



Wie viel Energie steckt in der Temperatur? Bestimmung der Boltzmann-Konstante

Joachim Fischer*, Bernd Fellmuth**, Christof Gaiser***

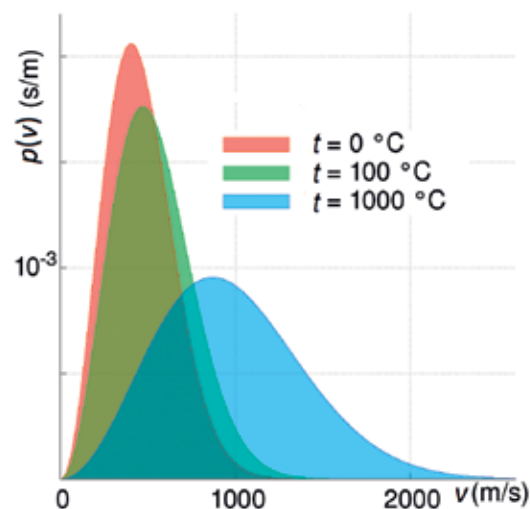
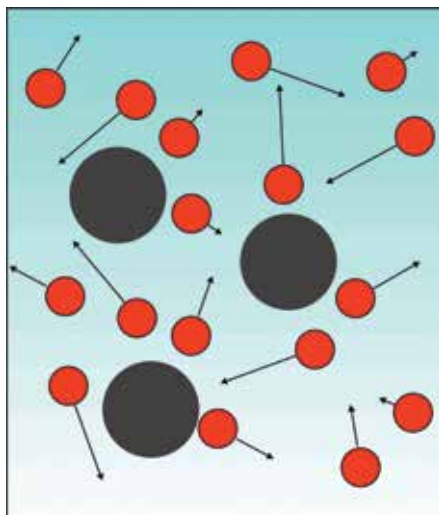
Bestimmung der Boltzmann-Konstante

Dem schottischen Botaniker Robert Brown fiel im Jahr 1827 auf, dass Blütenpollen in einem Glas Wasser eine eigenartige Zickzackbewegung ausführen. Was war die Ursache dafür? Alle Versuche, diesen später Brown'sche Bewegung genannten Effekt zu erklären, scheiterten zunächst. Erst Albert Einstein erkannte, dass die Bewegung der kleinen Teilchen in der Flüssigkeit durch ein fortwährendes Stoßen der Wassermoleküle verursacht wird. 1905 reichte er bei den „Annalen der Physik“ [1] seine Arbeit ein, in der er die Brown'sche Bewegung erklärte. Dies war in jener Zeit noch ein gewichtiges Argument für die Existenz von Atomen und Molekülen, die im 19. Jahrhundert noch heftig umstritten gewesen ist. Und gleichzeitig passte Einsteins Beschreibung zur molekularen Theorie der Wärme. Je wärmer beispielsweise Wasser ist, umso größer ist die mittlere Geschwindigkeit, mit der die Wassermoleküle sich ungeordnet bewegen und damit Stöße verursachen können (Bild 1 links). So erklärt sich auch der Begriff Thermodynamik: Wärme ist etwas Dynamisches.

Nahezu zeitgleich mit Albert Einstein lieferte auch der polnische Physiker Marian Smoluchowski eine korrekte Erklärung der Brown'schen Bewegung. Es war dann allerdings der französische Physiker Jean-Baptiste Perrin, der die Brown'sche

Bewegung experimentell mit hoher Genauigkeit bestätigte. Auf der Grundlage der Einstein'schen Modellvorstellungen gelang ihm 1908 als einem der ersten eine präzise experimentelle Bestimmung der Boltzmann-Konstanten k und damit auch der Avogadro-Konstanten N_A . Dass die so bestimmten Werte für N_A und k einen Fehler von nur weniger als 1 % aufweisen, kann als quantitativer Nachweis für die Richtigkeit des kinetischen Ansatzes und damit auch als weiteres Indiz für den atomaren Aufbau der Materie gewertet werden. Dafür wurde Perrin im Jahr 1926 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet.

Aber wie genau hängt die Geschwindigkeit der mikroskopischen Teilchen von der Temperatur ab? Als einer der Begründer der kinetischen Gastheorie leitete Ludwig Boltzmann die Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung ab (Bild 1 rechts). Die für die Verteilung charakteristische Größe ist darin die mittlere mikroskopische thermische Energie kT , die mit der Proportionalitätskonstanten k linear mit der Temperatur wächst. Durch Festlegung ihres Wertes wird in Zukunft das Kelvin direkt mit der Energieeinheit Joule verknüpft. Streng genommen wäre also gar keine eigene Temperatureinheit mehr notwendig, allerdings müssten dann alle Thermometer Joule anzeigen. Das ist aus vielen Gründen nicht praktikabel und durchsetzbar.



* Dr. Joachim Fischer, Fachbereich „Temperatur“, E-Mail: joachim.fischer@ptb.de

** Dr. Bernd Fellmuth, Arbeitsgruppe „Grundlagen der Thermometrie“, E-Mail: bernd.fellmuth@ptb.de

*** Dr. Christof Gaiser, Arbeitsgruppe „Grundlagen der Thermometrie“, E-Mail: christof.gaiser@ptb.de

Bild 1:
Links: Modell der Brown'schen Bewegung. Die rot dargestellten Wassermoleküle des umgebenden Mediums stoßen aufgrund ihrer thermischen Energie mit den suspendierten Partikeln, wodurch sich diese auf völlig unregelmäßigen Bahnen bewegen. Rechts: Maxwell-Boltzmann'sche Geschwindigkeitsverteilung für Stickstoff-Moleküle bei drei unterschiedlichen Temperaturen ($p(v)$ Wahrscheinlichkeitsdichte).

