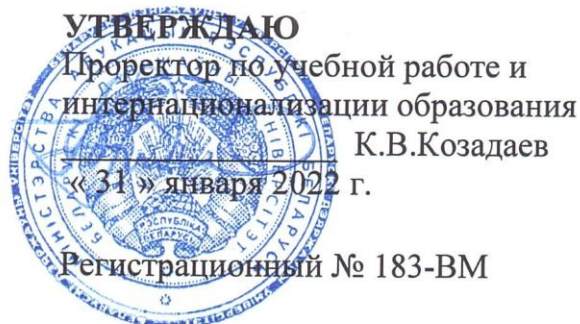


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Механико-математический факультет



Программа вступительных испытаний
для поступающих на II ступень высшего образования
(магистратура)



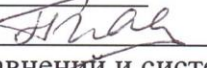
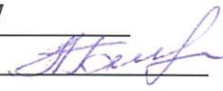

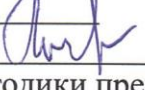

Специальность 1-31 80 03 Математика и компьютерные науки



Минск, 2022 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

В.В. Беньш-Кривец, зав. кафедрой высшей алгебры и защиты информации, доктор физ.-мат. наук, профессор;
В.М. Волков, заведующий кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования, доктор физ.-мат. наук, профессор;
А.Л. Гладков, зав. кафедрой математической кибернетики, доктор физ.-мат. наук, профессор;
Л.Л. Голубева, зав. кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
В.Г. Кротов, профессор каф. теории функций, доктор физ.-мат. наук, профессор;
А.В. Лебедев, зав. кафедрой функционального анализа и аналитической экономики, доктор физ.-мат. наук, профессор;
Д.Ф. Базылев, зав. кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики, кандидат физ.-мат. наук, доцент;
Д.Н. Чергинев, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа, кандидат физ.-мат. наук;
Н.Б. Яблонская, доцент кафедры общей математики и информатики, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

РАССМОТРЕНА И РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации
Протокол от 17.12.2021 № 5
Заведующий кафедрой  В.В. Беньш-Кривец
Кафедрой веб-технологий и компьютерного моделирования
Протокол от 13.12.2021 № 5
Заведующий кафедрой  В.М. Волков
Кафедрой математической кибернетики
Протокол от 22.11.2021 № 4
Заведующий кафедрой  А.Л. Гладков
Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа
Протокол от 30.11.2021 № 7
Заведующий кафедрой  Л.Л. Голубева
Кафедрой теории функций
Протокол от 24.12.2021 № 5
Заведующий кафедрой  Н.В. Бровка
Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
Протокол от 27.12.2021 № 6
Заведующий кафедрой  А.В. Лебедев
Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики
Протокол от 22.12.2021 № 5
Заведующий кафедрой  Д.Ф. Базылев

Советом факультета
Протокол от 28.12.2021 № 5
Председатель Совета  С.М. Босьяков
Ответственный за редакцию  Н.Б. Яблонская

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного испытания по специальности 1-31 80 03 Математика и компьютерные науки и методические рекомендации составлены с учётом требований к вступительным испытаниям, установленных Министерством образования Республики Беларусь.

Цель и задачи вступительного испытания

Целью вступительного испытания в магистратуру является оценка сформированности у абитуриента основных профессиональных компетенций и готовности освоить выбранную магистерскую программу.

Задачи вступительного испытания:

- проверить уровень знаний абитуриента;
- определить склонности к научно-исследовательской деятельности;
- выяснить мотивы поступления в магистратуру;
- определить уровень научных интересов;
- определить уровень научной эрудиции абитуриента.

Требования к уровню подготовки поступающих

По образовательным программам высшего образования II ступени (магистратура) принимаются лица, имеющие высшее образование. Уровень основного образования лиц, поступающих для получения высшего образования II ступени – высшее образование I ступени.

Программа вступительного испытания направлена на подтверждение наличия необходимых для успешного освоения образовательной программы II ступени высшего образования следующих компетенций:

академические:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

социально-личностные:

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбережения.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные:

Научно-производственная деятельность

ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-4. Разрабатывать и тестировать информационные системы, осуществлять защиту приложений и данных.

Научно-исследовательская деятельность:

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой; самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

Организационно-управленческая деятельность:

ПК-12. Контролировать и поддерживать трудовую и производственную дисциплину. Владеть основными методами защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий.

ПК-13. Составлять документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам.

ПК-14. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-15. Анализировать и оценивать собранные данные.

ПК-16. Разрабатывать и согласовывать представляемые материалы.

ПК-18. Готовить доклады, материалы к презентациям.

ПК-19. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

ПК-20. Владеть современными средствами телекоммуникаций.

Инновационная деятельность:

ПК-24. Работать с научной, технической и патентной литературой.

ПК-27. Разрабатывать новые информационные технологии на основе математического моделирования и оптимизации.

ПК-29. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

Педагогическая деятельность

ПК-31. Вести преподавательскую работу в высших и средних специальных учебных заведениях в соответствии с полученной квалификацией.

