. Определение производной и дифференциала функции одной переменной, таблица производных. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Лагранжа, Коши). Правила Лопиталю. Формула Тейлора с остатками Пеано и Лагранжа. Исследование функции с помощью производной (экстремумы, монотонность, выпуклость). Понятие первообразной и неопределенного интеграла, таблица интегралов. Определение интеграла Римана. Суммы Дарбу, критерий интегрируемости, классы интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы первого и второго рода. Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Даламбера, Коши, Раабе, Гаусса). Признаки Дирихле и Абеля. Ряд Фурье, условия сходимости ряда Фурье (в точке и равномерной). Свойства суммы функционального ряда (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).

Тема 4.4 Функции многих переменных

Понятие дифференцируемости функций многих переменных. Частные производные, производная по направлению, градиент и его геометрический смысл. Матрица Якоби. Теоремы о неявной и обратной функции. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума.

Тема 4.5 Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Определение интеграла Римана на евклидовых пространствах. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Грина.

РАЗДЕЛ IV. Теория функций комплексного переменного

Тема 5.1 Аналитические функции

Производная функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

Тема 5.2 Степенные ряды и вычеты

Степенной ряд, радиус сходимости, формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах.

РАЗДЕЛ V. Функциональный анализ

Тема 5.1 Мера и интеграл Лебега

Кольца, алгебры, σ -алгебры множеств. Мера на кольце множеств. σ -аддитивная мера на кольце множеств. Борелевские множества, продолжение меры по Лебегу. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 5.2 Метрические и нормированные пространства

Сходящаяся последовательность, последовательность Коши в метрических пространствах. Сходимость функциональных последовательностей: точечная сходимость, сходимость почти всюду, равномерная сходимость. Образования: непрерывные, равномерно непрерывные, удовлетворяющие условию Липшица. Полное метрическое пространство. Сжимающее отображение. Пополнение метрического пространства. Всюду плотное множество. Норма на векторном пространстве. Банахово пространство. Пространства суммируемых функций.

Тема 5.3 Линейные операторы

Линейный ограниченный оператор. Норма линейного ограниченного оператора. Линейные интегральные операторы. Образ, ядро, график линейного оператора. Обратимый оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр линейного оператора.

Тема 5.4 Гильбертовы пространства

Скалярное произведение. Гильбертово пространство. Ортогональные векторы. Проекция вектора. Базис в нормированном векторном пространстве, в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по ортонормированной системе в гильбертовом пространстве.

Тема 5.5 Сопряженное пространство

Линейный ограниченный функционал. Пространство, сопряженное к нормированному векторному пространству. Сопряженный оператор к линейному ограниченному оператору.

Тема 5.6 Компактные операторы

Предкомпактные, компактные множества в метрическом пространстве. Компактные операторы.

РАЗДЕЛ VI. Дифференциальные уравнения**Тема 6.1 Основные понятия**

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

Тема 6.2 Уравнения 1-го порядка

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

Тема 6.3 Системы и уравнения n -го порядка

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Тема 6.4 Особые точки и устойчивость

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова.

РАЗДЕЛ VII. Уравнения математической физики

Тема 7.1 Уравнения в частных производных

Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение теплопроводности. Гармонические функции. Задача Коши. Смешанные задачи.

РАЗДЕЛ VIII. Численные методы

Тема 8.1 Приближение функций и численное интегрирование

Методы приближения функций. Интерполяция и аппроксимация. Наилучшее приближение функции в Гильбертовом пространстве. Приближенное вычисление интегралов.

Тема 8.2 Системы линейных алгебраических уравнений и проблема собственных значений

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Условие сходимости и оптимальное значение итерационного параметра в методе простых итераций. Методы решения проблемы собственных значений.

Тема 8.3 Системы нелинейных уравнений

Метод простой итерации для численного решения нелинейных уравнений, условие сходимости. Метод Ньютона для решения нелинейных уравнений и систем (локальная сходимость, квадратичная скорость сходимости). Модификации метода Ньютона.

Тема 8.4 Численные методы решения дифференциальных задач.