Da die mikroskopische thermische Energie kT experimentell nicht direkt zugänglich ist, muss man zur Bestimmung von k bei bekannter Temperatur makroskopische Größen messen, die mit der thermischen Energie eindeutig korreliert sind [2]. Tabelle 1 gibt einen Überblick über derartige Abhängigkeiten, in denen kT nur mit anderen messbaren Größen und bekannten Konstanten in Verbindung steht. Die dabei verwendeten Thermometer bezeichnet man als Primärthermometer, da sie keiner Kalibrierung bedürfen. Um die kleinstmöglichen Unsicherheiten zu erreichen, werden die Experimente am Tripelpunkt des Wassers durchgeführt. Da derzeit über diesen Fixpunkt die Basiseinheit Kelvin definiert ist, lässt sich diese Temperatur am genauesten darstellen.

Boltzmann erkannte, dass beim idealen Gas die thermische Energie proportional zur mittleren kinetischen Energie der Gasteilchen wächst. In einem abgeschlossenen Volumen ist diese Energie direkt über den Gasdruck und die Teilchenzahl messbar. Der Druck p wird bei vernachlässigbarer Wechselwirkung zwischen den Teilchen durch die Zustandsgleichung des idealen Gases beschrieben. Das auf diesem Gesetz beruhende Thermometer ist das klassische Gasthermometer, das jedoch für die Bestimmung der Boltzmann-Konstante eine zu große Unsicherheit aufweist.

Beim akustischen Gasthermometer wird die ungenaue Dichtebestimmung des klassischen Gasthermometers durch die Messung der Schallgeschwindigkeit ersetzt. Des Weiteren kann man über die Dielektrizitätskonstante oder den Bre-

chungsindex ermitteln, wie sich die Dichte bei konstantem Druck mit der Temperatur ändert. Verwendet man die Leitungselektronen eines metallischen Widerstandsmaterials als „Messgas“, eignet sich das elektrische Johnson-Rauschen nach der Nyquist-Formel zur Thermometrie. Laserspektroskopie liefert aus der Doppler-Verbreiterung von Absorptionslinien eines Gases die kinetische Energie der Gasteilchen. Schließlich emittiert ein isothermer Hohlraum, in dem die Lichtquanten mit den Wänden im thermischen Gleichgewicht sind, Strahlung. Dies kann man mit dem spektralen Strahlungsthermometer nach dem Planck'schen Strahlungsgesetz nutzen. In Tabelle 1 sind auch die jeweils zu erwartenden Messunsicherheiten für die Bestimmung von k aufgeführt, eine kompakte Darstellung aller gängigen Methoden gibt [2].

Bei der Neudefinition des Kelvins sollte die Messunsicherheit des Wertes der Boltzmann-Konstante k vergleichbar mit der Unsicherheit der bisherigen Realisierung sein. Der derzeit international akzeptierte Wert [3] von $1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ besitzt zwar eine ausreichende relative Standardunsicherheit von $5,7 \cdot 10^{-7}$, beruht aber im Wesentlichen nur auf Ergebnissen der akustischen Thermometrie. Messungen mit nur einer Methode werden nicht als ausreichende Basis für eine Festlegung des Zahlenwerts angesehen. Sie bedürfen der Bestätigung durch weitere unabhängige Verfahren, um verborgene systematische Fehler aufdecken und korrigieren zu können. Deshalb erarbeiteten Experten aller mit Grundla-

Tabelle 1: Zusammenstellung der Primärthermometer, die für die Bestimmung der Boltzmann-Konstante k in Frage kommen, mit den zu erwartenden relativen Messunsicherheiten.

T thermodynamische Temperatur, u_0 Schallgeschwindigkeit im Grenzfall verschwindenden Drucks und sehr niedriger Frequenz, $\gamma_0 = c_p/c_v$ Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen, M Mol-Masse des Gases, $R = N_A k$ molare Gaskonstante (N_A Avogadro-Konstante), p Druck, ϵ Dielektrizitätskonstante des Gases, ϵ_0 elektrische Feldkonstante, α_0 elektrische Polarisierbarkeit des Gases, n Brechzahl, $\langle U^2 \rangle$ mittlere quadratische Rauschspannung, R_{el} elektrischer Widerstand, ν Frequenz, $\Delta\nu_D$ Doppler-Breite einer Spektrallinie der Frequenz ν_0 , m Atommasse, L_λ spektrale Strahldichte, h Planck'sches Wirkungsquantum, c_0 Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, λ Wellenlänge.

Thermometer	Physikalisches Gesetz	Relative Standardunsicherheit
Akustisches Gasthermometer	$u_0 = \sqrt{\frac{\gamma_0 RT}{M}}$	$1 \cdot 10^{-6}$
Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer	$p = kT \frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{\alpha_0}$	$2 \cdot 10^{-6}$
Brechungsindex-Gasthermometer	$p = kT \frac{(n^2 - 1)\epsilon_0}{\alpha_0}$	$10 \cdot 10^{-6}$
Johnson-Rauschthermometer	$\langle U^2 \rangle = 4kTR_{el} \Delta\nu$	$2 \cdot 10^{-6}$
Doppler-Verbreiterungs-Thermometer	$\Delta\nu_D = \sqrt{\frac{2kT}{mc_0^2}} \nu_0$	$10 \cdot 10^{-6}$
Spektrales Strahlungsthermometer	$L_\lambda = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5} \left[\exp\left(\frac{hc_0}{\lambda kT}\right) - 1 \right]^{-1}$	$50 \cdot 10^{-6}$



genuntersuchungen befassten Metrologie-Institute auf zwei Workshops bei uns in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Berlin ein Konzept und einen Zeitplan, um einen auf mehreren unterschiedlichen Verfahren abgestützten Wert von k zu erhalten [4]. Die dafür ins Auge gefassten primärthermometrischen Methoden stellen wir im Folgenden mit den zu erwartenden Unsicherheiten vor [5].