ПК-32. Осуществлять научно-методическое обеспечение образования, использовать инновационные педагогические технологии в образовательном процессе.

ПК-33. Формировать у обучающихся устойчивый интерес к преподаваемым дисциплинам, требовательность и ответственность за результаты обучения, воспитывать их в духе патриотичности, гражданственности, инициативности.

Содержание программы носит комплексный и междисциплинарный характер и ориентировано на выявление у поступающих общепрофессиональных и специальных знаний и умений.

Поступающий в магистратуру по специальности 1-31 80 03 Математика и компьютерные науки должен:

знать:

- определения математических понятий, участвующих в формулировках теорем;
- точные формулировки математических теорем;
- формулировки лемм и теорем, используемых при доказательствах;
- методы решения научно-технических и информационных задач;
- основные информационные технологии.

уметь:

- применять теорию к решению задач и иллюстрировать определения математических понятий и формулировки теорем простыми примерами;
- проверять выполнимость условий теорем, применяемых при доказательствах;
- применять современные информационные технологии и методы реализации решения прикладных задач.

владеть:

- основными методами построения математических моделей и их исследования;
- современными вычислительными средствами;
- навыками самообразования и способами использования математического аппарата для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Описание формы и процедуры вступительного испытания

Вступительное испытание является процедурой конкурсного отбора и условием приёма на обучение II степени высшего образования.

Организация проведения конкурса и приёма лиц для получения высшего образования II степени осуществляет приёмная комиссия в

соответствии с Положением о приёмной комиссии учреждения высшего образования, утверждаемым Министерством образования и Правилами приёма лиц для получения высшего образования II степени в БГУ.

Конкурсы на получение высшего образования II степени в очной и заочной формах получения образования за счёт средств бюджета и на платной основе проводятся отдельно.

Вступительные испытания проводятся по утверждённому председателем приёмной комиссии БГУ расписанию.

Проведение вступительного испытания осуществляется в устной форме на русском или белорусском языке.

Состав экзаменационной комиссии утверждается приказом ректора БГУ.

При проведении вступительного испытания в устной форме время подготовки абитуриента к ответу не менее 30 минут и не должно превышать 90 минут, а продолжительность ответа не более 15 минут. Для уточнения экзаменационной оценки абитуриенту могут быть заданы дополнительные вопросы в соответствии с программой вступительного испытания.

Оценка знаний лиц, поступающих на II степень высшего образования (магистратура), осуществляется по десятибалльной шкале, положительной считается отметка не ниже «шести».

При проведении вступительного испытания в устной форме экзаменационная отметка объявляется сразу после завершения опроса абитуриента.

Характеристика структуры экзаменационного билета

Экзаменационный билет состоит из вопросов по учебной дисциплине «Математика и информационные технологии».

Экзаменационный билет состоит из трех теоретических вопросов, позволяющих оценить полученные в процессе обучения на I степени высшего образования знания.

Члены экзаменационной комиссии могут предлагать испытуемому в качестве дополнительных вопросов разбор простых примеров, определения и формулировки теорем из программы. Вопросы, выделенные жирным шрифтом, излагаются с доказательствами.

Критерии оценивания ответа на вступительном испытании

Балл	Критерии оценки знаний и компетенций студентов
10	<ul style="list-style-type: none">- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы, а также по основным вопросам, выходящим за ее пределы;- точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы;- безупречное владение инструментарием учебной дисциплины,

	<p>умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;</p> <ul style="list-style-type: none"> - выраженная способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации; - полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку, использовать научные достижения других дисциплин.
9	<ul style="list-style-type: none"> - систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; - точное использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его эффективно использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; - способность самостоятельно и творчески решать сложные проблемы в нестандартной ситуации в рамках учебной программы; - полное усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку; - самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях; - творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
8	<ul style="list-style-type: none"> - систематизированные, глубокие и полные знания по всем поставленным вопросам в объеме учебной программы; - использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; - владение инструментарием учебной дисциплины (методами комплексного анализа, техникой информационных технологий), умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; - способность самостоятельно решать сложные проблемы в рамках учебной программы; - усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку с позиций государственной идеологии (по дисциплинам

	<p>социально-гуманитарного цикла);</p> <ul style="list-style-type: none"> - активная самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, систематическое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
7	<ul style="list-style-type: none"> - систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам учебной программы; - использование научной терминологии (в том числе на иностранном языке), лингвистически и логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач; - усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку; - самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
6	<ul style="list-style-type: none"> - достаточно полные и систематизированные знания в объеме учебной программы; - использование необходимой научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач; - способность самостоятельно применять типовые решения в рамках учебной программы; - усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку; - активная самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
5	<ul style="list-style-type: none"> - достаточные знания в объеме учебной программы; - использование научной терминологии, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач; - способность самостоятельно применять типовые решения в рамках