Методы Эйлера и Рунге-Кутты для решения задачи Коши. Явные и неявные многошаговые численные методы, методы Адамса. Численные методы решения задачи Коши для жестких систем ОДУ. Априорные и апостериорные оценки погрешности.

Тема 8.5 Разностные схемы

Основные понятия теории разностных схем (сеточный шаблон, аппроксимация, устойчивость, сходимость). Разностные схемы для уравнений в частных производных. Канонический вид и условие сходимости двухслойных разностных схем. Связь аппроксимации, устойчивости и сходимости.

РАЗДЕЛ IX. Дискретная математика и теория графов

Тема 9.1 Комбинаторика.

Размещения и сочетания. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Метод включения и исключения, его применение.

Тема 9.1 Графы.

Эквивалентные определения дерева. Остов графа, его свойства. Матричная теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.

РАЗДЕЛ X. Исследование операций

Тема 10.1 Исследование операций

Игра в нормальной форме, игра с нулевой суммой, матричная игра, цена игры, седловая точка.

РАЗДЕЛ XI. Методы оптимизации

Тема 11.1 Методы оптимизации

Экстремум, локальный экстремум, условный экстремум функции. Функция Лагранжа. Вариационная задача. Производные в векторных пространствах: производная по направлению, вариация по Лагранжу. Выпуклые множества, выпуклые функции, выпуклые экстремальные задачи. Линейная задача, двойственная задача.

РАЗДЕЛ XII. Компьютерная математика

Тема 12.1 Компьютерная математическая среда Mathematica

Сценарий работы в *Mathematica*. Ядро Kernel и интерактивная среда FrontEnd. Сеанс работы Session, основной цикл (In[xx]->Out[xx]). База знаний: знания, поставляемые системой, накопление знаний во время сессий и хранение знаний между сеансами работы. Документ (Notebook).

Язык символьного программирования Wolfram Language. Выражение как базовый тип данных. Типы выражений. Атомарные объекты. Функции для анализа структуры выражения.

Область видимости (scope) объектов в *Mathematica*: With, Block, Module, Function. Функциональное программирование: особенности, преимущества, недостатки. Безымянные (чистые) функции, рекурсии, функции высших порядков.

Оператор Apply и семейство операторов MapXxx. Операторы повторного действия (Nest, Fold, FixedPoint). Обработка списков: генерация, доступ к элементам и их преобразование, изменение структуры списка, вычисление функций от списков. Дистрибутивность операции относительно списка (атрибут Listable).

Образцы, их классификация, построение, использование. Правила преобразований и определения. Функции семейства xSetXxx. Механизм верхних и нижних значений символа. Программирование, основанное на глобальных правилах преобразований. Локальные правила преобразований, подстановки. Функции семейства Replace. Программирование, основанное на локальных правилах преобразований.

2D и 3D графика в *Mathematica*. Низкоуровневая графика: графические примитивы, режимы (Options) операторов семейства Graphics. Высокоуровневая графика: семейство операторов XxxPlot.

Интерактивная динамика. Объекты: Dynamic, Manipulate, Control, Animate. Визуализация исследований.

Тема 12.2 Компьютерная математическая среда MATLAB

Структура и интерфейс системы MATLAB. Встроенные типы данных и вычисления. Сценарии, функции, переменные. Объектно-ориентированное программирование, классы и объекты. Высокоуровневая и дескрипторная графика. Импорт и экспорт данных. Имитационное моделирование в Simulink. Структура Simulink-модели. Управляемые подсистемы. Диаграммы состояний и переходов.

РАЗДЕЛ XIII. Прикладной системный анализ

Тема 13.1 Системный анализ

Признаки системных проблем. Сущность системного подхода. Улучшающее вмешательство. Процедура системного анализа. Системы, их свойства и классификация. Жизненный цикл и цели систем. Понятие сложной системы. Обратные связи в системах. Методология структурного анализа SADT. Методология IDEF0. Понятие организации. Функциональное и процессное управление деятельностью организации. Понятие бизнес-процесса и цепочки добавленной стоимости. Методология ARIS.