Akustisches Gasthermometer

In einem Gas hängen eine Reihe von Messgrößen von der Temperatur ab. In der Regel sind die Gesetzmäßigkeiten vom idealen Gas abgeleitet. Da die Wechselwirkung zwischen den Gasteilchen für die Bestimmung von k nicht ausreichend genau bekannt ist, führt man die Messungen durch Extrapolation auf verschwindenden Druck so durch, dass die Näherung des idealen Gases genügt. Heutzutage wird zur Bestimmung von k die Schallgeschwindigkeit u_0 der Edelgase Argon oder Helium bei der Temperatur des Wassertripelpunktes mit einem Kugelresonator (Bild 2) gemessen. Dann errechnet sich k aus der entsprechenden Formel in Tabelle 1, wobei dort R durch kN_A ersetzt wird.

1988 ermittelte eine Gruppe am US-amerikanischen Metrologieinstitut NIST (*National Institute of Standards and Technology*) die Abmessungen ihres Resonators, indem sie ihn mit Quecksilber füllte, dessen Dichte genau bekannt ist. Heute wird der Resonator mit Mikrowellenresonanzen ausgemessen und damit auf eine Frequenzmessung zurückgeführt. Insbesondere das englische Staatsinstitut NPL (*National Physical Laboratory*), das französische LNE (*Laboratoire National de Métrologie et d'Essais*), das italienische INRIM (*Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica*) und das chinesische NIM (*National Institute of Metrology*) verfolgen diese Methode [6]. Aus der Bestimmung der Abmessungen und dem

Anschluss an die Tripelpunkttemperatur resultieren wesentliche Unsicherheitskomponenten. Hinzu kommen Komponenten aus der Abhängigkeit der Molmasse von der Isotopenzusammensetzung, der Reinheit des Messgases, der Extrapolation auf verschwindenden Druck und der Position der Schallgeber und -empfänger. Mit der gegenwärtigen Messtechnik wird bei diesem Verfahren eine Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-6}$ erreicht [5].

Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer

Die Bestimmung der Dielektrizitätskonstante von Helium wird in der Thermometrie bei tiefen Temperaturen schon seit längerem benutzt. Verglichen mit der Messung des Brechungsindex ist sie das ausgereifere Verfahren mit den weitaus kleineren erzielbaren Unsicherheiten.

Für ein ideales Gas ergibt sich die Dielektrizitätskonstante aus der elektrischen Polarisierbarkeit der Gasteilchen und der Teilchenzahldichte. Durch Kombination mit der Zustandsgleichung bekommt man den in Tabelle 1 angegebenen Zusammenhang zwischen dem Druck p und der Dielektrizitätskonstanten ϵ . Große Fortschritte bei der *ab-initio*-Berechnung der Polarisierbarkeit von Helium, deren relative Unsicherheit in den letzten Jahren deutlich unter $1 \cdot 10^{-6}$ reduziert werden konnte, haben diese Methode konkurrenzfähig gemacht. Um ϵ zu messen wird das Messgas in geeignete Kondensatoren gefüllt. Wegen der sehr niedrigen Polarisierbarkeit von Helium sind aber absolute Messungen nicht möglich. Deshalb wird der Messkondensator abwechselnd mit Helium bis zu einem Druck von 7 MPa, dem 70-fachen Erdatmosphärendruck, gefüllt und evakuiert und ϵ aus der relativen Änderung der Kapazität abgeleitet (Bild 3).

Bei der Messung werden Wertepaare des Drucks p und der Dielektrizitätskonstante ϵ bei festgehaltener Temperatur aufgenommen (Isothermenmessung). Aus dem linearen Anteil der

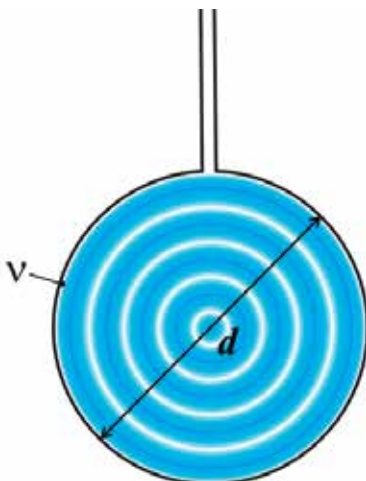


Bild 2:
Akustisches Gasthermometer mit Kugelresonator. Aus den Resonanzfrequenzen ν und dem Durchmesser d wird die Schallgeschwindigkeit u_0 abgeleitet.

Bild 3:
Zentrales Element
des an der PTB
eingesetzten Dielek-
trizitätskonstanten-
Gasthermometers
sind zylinderförmige
und ringförmige
Messkondensatoren,
die mit Heliumgas
unter dem Druck p
befüllt sind und
deren relative
Kapazitätsänderung
 $[C(p) - C(0)]/C(0)$
gemessen wird. Die
Kondensatoren sind
in dem symmetri-
schen Aufbau jeweils
paarweise vorhan-
den, da die Kapazi-
tätsmessbrücke mit
höchster Präzision
nur Verhältnisse
messen kann. Ein
Kondensator dient
dabei jeweils als
Vergleichskonden-
sator. Abgebildet
sind die vergoldeten
Kondensatoren, die
in verschraubte Edel-
stahl-Druckgefäße
eingebaut werden.