	<p>учебной программы;</p> <ul style="list-style-type: none"> - усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку; - самостоятельная работа на практических, лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
4	<ul style="list-style-type: none"> - достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта; - усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок; - владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач; - умение под руководством преподавателя решать стандартные (типовые) задачи; - умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им оценку; - работа под руководством преподавателя на практических, лабораторных занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий.
3	<ul style="list-style-type: none"> - недостаточно полный объем знаний в рамках образовательного стандарта; - знание части основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины; - использование научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными лингвистическими и логическими ошибками; - слабое владение инструментарием учебной дисциплины некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач; - неумение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях изучаемой дисциплины; - пассивность на практических и лабораторных занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.
2	<ul style="list-style-type: none"> - фрагментарные знания в рамках образовательного стандарта; - знания отдельных литературных источников, рекомендованных учебной программой дисциплины; - неумение использовать научную терминологию дисциплины, наличие в ответе грубых стилистических и логических ошибок; - пассивность на практических и лабораторных занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.
1	<ul style="list-style-type: none"> - отсутствие знаний и компетенций в рамках образовательного

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

РАЗДЕЛ I. Алгебра и теория чисел

Тема 1.1. Арифметика целых чисел

Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.

Тема 1.2. Поле комплексных чисел

Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.

Тема 1.3. Многочлены

Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Теорема Безу и следствия из нее. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Значение многочлена в точке, корень многочлена. Кратность корня многочлена.

Тема 1.4. Матрицы и операции над ними

Понятие матрицы размера $m \times n$. Виды матриц: квадратная матрица, диагональная матрица, верхняя и нижняя треугольная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, вектор-строка, вектор-столбец. Равенство матриц. Операции над матрицами: сложение и умножение матриц, умножение матрицы на скаляр, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.

Тема 1.5. Определители

Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель произведения квадратных матриц.

Тема 1.6. Системы линейных уравнений

Матричная запись линейной системы. Теорема Кронекера–Капелли. Методы Гаусса и Крамера. Однородные системы, условие существования нетривиального решения. Фундаментальная система решений.

Тема 1.7. Векторные пространства

Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность. Координаты вектора, их изменение при изменении базиса.

Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора.

Тема 1.8. Линейные отображения

Линейное отображение, его ядро и образ. Ранг и дефект. Алгебраические действия над линейными отображениями: сумма, умножение на константу, композиция. Линейный оператор и его матрица. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису. Матрица композиции и суммы линейных операторов.

Тема 1.9. Билинейные и квадратичные формы

Билинейная форма на векторном пространстве, ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса, ранг формы. Квадратичная форма и ее матрица. Канонический вид билинейной и квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм. Закон инерции вещественных квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

Тема 1.10. Евклидовы пространства

Евклидовы пространства. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству.

РАЗДЕЛ II. Аналитическая геометрия

Тема 2.1. Векторы

Понятие вектора в пространстве E^3 . Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, базисы и аффинные реперы. Координаты векторов и точек. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Тема 2.2. Аффинная геометрия

Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 . Понятие аффинного пространства A^n , аффинные реперы в A^n . k -мерные плоскости в A^n , способы их задания, взаимное расположение двух плоскостей. Группы аффинных преобразований плоскости E^2 и пространства E^3 , аффинная геометрия.

Тема 2.3. Евклидовы пространства

Понятие евклидова точечного пространства E^n , ортогональность плоскостей в E^n . Расстояние между двумя плоскостями. Группы движений плоскости E^2 и пространства E^3 , евклидова геометрия.

Тема 2.4. Кривые и поверхности второго порядка

Эллипсы, гиперболы, параболы. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры и конусы второго порядка в пространстве E^3 . Фигуры второго порядка в пространствах A^n и E^n .

РАЗДЕЛ III. Дифференциальная геометрия и топология

Тема 3.1. Кривые

Понятие кривой. Натуральная параметризация кривой. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.

Тема 3.2. Поверхности

Понятие поверхности. Первая фундаментальная форма поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Полная и средняя кривизна. Типы точек на поверхности.

Тема 3.3. Метрические и топологические пространства

Понятия метрического и топологического пространств. Замыкание, внутренность и граница множества в метрическом и топологическом пространствах. Полное метрическое пространство. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.

Тема 3.4. Компактность и связность

Понятие компактности. Критерии компактности метрического пространства. Связность. Понятие связной компоненты топологического пространства. Линейная связность.

РАЗДЕЛ IV. Математический анализ

Тема 4.1. Множества и функции.

Понятие множества, отношения включения и равенства множеств, операции над множествами. Отношения, отношение эквивалентности. Общее понятие функции, образы и прообразы элементов и множеств. Композиция, сюръекция, инъекция, биекция, обратная функция. Мощность множества.

Тема 4.2. Числа и последовательности

Множество вещественных чисел, его важнейшие подмножества. Точные границы числовых множеств. Определение предела последовательности. Предел монотонной последовательности, число Эйлера. Критерий Коши сходимости последовательности. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Частичные пределы последовательности, верхний и нижний пределы.