Тема 13.2 Язык моделирования UML

Принципы объектно-ориентированного анализа и проектирования. CASE-средства. Основные этапы развития и принятые стандарты языка UML. Методология RUP. Основные принципы и этапы моделирования сложных систем согласно RUP. Диаграмма вариантов использования. Диаграмма классов. Диаграмма кооперации. Диаграмма последовательности. Диаграмма состояний. Диаграмма деятельности.

Тема 13.3 Проектирование информационных систем

Основные понятия системной инженерии. Жизненный цикл, команда и методы создания ПО. Уровни зрелости CMMI. Оценка трудоемкости разработки ПО. Шаблоны проектирования: GRASP, GOF, Fowler, EIP, ACE. Системы непрерывной сборки, версии, ведения проектов, развертывания и мониторинга. Вероятностные и численные модели в оценке и прогнозировании рисков. Математические модели при создании и ведении планов организации. Существующие нормы ведения инновационной и венчурной деятельности.

Тема 13.4 Требования к ПО

Программный продукт и его жизненный цикл. Рынок и конкуренция. Бизнес-модели продуктов. Минимальный работоспособный продукт. Функциональные и нефункциональные требования. Пользовательские сценарии. Пользовательские истории. Спецификация требований к ПО. Деятельность бизнес-аналитика. Методы сбора и анализа требований к ПО. Ранжирование требований. Прототипирование. Виды документов требований и их структура.

Алгебра и теория чисел

1. Теорема о делении с остатком для целых чисел. Алгоритм Евклида. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.
2. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. **Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.** Формула Муавра.
3. Матрицы и операции над ними. Виды матриц. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.
4. Определители, их основные свойства. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Определитель произведения матриц.
5. Системы линейных уравнений. **Теорема Кронекера-Капелли.** Методы Гаусса и Крамера. Системы однородных линейных уравнений.
6. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность, координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому.
7. Линейное отображение векторных пространств, его ядро и образ. Матрица линейного оператора. Матрица суммы и произведения линейных операторов. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора.
8. Билинейные и квадратичные формы. Канонический вид квадратичной формы. **Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.**
9. Евклидовы пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству.

Геометрия

1. Векторы в пространстве E^3 , скалярное, векторное и смешанное произведения.
2. Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 .
3. Эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и свойства.
4. **Классификация кривых второго порядка на плоскости E^2 .**
5. Понятие аффинного пространства A^n , примеры. Плоскости в A^n и их уравнения.
6. Аффинная оболочка множества точек. Взаимное расположение двух плоскостей в аффинном пространстве A^n .
7. Понятие евклидова точечного пространства E^n . Ортогональность плоскостей в E^n . **Расстояние от точки до плоскости.**

Математический анализ

1. Множество вещественных чисел. Важнейшие подмножества в R и их мощность. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел.
2. Числовые множества и их границы. Теорема Дедекинда о существовании точных границ.
3. Предел последовательности и его свойства (единственность, операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах). **Теорема о пределе монотонной последовательности.** Число Эйлера.
4. Критерий Коши сходимости последовательности. Предельная точка множества в R , лемма Больцано-Вейерштрасса. Теорема Кантора о стягивающейся последовательности отрезков. Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами.
5. Предел функции в точке и непрерывность. Основные теоремы о непрерывных функциях (две теоремы Больцано-Коши, две теоремы Вейерштрасса).
6. Производная и дифференцируемость, правила дифференцирования. Производная композиции, производная обратной функции.
7. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений).
8. **Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей.**
9. Формула Тейлора с остатками в форме Пеано и Лагранжа.
10. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства, критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.
11. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. **Существование первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница.** Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.
12. Понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Коши с корнем, Даламбера, Гаусса).
13. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. **Признаки Дирихле и Абеля.**
14. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.
15. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Условия сходимости рядов Фурье (в точке и равномерной).
16. Дифференцируемость и частные производные функции многих переменных, производная по направлению, градиент. Производные высших порядков, теорема Шварца о равенстве смешанных производных.
17. Локальные экстремумы функций одной и многих переменных. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума функции.

18. Мера и интеграл Римана в R^n .³ Сведение интеграла к повторному (теорема Фубини), замена переменной в кратном интеграле.