Funktion von $\epsilon(p)$ wird schließlich k ermittelt. Eine erhebliche Fehlerquelle bei dieser Methode resultiert aus der Deformation der Messkondensatoren durch den Gasdruck. Druck- und Kapazitätsmessung müssen ebenfalls bis an die Grenzen des Machbaren verbessert werden. Die Abschätzung aller Faktoren lässt eine mit der akustischen Gasthermometrie vergleichbare Gesamtunsicherheit von etwa $2 \cdot 10^{-6}$ erwarten. Dies wird durch die Ergebnisse gestützt, die vor Kurzem erzielt wurden [7].

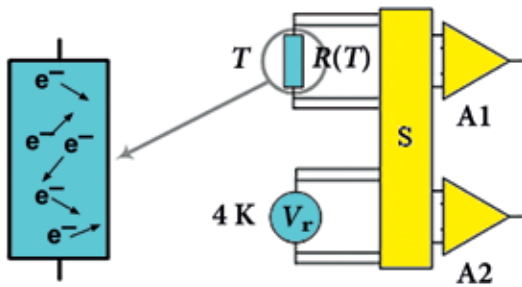
Rauschthermometer

Man kann die Temperatur eines Objekts auch aus der statistischen Bewegung der Ladungsträger in einem Ohm'schen Widerstand ableiten, die eine Rauschspannung erzeugt (weißes Rauschen). Diese Rauschthermometrie wird schon seit vielen Jahren angewandt. Sie bestimmt mithilfe der Nyquist-Formel (Zeile 4 in Tabelle 1) die Temperatur aus dem mittleren Quadrat der Rauschspannung. Als Parameter muss man den elektrischen

Widerstandswert der Probe am Wassertripelpunkt sowie die Verstärkung und Bandbreite der Messelektronik genau ermitteln.

Die Rauschthermometrie ist bisher bei sehr tiefen Temperaturen unterhalb von 5 K und sehr hohen Temperaturen gut etabliert. Bei hohen Temperaturen oberhalb etwa 1000 K nutzt sie die größeren Messsignale und ist somit weniger anfällig gegen Störungen. Bei tiefen Temperaturen kann man hochempfindliche supraleitende Detektoren einsetzen und die kleinen Signale mit ausreichender Dynamik nachweisen. Im Bereich um den Wassertripelpunkt liegt die effektive Rauschspannung bei den realisierbaren Parametern der Messtechnik in der Größenordnung

von $1 \mu\text{V}$. Zur Messung dieser extrem kleinen Signale muss man zu speziellen elektronischen Schaltungen greifen und in-situ einen Vergleich mit einer Referenzrauschquelle durchführen, die auf das Quantennormal der Spannung (siehe *Elektronen zählen, um Strom zu messen*) rückgeführt ist (Bild 4). Nur so kann man Verstärkung und Bandbreite stabil halten und den Einfluss von Driften eliminieren. Zur Eliminierung von Verstärker- wie Leitungsruschen wird die Kreuzkorrelation von zwei Messkanälen ausgewertet. Dadurch wird nur das in beiden Nachweiskanälen gemessene zeitlich korrelierte Signal der Rauschquellen erfasst. Entsprechende Projekte werden derzeit von NIST und NIM verfolgt. Die lange Messzeit, die für geringe Unsicherheiten benötigt wird, stellt das Hauptproblem dar. Um bei einer Bandbreite von 20 kHz eine Unsicherheit in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-5}$ zu erreichen, ist eine Messzeit von fünf Wochen erforderlich. Mit Messungen über eine vergrößerte Bandbreite erreicht das NIM gegenwärtig eine relative Unsicherheit von etwa $4 \cdot 10^{-6}$ [5].



Doppler-Verbreiterungs-Thermometer

Erst jüngst wurde die Bestimmung von k durch Laserspektroskopie als weitere Methode vorgeschlagen [4]. Sie misst die Doppler-Verbreiterung einer Absorptionslinie in einer Gaszelle bei homogener Temperatur, und damit die mittlere Bewegung der Gasteilchen (Bild 5). Dabei tastet man das Absorptionsprofil mit durchstimmbarer Laserstrahlung ab. Aus seiner Breite erhält man die Temperatur (vgl. die Gleichung in Zeile 5 von Tabelle 1). Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass man keine aufwändige absolute Strahlungsthermometrie benötigt, da die Strahlungsleistung, wenn sie deutlich unter der Sättigungsintensität liegt, die Halbwertsbreite – außer durch Aufheizeffekte – nicht beeinflusst.

An der *Universität Paris 13 Nord* wurden bisher Experimente an einer Ammoniaklinie bei 30 THz mit einem CO₂-Laser durchgeführt. Die Auswertung von 2000 einzelnen Absorptionsprofilen erbrachte eine relative Unsicherheit des Wertes von k von $50 \cdot 10^{-6}$. In einem zweiten Projekt kooperieren in Italien die *Second University of Naples* in Neapel und das Mailänder *Polytechnic of Milan*. Hierbei wird hochauflösende Spektroskopie an Wasserdampf mit einem Diodenlaser im nahen Infrarotbereich eingesetzt. Die relative Unsicherheit liegt derzeit bei $24 \cdot 10^{-6}$. Allerdings verursacht die Unterscheidung der Doppler-Verbreiterung von anderen, durch Wechselwirkung der Teilchen hervorgerufenen Linienformänderungen, enorme Schwierigkeiten. Daher ist eine Verringerung der Unsicherheit unter $1 \cdot 10^{-5}$ unwahrscheinlich [5].