Тема 4.3. Функции одной переменной и ряды

Определение предела функции в точке. Пять замечательных пределов. Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Основные теоремы о функциях непрерывных на отрезке (Вейерштрасса и Больцано-Коши). Понятие равномерной непрерывности, теорема Кантора. Определение производной и дифференциала функции одной переменной, таблица производных. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (Ферма, Лагранжа, Коши). Правила Лопиталю. Формула Тейлора с остатками Пеано и Лагранжа. Исследование функции с помощью производной (экстремумы, монотонность, выпуклость). Понятие первообразной и неопределенного интеграла, таблица интегралов. Определение интеграла Римана. Суммы Дарбу, критерий интегрируемости, классы интегрируемых функций. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы первого и второго рода. Понятие числового ряда. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Даламбера, Коши, Раабе, Гаусса). Признаки Дирихле и Абеля. Ряд Фурье, условия сходимости ряда Фурье (в точке и равномерной). Свойства суммы функционального ряда (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).

Тема 4.4. Функции многих переменных

Понятие дифференцируемости функций многих переменных. Частные производные, производная по направлению, градиент и его геометрический смысл. Матрица Якоби. Теоремы о неявной и обратной функции. Экстремумы функций многих переменных. Необходимое условие, достаточные условия существования экстремума.

Тема 4.5. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Определение интеграла Римана на евклидовых пространствах. Определение криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Формула Грина.

РАЗДЕЛ V. Теория функций комплексного переменного

Тема 5.1. Аналитические функции

Производная функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана. Аналитическая функция. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.

Тема 5.2. Степенные ряды и вычеты

Степенной ряд, радиус сходимости, формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки и их классификация. Основная теорема о вычетах.

РАЗДЕЛ VI. Функциональный анализ

Тема 6.1. Мера и интеграл Лебега

Кольца, алгебры, σ -алгебры множеств. Мера на кольце множеств. σ -аддитивная мера на кольце множеств. Борелевские множества, продолжение меры по Лебегу. Измеримые множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега.

Тема 6.2. Метрические и нормированные пространства

Сходящаяся последовательность, последовательность Коши в метрических пространствах. Сходимость функциональных последовательностей: точечная сходимость, сходимость почти всюду, равномерная сходимость. Образования: непрерывные, равномерно непрерывные, удовлетворяющие условию Липшица. Полное метрическое пространство. Сжимающее отображение. Пополнение метрического пространства. Всюду плотное множество. Норма на векторном пространстве. Банахово пространство. Пространства суммируемых функций.

Тема 6.3. Линейные операторы

Линейный ограниченный оператор. Норма линейного ограниченного оператора. Линейные интегральные операторы. Образ, ядро, график линейного оператора. Обратимый оператор. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр линейного оператора.

Тема 6.4. Гильбертовы пространства

Скалярное произведение. Гильбертово пространство. Ортогональные векторы. Проекция вектора. Базис в нормированном векторном пространстве, в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье по ортонормированной системе в гильбертовом пространстве.

Тема 6.5. Сопряженное пространство

Линейный ограниченный функционал. Пространство, сопряженное к нормированному векторному пространству. Сопряженный оператор к линейному ограниченному оператору.

Тема 6.6. Компактные операторы

Предкомпактные, компактные множества в метрическом пространстве. Компактные операторы.

РАЗДЕЛ VII. Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 7.1. Вероятность

Элементарное событие, случайное событие, пространство элементарных событий. Алгебра и σ -алгебра событий. Вероятностное пространство, вероятность. Классическое, конечное, дискретное, геометрическое вероятностные пространства. Условная вероятность, независимость событий. Схема Бернулли.

Тема 7.2. Случайные величины и независимость

Случайная величина, ее функция распределения. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения, плотность вероятности. σ -алгебра, порожденная случайной величиной. Распределение вероятностей, независимость случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции. Характеристическая функция случайной величины.

Тема 7.3. Последовательности случайных величин

Центральная предельная теорема, закон больших чисел, усиленный закон больших чисел. Понятие о случайном процессе, пуассоновский случайный процесс, случайный процесс броуновского движения.

Тема 7.4. Математическая статистика

Выборка, вариационный ряд выборки, статистика. Несмещенность, состоятельность, оптимальность, эффективность статистической оценки. Достаточная статистика, статистическая гипотеза, параметрическая гипотеза, линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

РАЗДЕЛ VIII. Дифференциальные уравнения

Тема 8.1. Основные понятия

Обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, решение, интегральная кривая, задача Коши.

Тема 8.2. Уравнения 1-го порядка

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, Риккати и в полных дифференциалах.

Тема 8.3. Системы и уравнения n -го порядка

Фундаментальная система решений однородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных для неоднородных линейных дифференциальных уравнений n -го порядка.

Тема 8.4. Особые точки и устойчивость

Особые точки автономных систем: узел, седло, фокус, центр. Устойчивость решений по Ляпунову, функции Ляпунова.