19. Криволинейные интегралы и их основные свойства. Формула Грина.

Теория функций комплексного переменного

1. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Свойства аналитических функций.

2. **Разложение аналитической функции в ряд Лорана.** Изолированные особые точки и их классификация.

3. Вычеты и формулы для их вычисления. Теорема Коши о вычетах. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов.

Функциональный анализ

1. Мера, сигма-аддитивная мера, продолжение меры.

2. Интеграл по конечной мере от простой функции, интеграл по конечной мере от измеримой функции.

3. **Принцип сжимающихся отображений.**

4. Нормированные пространства и линейные операторы в нормированных пространствах. Ограниченные линейные операторы. Норма оператора.

Дифференциальные уравнения

1. **Критерий уравнения в полных дифференциалах.**

2. **Базис пространства решений линейного дифференциального уравнения n -го порядка.**

3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.

4. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Колебательный характер решений.

5. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши. Схема её решения.

6. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

7. Понятие устойчивости решений дифференциальных уравнений. Метод функций Ляпунова.

Уравнения математической физики

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.

2. **Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.**

3. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

4. Свойства гармонических функций.

Численные методы

1. Метод простой итерации для решения нелинейных уравнений $f(x)=0$. Теорема о сходимости метода простой итерации.

2. Метод конечных разностей для 1^4 дифференциальных уравнений в частных производных (сеточный шаблон, аппроксимация, устойчивость, сходимость). Теорема Лакса о сходимости линейных разностных схем.
3. Метод Ньютона и его модификации для решения нелинейных уравнений и систем. Локальность и квадратичная скорость сходимости метода Ньютона.
4. Методы Рунге-Кутты для численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Дискретная математика и теория графов

1. Размещения и сочетания. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Метод включения и исключения, его применение.
2. Эквивалентные определения дерева. Остов графа, его свойства. Матричная теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев.
3. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости.

Исследование операций

1. Необходимые и достаточные условия существования эйлерова цикла в графе.
2. Основная теорема о потоке (теорема о max- и min- разрезах)

Методы оптимизации

1. Метод множителей Лагранжа.
2. Теорема Куна-Такера.
3. Теорема о существовании экстремума (Теорема Вейерштрасса).

Компьютерная математика

1. Язык символьного программирования Wolfram Language. Ядро Kernel и интерактивная среда FrontEnd. Выражение как базовый тип данных. Сеанс работы (Session). База знаний. Документ (Notebook).
2. Область видимости (scope) объектов в *Mathematica*: With, Block, Module, Function. Функциональное программирование. Безымянные (чистые) функции, рекурсии, функции высших порядков.
3. Обработка списков в *Mathematica*: MapXxx, Apply, Nest, Fold, FixedPoint, Flatten, Transpose и многие другие функции.
4. Правила преобразований (Rule/Set) и образцы (Pattern) в *Mathematica*.
5. 2D и 3D графика в *Mathematica*. Низкоуровневая графика: графические примитивы, режимы (Options) операторов семейства Graphics. Высокоуровневая графика: семейство операторов XxxPlot.
6. Динамические объекты: Dynamic, Manipulate, Control, Animate.
7. Интерактивный интерфейс пользователя системы Matlab. Программирование на языке Matlab.
8. Типы данных в Matlab. Работа с матрицами, структурами, объектами.
9. Высокоуровневая и дескрипторная графика в Matlab.
10. Импорт и экспорт данных в Matlab.
11. Пакет имитационного моделирования Simulink. Интерактивный интерфейс пользователя.

12. Динамические системы. Дискретные ⁵ и непрерывные системы. Решатели (Solver) и интеграторы (Integrator).
13. Пакет событийного моделирования Stateflow.