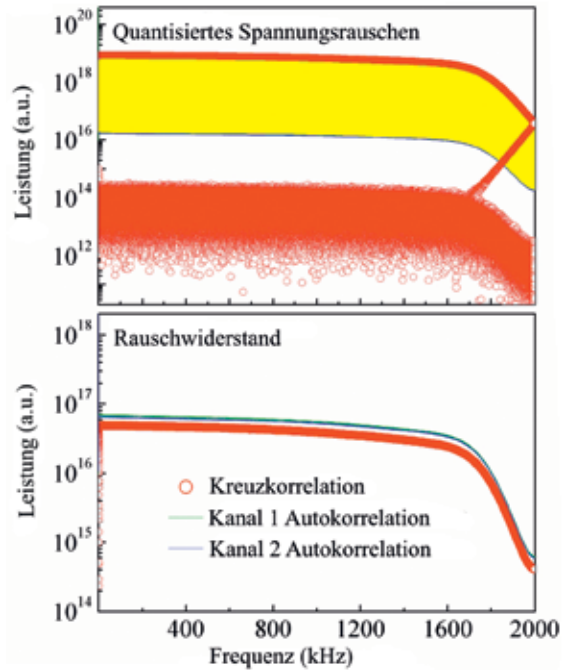
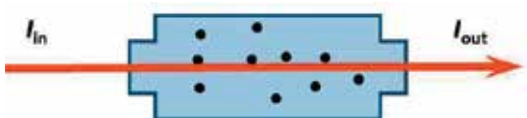


Bild 4: Das Rauschthermometer vergleicht die thermische Rauschquelle $R(T)$ mit der auf das Spannungsnormal rückgeführten Spannungsreferenz V_r mittels Schalter S . Zur Eliminierung von Verstärker- und Leitungsrauschen wird die Kreuzkorrelation der zwei Messkanäle mit den Verstärkern A1 und A2 ausgewertet (links). Spektren der quantisierten Spannungsrauschquelle und die Rauschspektren des Messwiderstandes sowie das Resultat der Kreuzkorrelation (rechts).

Strahlungsthermometer

Die Strahlungsthermometrie basiert auf der emittierten Strahlungsleistung eines Schwarzen Körpers mit einem Absorptionsgrad von eins, angenähert durch einen isothermen Hohlraum, in dem die Lichtquanten mit den Wänden im thermischen Gleichgewicht sind. Die Strahlungsleistung ist unabhängig von Material und Form des Hohlraums und hängt nur von der Temperatur (und der Wellenlänge) und Naturkonstanten ab. Primäre Thermometrie setzt eine absolute Bestimmung der Strahlungsleistung voraus (Bild 6). Zur Beschreibung der spektralen Strahlungsleistung verwendet man das Planck'sche Strahlungsgesetz (Tabelle 1, letzte Gleichung).

Die Empfindlichkeit des in Bild 6 eingesetzten Empfängers wird mit einem elektrischen Substitutionsradiometer bestimmt. Dabei absorbiert ein Empfängerhohlraum Strahlung, die seine Temperatur erhöht. In einer zweiten Messung schließt man die Eingangsöffnung des Hohlraums (Eingangsapertur) und erzeugt dieselbe Tempera-

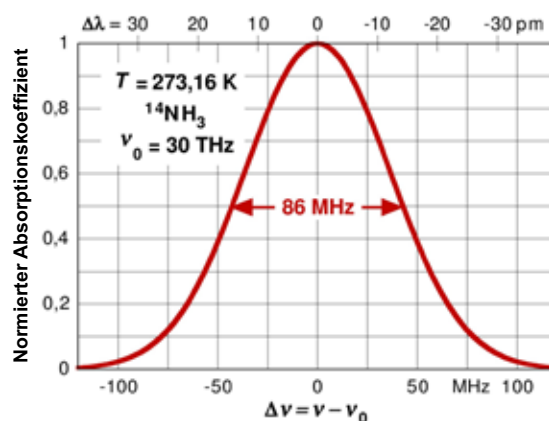
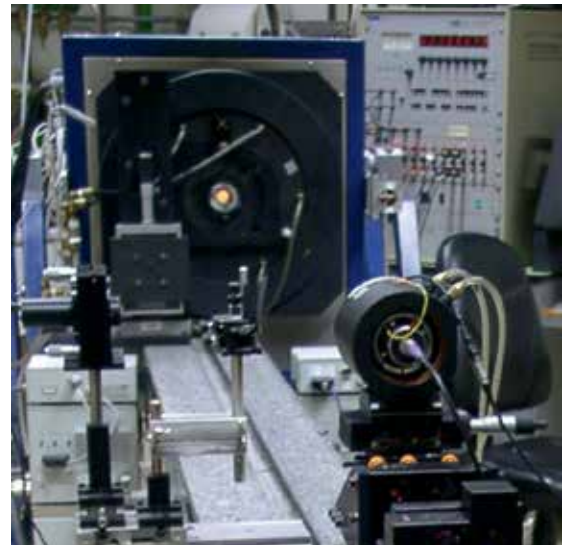
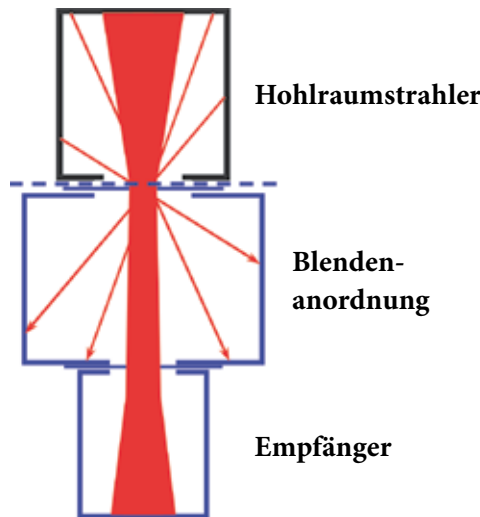