РАЗДЕЛ IX. Уравнения математической физики

Тема 9.1. Уравнения в частных производных

Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение теплопроводности. Гармонические функции. Задача Коши. Смешанные задачи.

РАЗДЕЛ X. Исследование операций

Тема 10.1. Исследование операций

Игра в нормальной форме, игра с нулевой суммой, матричная игра, цена игры, седловая точка.

РАЗДЕЛ XI. Экстремальные задачи и вариационное исчисление

Тема 11.1. Методы оптимизации

Экстремум, локальный экстремум, условный экстремум функции. Функция Лагранжа.

Тема 11.2. Вариационное исчисление

Вариационная задача. Производные в векторных пространствах: производная по направлению, вариация по Лагранжу.

Тема 11.3. Выпуклая оптимизация

Выпуклые множества, выпуклые функции, выпуклые экстремальные задачи. Линейная задача, двойственная задача.

РАЗДЕЛ XII. Численные методы

Тема 12.1. Приближение функций и численное интегрирование

Методы приближения функций. Интерполяция и аппроксимация. Наилучшее приближение функции в Гильбертовом пространстве. Приближенное вычисление интегралов.

Тема 12.2. Системы линейных алгебраических уравнений и проблема собственных значений

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Условие сходимости и оптимальное значение итерационного параметра в методе простых итераций. Методы решения проблемы собственных значений.

Тема 12.3. Системы нелинейных уравнений

Метод простой итерации для численного решения нелинейных уравнений, условие сходимости. Метод Ньютона для решения нелинейных уравнений и систем (локальная сходимость, квадратичная скорость сходимости). Модификации метода Ньютона.

Тема 12.4. Численные методы решения дифференциальных задач.

Методы Эйлера и Рунге-Кутты для решения задачи Коши. Явные и неявные многошаговые численные методы, методы Адамса. Численные методы решения задачи Коши для жестких систем ОДУ. Априорные и апостериорные оценки погрешности.

Тема 12.5. Разностные схемы

Основные понятия теории разностных схем (сеточный шаблон, аппроксимация, устойчивость, сходимости). Разностные схемы для уравнений в частных производных. Канонический вид и условие сходимости двухслойных разностных схем. Связь аппроксимации, устойчивости и сходимости.

РАЗДЕЛ XIII. Математическая логика

Тема 13.1. Математическая логика

Алгебра высказываний. Формулы, равносильность формул. Функции алгебры высказываний, способы задания. Исчисление высказываний. Формулы, аксиомы, правила вывода. Предикаты, формулы, кванторы, отрицание кванторов. Приведенные и нормальные формулы.

РАЗДЕЛ XIV. Дискретная математика

Тема 14.1. Дискретная математика

Граф, цикл, сеть, поток, циркуляция, мощность потока. Эйлеровы графы.

РАЗДЕЛ XV. Компьютерная математика

Тема 15.1. Компьютерная математика

Язык символьного программирования Wolfram Language. Ядро Kernel и интерактивная среда FrontEnd. Выражение как базовый тип данных. Сеанс работы (Session). База знаний. Документ (Notebook). Функциональное программирование. Управление областью видимости (scope) объектов в Mathematica: With, Block, Module, Function. Безымянные (pure, anonymous) функции, рекурсии, функции высших порядков. Обработка списков в Mathematica: MapXxx, Apply, Nest, Fold, FixedPoint, Flatten, Transpose и многие другие функции. Правила преобразований (Rule/Set) и образцы (Pattern) в Mathematica. Типы данных в Matlab. Работа с матрицами, структурами, объектами. Высокоуровневая и дескрипторная графика в Matlab.

РАЗДЕЛ XVI. Методы программирования и информатика

Тема 16.1. Устройство компьютера. Компьютерные коммуникации.

Основные устройства компьютера. Архитектура компьютера. Основные устройства. Принципы работы. Представление информации. Компьютерные коммуникации и сети.

Тема 16.2. Компьютерные сети и Интернет

Локальные, глобальные компьютерные сети и Интернет. Протоколы передачи данных. Адресация в IP – сетях. Система доменных имен DNS. HTTP-сообщения. Заголовки HTTP. Неразрывная сессия HTTP.

Тема 16.3. Алгоритмы

Алгоритмы. Трудоемкость алгоритмов. Алгоритмы кодирования информации. Алгоритмы сортировки. Алгоритмы на графах. Структуры данных для представления графов: матрицы смежности, матрицы инцидентности, списки смежности, списки ребер. Поиск компонент связности и компонент двусвязности. Поиск минимального остовного дерева и кратчайшего пути в графе.

Тема 16.4. Информационные модели

Информационные модели и способы их описания. Язык моделирования UML. Унифицированный процесс разработки UP, RUP. Обработка текстовой и гипертекстовой информации. Обработка числовой и математической информации.

Тема 16.5. Технологии программирования

Процедурное, объектно-ориентированное, функциональное программирование.

Тема 16.6. Способы хранения, обработки и передачи информации

Информационные потоки. Электронные таблицы. Реляционные и нереляционные базы данных. Файлы. Сериализация и десериализация объектов. Коллекции. Безопасность и защита данных.