Прикладной системный анализ

1. Признаки системных проблем. Сущность системного подхода. Улучшающее вмешательство. Процедура системного анализа.
2. Системы, их свойства и классификация. Статические, динамические и синтетические свойства систем. Циклы обратной связи. Жизненный цикл системы.
3. Принципы моделирования систем. Методология структурного анализа SADT. Методология IDEF0. Коды ICOM. Принципы построения и синтаксис диаграмм.
4. Понятие организации. Функциональное и процессное управление деятельностью организации. Понятие бизнес-процесса. Классификация процессов организации. Цепочка добавленной стоимости.
5. Методология ARIS и ее основные диаграммы: организационная, целей, цепочки добавленного качества, событийная цепочка процесса.
6. Принципы объектно-ориентированного анализа и проектирования. Методология RUP. Язык моделирования UML. Канонические диаграммы UML.
7. Жизненный цикл создания ПО. Каскадная модель. Итерационная разработка. Гибкие методы разработки (Agile). Оценки трудоемкости разработки ПО. Шаблоны проектирования.
8. Программный продукт и его жизненный цикл. Рынки и конкуренция. Бизнес-модели продуктов. Минимальный работоспособный продукт.
9. Функциональные и нефункциональные требования. Пользовательские сценарии. Пользовательские истории. Спецификация требований к ПО.
10. Деятельность бизнес-аналитика. Методы сбора и анализа требований к ПО. Ранжирование требований. Прототипирование. Виды документов требований и их структура.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зорич В.А. Математический анализ. - М., Наука, Т.1 - 1981, Т.2 - 1984.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. - М., Наука, Т.1,2 - 1983 и др. издания.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. - М., Высшая школа, Т.1,2 - 1981 и др. издания.
4. Рудин У. Основы математического анализа. - М., Мир. - 1976.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М., Наука - 1969 и др. издания.
6. Гелбаум Б., Олмстед Дж. Контрпримеры в анализе. М., Мир, 1967.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М., Наука - 1977 и др. издания.
8. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: Высшая школа, 1991.
9. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: Вышэйшая школа, 1974.
10. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. Минск, БГУ, 2012.
11. Антонец А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Учебник. Минск, БГУ, 2006.
12. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1989.
13. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Наука, 1980.
14. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
15. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища шк., 1979.
16. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П. Теория вероятностей, Минск, БГУ, 2003.
17. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач, 1989.
18. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. - 432 с.
19. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. - Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1978. - 352 с.
20. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. - М.: Наука, 1984.
21. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1988.
22. Ильин В.А., Позняк Е.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 2005.
23. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1987.
24. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. -М.: Наука, 1999.
25. Голубева Л. Л., Малевич А. Э., Щеглова Н. Л. Компьютерная математика. Символьный пакет Mathematica: курс лекций. Минск, БГУ, 2005.
26. Голубева Л. Л., Малевич А. Э., Щеглова Н. Л. Компьютерная математика. Числовой пакет MATLAB: курс лекций. Минск, БГУ, 2007.
27. Тарасенко Ф. П. Прикладной системный анализ: Учебник — Томск, Издательство Томского университета, 2004.
28. Жилин Д. М. Теория систем. Опыт построения курса — М.: Издательство ЛКИ, 2007.
29. Марка Д., МакГоуэн К. Методология структурного анализа и проектирования: Пер. с англ. — М.: МетаТехнология, 2000.
30. Репин В. В. Бизнес-процессы. Моделирование, внедрение, управление — М.: Манн, Иванов и Фербер, 2014.
31. Фаулер М. Шаблоны корпоративных приложений: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2016.
32. Хоп Г., Вульф Б. Шаблоны интеграции корпоративных приложений: Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2007.

- 1
33. Вигерс К., Битти Дж. Разработка требований к программному обеспечению: Пер. с англ. — М.: Русская редакция, 2014.
 34. Буч Г., Рамбо Дж., Джекобсон А. Язык UML. Руководство пользователя: Пер. с англ. — М.: ДМК, 2000.
 35. Кватрани Т. Rational Rose и UML. Визуальное моделирование: Пер. с англ. — М.: ДМК Пресс, 2001.
 36. Паклин Н., Орешков В. Бизнес-аналитика: от данных к знаниям — СПб: Питер, 2010.
 37. Барсегян А. А., Куприянов М. С., Холод И. И., Тесс М. Д., Елизаров С. И. Анализ данных и процессов: учеб. пособие — СПб: БХВ-Петербург, 2009.