Bild 5: Kernstück des Doppler-Verbreiterungs-Thermometers ist die Gaszelle (links), in der mit durchstimmbarer Laserstrahlung die Verbreiterung einer Absorptionslinie (rechts) gemessen wird

Bild 6:
Das Strahlungsthermometer basiert auf dem Zusammenhang zwischen emittierter Strahlungsleistung eines Schwarzen Körpers (Hohlraumstrahler) und seiner Temperatur. Zwischen Hohlraumstrahler und Empfänger definiert eine Blendenanordnung den Raumwinkel der Ausstrahlung.



turerhöhung durch elektrische Heizleistung, die sich sehr genau bestimmen lässt. Um die benötigte Empfindlichkeit zu erreichen, muss die Wärmekapazität des Empfängerhohlraums möglichst klein sein. Dies erreicht man durch Kühlung auf Temperaturen in der Nähe der Siedetemperatur von flüssigem Helium (4,2 K). Man nennt diese absoluten Empfänger deshalb Kryoradiometer. Erst ihre Verwendung ermöglicht die gegenwärtig erzielten niedrigen Unsicherheiten. Außerdem muss man die präzisen Werte der Flächen der Aperturblenden und deren Abstand experimentell ermitteln sowie den Emissionsgrad (gleich Absorptionsgrad) des Hohlraumstrahlers.

Das spektrale Strahlungsthermometer hat den Vorteil, dass man mit einem Filter einen geeigneten Spektralbereich auswählen kann. Darin lassen sich dann die optischen Eigenschaften des Empfängers sehr genau bestimmen. Da aber nur ein Teil des emittierten Spektrums gemessen wird, ist die Strahlungsleistung am Detektor niedrig. Außerdem muss die Durchlasskurve des Filters außerordentlich genau vermessen werden. Es ist deshalb auch bei größter experimenteller Sorgfalt nicht zu erwarten, dass man die relative Unsicherheit unter einige 10^{-5} drücken kann [2]. Die Strahlungsthermometrie wird aber nach der Neudefinition des Kelvins unverändert eine wichtige Rolle bei der Messung hoher Temperaturen spielen.

Auswirkungen der Neudefinition

Die seit 1954 gültige Definition legt die Temperatureinheit Kelvin über eine Materialeigenschaft einer speziellen Substanz fest. Das Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes von Wasser [8]. Bei ihrer praktischen Realisierung sind damit Einflüsse der Isotopenzusammensetzung und der Reinheit des verwendeten Wassers von wesentlicher Bedeutung. Hierdurch ist die Langzeitstabilität in Raum

und Zeit gefährdet. Mit der Festlegung der Boltzmann-Konstante wird dieser Mangel behoben:

Eine auf den oben beschriebenen Methoden basierende Neudefinition des Kelvin wird folgendermaßen lauten [9]: Das Kelvin, die Einheit der thermodynamischen Temperatur T , ist so festgelegt, dass die Boltzmann-Konstante exakt den Wert $1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23}$ J/K besitzt (explizite Definition einer Naturkonstanten). Ein Kelvin ist damit diejenige Änderung der thermodynamischen Temperatur T , die einer Änderung der thermischen Energie kT um exakt $1,380\,648\,52 \cdot 10^{-23}$ Joule entspricht. Diese Erklärung steht in Analogie zur aktuellen Meterdefinition und kann als explizite Definition der Einheit selbst angesehen werden. Beide Formulierungen sind faktisch äquivalent. Aber welche Konsequenzen hat eine solche Neudefinition?

Zunächst werden die Auswirkungen nur für die Präzisionsmesstechnik von Bedeutung sein. Wie schon diskutiert, dürfen sie in der täglichen Praxis gar nicht zu spüren sein. Nur so kann das bisherige internationale Messwesen ungestört weiter funktionieren, und die Weltwirtschaft wird nicht belastet. Damit dies erreicht wird, arbeitet das Konsultativkomitee für Thermometrie des CIPM (*Comité International des Poids et Mesures*) bereits an einer Umsetzungsempfehlung (*Mise en Pratique*). Alles andere würde enorme Kosten verursachen. Die *Mise en Pratique* wird Empfehlungen zur direkten Messung der thermodynamischen Temperatur T enthalten. Hinzu kommen Texte, die die weiterhin gültigen Internationalen Temperaturskalen ITS-90 und PLTS-2000 [10] definieren (siehe Infokasten). Die Umsetzungsempfehlung des CIPM wird auch die Unterschiede $T-T_{90}$ und $T-T_{2000}$ dieser beiden Skalen mit den jeweiligen Unsicherheiten diskutieren. Die Temperaturwerte T_{90} und T_{2000} werden dabei nach den Vorgaben von ITS-90 und PLTS-2000 gemessen.



Dieses Vorgehen erlaubt direkte thermodynamische Temperaturmessungen, die weit vom Wassertripelpunkt entfernt sind. Das sind zum Beispiel hohe Temperaturen, wo das Strahlungsthermometer als Interpolationsinstrument der ITS-90 aber zukünftig auch als primäres Thermometer verwendet werden kann. Bei den höchsten Fixpunkten der ITS-90 bei 1300 K zum Beispiel sind die Unsicherheiten etwa hundertmal größer als die Reproduzierbarkeit des Wassertripelpunkts von etwa 30 μ K. Mit primären Strahlungsthermometern können diese künftig erheblich reduziert werden.