Тема 16.7. Фронт энд разработка

Язык HTML. Элементы. Тэги. Контейнеры. CSS. Язык JavaScript. События. Обработчики событий.

Тема 16.8. Программирование на стороне сервера

Бэк-энд разработка. Инструменты, средства и языки. CMS и Фреймворки. Способы публикации баз данных в Интернет.

Тема 16.9. Мобильные приложения

Особенности разработки мобильных приложений.

Тема 16.10. Инженерия разработки ПО

Методы разработки, тестирования, сопровождения ПО.

ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ

Алгебра и теория чисел

1. Теорема о делении с остатком для целых чисел. Алгоритм Евклида. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики.
2. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. **Умножение комплексных чисел в тригонометрической форме.** Формула Муавра.
3. Матрицы и операции над ними. Виды матриц. Обратная матрица, критерий существования и методы ее вычисления.
4. Определители, их основные свойства. Теорема Лапласа. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Определитель произведения матриц.
5. Системы линейных уравнений. **Теорема Кронекера-Капелли.** Методы Гаусса и Крамера. Системы однородных линейных уравнений.
6. Многочлены от одной переменной. Теорема о делении многочленов с остатком, теорема Безу. Корень многочлена, кратность корня, число корней многочлена. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых многочленов.
7. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис, размерность, координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому.
8. Линейное отображение векторных пространств, его ядро и образ. Матрица линейного оператора. Матрица суммы и произведения линейных операторов. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного оператора.
9. Билинейные и квадратичные формы. Канонический вид квадратичной формы. **Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду.**
10. Нормальный вид квадратичной формы над полями вещественных и комплексных чисел. Закон инерции вещественной квадратичной формы. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
11. Евклидовы пространства. Длина вектора. **Неравенство Коши-Буняковского.** Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение к подпространству.

Аналитическая геометрия

1. Векторы в пространстве E^3 , скалярное, векторное и смешанное произведения.
2. Уравнения прямых на плоскости E^2 , прямых и плоскостей в пространстве E^3 .
3. Эллипс, гипербола, парабола, их уравнения и свойства.
4. **Классификация кривых второго порядка на плоскости E^2 .**
5. Понятие аффинного пространства A^n , примеры. Плоскости в A^n и их уравнения.

6. Аффинная оболочка множества точек. Взаимное расположение двух плоскостей в аффинном пространстве A^n .

7. Понятие евклидова точечного пространства E^n . Ортогональность плоскостей в E^n . **Расстояние от точки до плоскости.**

Дифференциальная геометрия и топология

1. Кривые на плоскости E^2 и в пространстве E^3 , способы задания кривых. Натуральная параметризация кривой.

2. Кривизна и кручение кривой, их геометрический смысл. **Формулы Френе.**

3. Поверхности в E^3 и способы их задания. Касательная плоскость и нормаль в точке поверхности.

4. **Первая фундаментальная форма поверхности и задачи, решаемые с ее помощью.**

5. Нормальная кривизна поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Полная (гауссова) кривизна. Теорема Гаусса.

6. Понятие топологического пространства. Способы задания топологий, сравнение топологий. Внутренность, замыкание, граница множества в топологическом пространстве.

7. Непрерывные отображения топологических пространств и их свойства. **Критерии непрерывности.** Гомеоморфизм.

8. Компактные и связные топологические пространства. Критерии компактности метрического пространства.

Математический анализ

1. Множество вещественных чисел. Важнейшие подмножества в R и их мощность. Теорема Кантора о несчетности множества вещественных чисел.

2. Числовые множества и их границы. Теорема Дедекинда о существовании точных границ.

3. Предел последовательности и его свойства (единственность, операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах). **Теорема о пределе монотонной последовательности.** Число Эйлера.

4. Критерий Коши сходимости последовательности. Предельная точка множества в R , лемма Больцано-Вейерштрасса о существовании предельной точки.

5. Теорема Кантора о стягивающейся последовательности отрезков. **Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами.**

6. Предел функции в точке и непрерывность. Основные теоремы о непрерывных функциях (две теоремы Больцано-Коши, две **теоремы Вейерштрасса**).

7. Производная и дифференцируемость, правила дифференцирования. Производная композиции, производная обратной функции.

8. Теоремы Ферма, Ролля, **Лагранжа (о конечных приращениях)**, Коши (об отношении приращений).