Im praktisch wichtigen Temperaturbereich um den Wassertripelpunkt wird die ITS-90 ihre Berechtigung behalten, da sie für die weltweite Vereinheitlichung der Temperaturmessung auch in Zukunft von großer Bedeutung ist. Die Unsicherheit ihrer Darstellung ist gegenwärtig noch bis zu einer Größenordnung geringer als die Unsicherheit der thermodynamischen Temperatur T . Allerdings wird der Wassertripelpunkt, der derzeit per Definition eine exakte Temperatur hat, seine herausgehobene Position verlieren. Er ist dann ein Temperaturfixpunkt wie jeder andere mit genau der Unsicherheit, die die Boltzmann-Konstante zum Zeitpunkt ihrer Festlegung besitzt. Eine relative Unsicherheit von $5 \cdot 10^{-7}$ entspricht dann 0,14 mK. Wir sind zuversichtlich, dass dieses Ziel 2018 erreicht sein wird. Dann kann das Kelvin zusammen mit den Einheiten Kilogramm, Mol und Ampere von der Generalkonferenz für Maß und Gewicht neu definiert werden [12].

Fazit

Unsere kurze Übersicht über die Methoden zeigt: Die Entwicklung der sogenannten Primärthermometer macht erhebliche Fortschritte. Hierdurch dürfen wir erwarten, dass ein Wert für die Boltzmann-Konstante k mit einer relativen Unsicherheit von $5 \cdot 10^{-7}$ erreichbar ist, der auf verschiedenen Experimenten mit voraussichtlich drei unterschiedlichen Methoden beruht. Das akustische Gasthermometer (AGT), das Dielektrizitätskonstanten-Gasthermometer (DCGT) und das Rauschthermometer (Noise) sind hierfür besonders aussichtsreich (Bild 7). Das Doppler-Verbreiterungs-Thermometer könnte eine zusätzliche Absicherung liefern, wenn auch mit größeren Unsicherheiten.

Mit den genannten Primärthermometern wird die Boltzmann-Konstante bis 2018 so exakt bestimmbar sein, dass die einmalige Festlegung ihres Zahlenwertes eine Neudefinition des Kelvins ermöglicht. Damit wird eine Naturkonstante anstelle einer Maßverkörperung (Wasserprobe) zum Maßstab. Die wesentlichen Konsequenzen sind langfristiger Natur, denn das Maßsystem für die Temperatur wäre dann zeitlich unbegrenzt stabil. Dieses Ziel lohnt die weltweite Anstrengung.

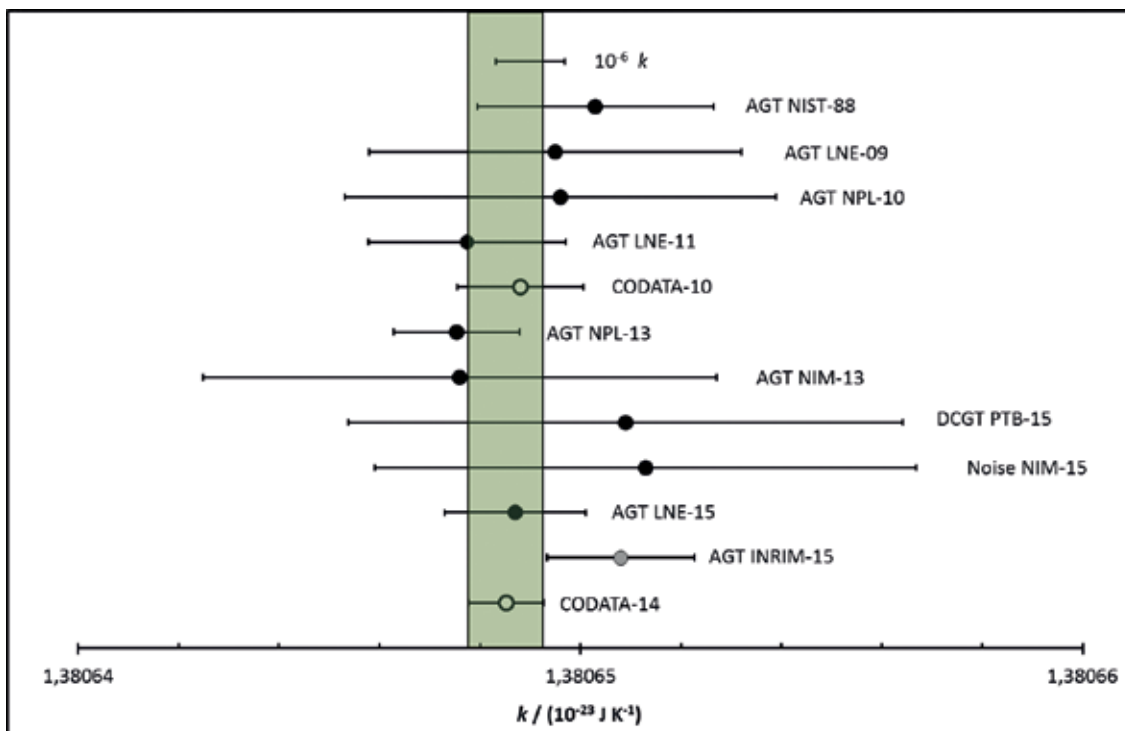


Bild 7: Alle Messungen der Boltzmann-Konstante, die zur CODATA-Ausgleichung von 2014 beigetragen haben [5], sowie die ausgeglichenen CODATA-Werte von 2010 und 2014 und das wegen verspäteter Einreichung nicht mehr berücksichtigte Ergebnis INRIM-15. Die Fehlerbalken bezeichnen die Standardunsicherheit. Der grüne Bereich bezeichnet die Standardunsicherheit des CODATA-Wertes von 2014.