9. **Правила Лопиталья раскрытия неопределенностей.**

10. Формула Тейлора с остатками в форме Пеано и Лагранжа.
11. Определение интеграла Римана для функций одной переменной. Необходимое условие интегрируемости. Суммы Дарбу и их свойства, критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.
12. Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. **Существование первообразной для непрерывной функции, формула Ньютона-Лейбница.** Интегрирование по частям и замена переменных в определенном интеграле.
13. Понятие числового ряда, сходящиеся и расходящиеся ряды. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости положительных рядов (Коши с корнем, Даламбера, Гаусса).
14. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. **Признаки Дирихле и Абеля.**
15. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.
16. Интегральные представления частичных сумм тригонометрического ряда Фурье. **Лемма Римана-Лебега.** Принцип локализации. Условия сходимости рядов Фурье (в точке и равномерной).
17. Дифференцируемость и частные производные функции многих переменных, производная по направлению, градиент. Производные высших порядков, теорема Шварца о равенстве смешанных производных.
18. Локальные экстремумы функций одной и многих переменных. Необходимые условия и достаточные условия локального экстремума функции.
19. Теоремы о неявной и обратной функциях, условия их дифференцируемости и формулы для производных.
20. Мера Жордана в R^n и ее свойства: монотонность, аддитивность, субаддитивность.
21. Интеграл Римана в R^n и его свойства. Сведение интеграла к повторному (теорема Фубини), замена переменной в кратном интеграле.
22. Криволинейные интегралы и их основные свойства. Формула Грина.

Теория функций комплексного переменного

1. Производная от функции комплексного переменного и ее геометрический смысл. Условия Коши-Римана.
2. Элементарные аналитические функции (экспоненциальная, логарифмическая, степенная, тригонометрические и гиперболические, и обратные к ним).
3. Интегральная теорема Коши. **Интегральная формула Коши.**
4. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Свойства аналитических функций.
5. **Разложение аналитической функции в ряд Лорана.** Изолированные особые точки и их классификация.

6. Вычеты и формулы для их вычисления. Теорема Коши о вычетах. Вычет в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов.

Функциональный анализ

1. Общее понятие меры. Продолжение меры. Продолжение меры по Лебегу. Меры Лебега и Лебега-Стилтьеса на R .

2. Интеграл Лебега и его свойства.

3. Пространства со скалярным произведением, гильбертово пространство. Неравенство Коши-Буняковского.

4. Пространство $L_p(T, \mu)$, неравенство Гёльдера, Минковского, полнота.

5. **Теорема Банаха (принцип сжимающих отображений)** и его применение к интегральным уравнениям.

6. Линейные непрерывные операторы. Норма оператора. Примеры.

7. **Теорема о замыкании образа линейного, непрерывного оператора.** Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Аксиоматика Колмогорова. Условные вероятности.

2. Числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсия, коэффициент корреляции и их свойства.

3. **Критерии независимости случайных величин (дискретный, абсолютно непрерывный).**

4. **Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых.**

5. Закон больших чисел.

6. Неравенство и теоремы Колмогорова.

Дифференциальные уравнения

1. **Критерий уравнения в полных дифференциалах.**

2. **Базис пространства решений линейного дифференциального уравнения n -го порядка.**

3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений.

4. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Колебательный характер решений.

5. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Задача Коши. Схема её решения.

6. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

7. Понятие устойчивости решений дифференциальных уравнений. Метод функций Ляпунова.

Уравнения математической физики

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.

2. **Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.**

3. **Принцип максимума для уравнения теплопроводности.**
4. Теоремы единственности решения задачи Коши и первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности.
5. Основные краевые задачи для уравнения Пуассона.
6. Свойства гармонических функций.

Исследование операций

1. **Матричные игры. Цена. Седловая точка. Нахождение цены и седловой точки.**

Экстремальные задачи и вариационное исчисление

1. **Метод множителей Лагранжа.**
2. **Необходимое условие экстремума в классической вариационной задаче (уравнение Эйлера-Лагранжа).**
3. Теорема Куна-Таккера.
4. Производные в векторных пространствах (производная по направлению, вариация по Лагранжу).
5. Условия оптимальности первого и второго порядков в задаче оптимизации с ограничениями-равенствами (задача условной оптимизации).

Численные методы

1. Метод простой итерации для решения нелинейных уравнений $f(x)=0$. **Теорема о сходимости метода простой итерации.**
2. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений в частных производных (сеточный шаблон, аппроксимация, устойчивость, сходимость). Теорема Лакса о сходимости линейных разностных схем.
3. Метод Ньютона и его модификации для решения нелинейных уравнений и систем. Локальность и квадратичная скорость сходимости метода Ньютона.
4. Методы Рунге-Кутты для численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Математическая логика

1. Алгебра высказываний. Формулы. Равносильность формул. Функции алгебры высказываний. Способы задания. Проблема минимизации.
2. Исчисление высказываний. Формулы, аксиомы, правила вывода. Вывод из гипотез. Теорема дедукции. **Теорема о непротиворечивости исчисления высказываний.** Независимость системы аксиом.
3. Логика предикатов. Предикаты, формулы, кванторы, отрицание кванторов. Приведенные и нормальные формулы. Проблема разрешения.
4. Исчисление предикатов. Формулы, аксиомы, правила вывода. Производное правило связывания квантором. Эквивалентность формул. Закон двойственности.

Дискретная математика

1. Основная теорема о потоке (теорема о max- и min- разрезах).
2. Алгоритм Форда-Фолкерсона построения максимального потока.
3. **Необходимые и достаточные условия существования эйлера цикла в графе.**

Компьютерная математика

1. Язык символьного программирования Wolfram Language. Ядро Kernel и интерактивная среда FrontEnd. Выражение как базовый тип данных. Сеанс работы (Session). База знаний. Документ (Notebook).
2. Функциональное программирование. Управление областью видимости (scope) объектов в Mathematica: With, Block, Module, Function. Безымянные (pure, anonymous) функции, рекурсии, функции высших порядков.
3. Обработка списков в Mathematica: MapXxx, Apply, Nest, Fold, FixedPoint, Flatten, Transpose и многие другие функции.
4. Правила преобразований (Rule/Set) и образцы (Pattern) в Mathematica.
5. Типы данных в Matlab. Работа с матрицами, структурами, объектами. Высокоуровневая и дескрипторная графика в Matlab.

Методы программирования и информатика

1. Основные устройства компьютера. Архитектура компьютера. Основные устройства. Принципы работы.
2. Представление информации.
3. Компьютерные коммуникации и сети.
4. Локальные, глобальные компьютерные сети и Интернет. Протоколы передачи данных.
5. Адресация в IP – сетях. Система доменных имен DNS.
6. HTTP-сообщения. Заголовки HTTP. Неразрывная сессия HTTP.
7. Алгоритмы. Трудоемкость алгоритмов. Алгоритмы кодирования информации. Алгоритмы сортировки.
8. Алгоритмы на графах. Структуры данных для представления графов: матрицы смежности, матрицы инцидентности, списки смежности, списки ребер.
9. Поиск компонент связности и компонент двусвязности. Поиск минимального остовного дерева и кратчайшего пути в графе.
9. Информационные модели и способы их описания. Язык моделирования UML. Унифицированный процесс разработки UP, RUP.
10. Обработка текстовой и гипертекстовой информации. Обработка числовой и математической информации.
11. Процедурное, объектно-ориентированное, функциональное программирование.
12. Информационные потоки. Электронные таблицы.
13. Реляционные и не реляционные базы данных.

14. Файлы. Сериализация и десериализация объектов. Коллекции. Безопасность и защита данных.
15. Язык HTML. Элементы. Тэги. Контейнеры. CSS. Язык JavaScript.
16. События. Обработчики событий.
17. Бэк-энд разработка. Инструменты, средства и языки. CMS и Фреймворки. Способы публикации баз данных в Интернет.
18. Особенности разработки мобильных приложений.
19. Методы разработки, тестирования, сопровождения ПО.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература:

1. Антоневи́ч А.Б., Радыно́ Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Учебник. Минск, БГУ, 2006.
2. Кротов В.Г. Математический анализ, Минск: БГУ, 2017
3. Кононов С.Г. Аналитическая геометрия: учебное пособие. – Минск: БГУ, 2014. – 238 с.
4. Понтрягин Л.С. Гладкие многообразия и их применения в теории гомотопий. Москва, 2019. – 174 с.
5. Ошемков А.А., Попеленский Ф.Ю., Тужилин А.А., Фоменко А.Т., Шафаревич А.И. Курс наглядной геометрии и топологии, Классический учебник МГУ, Ленанд, Москва, 2014. – 360 с.
6. Волков В.М. Численные методы. В двух частях. – Мн. БГУ, 2016. – 87 с.
7. Романчик В.С. Веб-программирование. Минск, БГУ, 2013. – 408 с.
8. Иванов С.В. Уравнения в частных производных. Метод разделения переменных. Москва: URSS: Ленанд, 2018. – 197 с.
9. Казанский А.А. Дискретная математика: краткий курс: [учеб. пособие]. Москва: Проспект, 2016. – 317 с.
10. Мельников О.И. Теория графов в алгоритмах и программах. Москва: ЛЕНАНД: URSS, 2019. – 198 с.
11. Прохорова Р.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие. Минск: БГУ, 2017. – 335 с.

Дополнительная литература:

12. Блинов И.Н., Романчик В.С. Java2. Практическое программирование. – Мн.: УниверсалПресс, 2005.
13. Блинов И.Н., Романчик В.С. Java. Промышленное программирование. – Мн.: УниверсалПресс, 2007.
14. Голубева Л.Л. Компьютерная математика. Символьный пакет Mathematica : курс лекций / Л. Л. Голубева, А. Э. Малевич, Н. Л. Щеглова. - Минск : БГУ, 2005. - 104с.
15. Голубева Л.Л. Компьютерная математика. Числовой пакет Matlab : курс лекций / Л. Л. Голубева, А. Э. Малевич, Н. Л. Щеглова. - Минск : БГУ, 2007. - 164 с.
16. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / В. В. Амелькин. - Минск : БГУ, 2012. - 288 с.
17. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П. Теория вероятностей, Минск, БГУ, 2003.
18. Ильин В.А., Позняк Е.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 2005.
19. Зорич В. А. Математический анализ. В двух частях. – Изд. 4-е, испр. – М.: МЦНМО, 2002. – 664 с.