Die Internationale Temperaturskala von 1990

Die internationalen Temperaturskalen verfolgen das Prinzip, die aufwändigen Messungen thermodynamischer Temperaturen auf Phasenübergänge reiner Substanzen abzubilden. Diese kann man im Labor einfacher realisieren. Die zurzeit gültige Internationale Temperaturskala von 1990 (ITS-90) erstreckt sich von 0,65 K bis zu den höchsten Temperaturen, die über das Planck'sche Strahlungsgesetz praktisch messbar sind. Sie basiert auf 17 gut reproduzierbaren, thermodynamischen Gleichgewichtszuständen, beispielsweise zwischen der festen und flüssigen Phase eines reinen Metalls [11]. Diesen definierenden Fixpunkten sind bestimmte Temperaturwerte zugeschrieben, die zum Zeitpunkt der Festlegung als beste verfügbare Approximationen der thermodynamischen Werte galten. In der ITS-90 sind für mehrere Temperaturbereiche verschiedene Interpolationsverfahren zwischen den Fixpunkten vorgeschrieben. Das lässt Anwendern so viel Freiheit bei der Realisierung der Skala, wie mit den Anforderungen an eine hohe Reproduzierbarkeit vereinbar ist. Bild 8 gibt einen schematischen Überblick über die Temperaturbereiche und die jeweiligen Interpolationsinstrumente der ITS-90.

Die Tieftemperaturkala *Provisional Low Temperature Scale* PLTS-2000 ergänzt seit 2000 die ITS-90 um drei Dekaden zu tiefen Temperaturen hin. Die Temperatur T_{2000} wird mit einem ^3He Schmelzdruckthermometer gemessen.

Zwischen 0,65 K und 5 K wird die Temperatur T_{90} mit einem Dampfdruckthermometer aus dem Dampf-

druck des Isotops ^3He (0,65 K bis 3,2 K) oder ^4He (1,25 K bis 5 K) bestimmt. Im Temperaturbereich von 3,0 K bis 24,5561 K dient ein spezielles Gasthermometer mit ^3He oder ^4He zur Interpolation. Im Bereich von 13,8 K bis 1234,93 K (961,78 °C) sind Platin-Widerstandsthermometer besonderer Bauarten die Interpolationsinstrumente. Bei diesen berechnet man die Temperatur aus dem Widerstandsverhältnis $W(T_{90}) = R(T_{90})/R(273,16 \text{ K})$ unter Anwendung detaillierter Vorgaben. $R(T_{90})$ ist der gemessene elektrische Widerstand bei der Temperatur T_{90} und $R(273,16 \text{ K})$ derjenige am Wassertripelpunkt. Temperaturen oberhalb von 1234,93 K (961,78 °C) bestimmt man mit dem spektralen Strahlungsthermometer. Dabei vergleicht man – idealerweise bei einer fixen Wellenlänge λ – die spektralen Strahldichten $L_\lambda(\lambda, T_{90})$ eines Hohlraumstrahlers der gesuchten Temperatur T_{90} mit $L_\lambda(\lambda, T_{90,\text{ref}})$ eines Fixpunkt-Hohlraumstrahlers, dessen Temperatur $T_{90,\text{ref}}$ bekannt ist. Aus dem Strahldichteverhältnis berechnet man T_{90} .

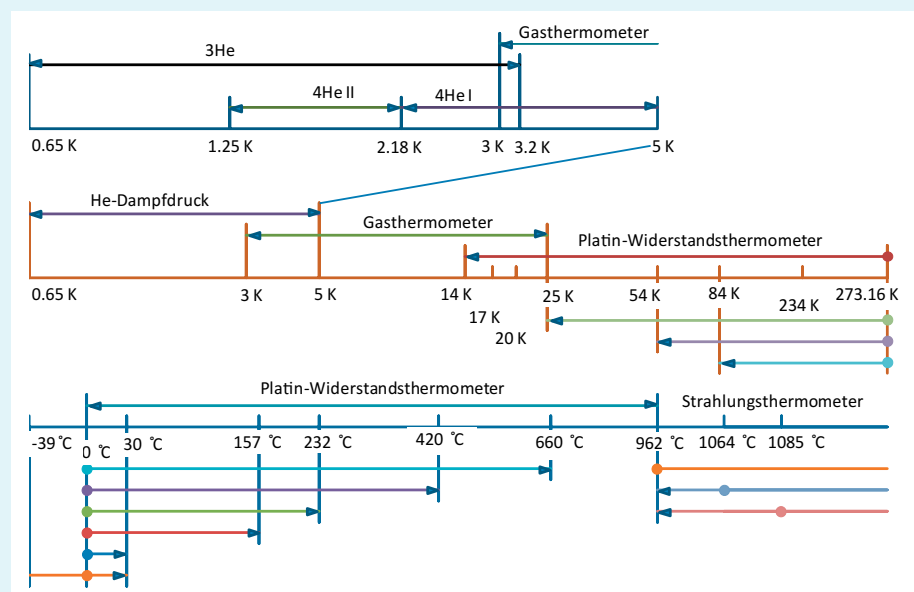


Bild 8: Schematischer Überblick über die Temperaturbereiche der Internationalen Temperaturskala ITS-90 und die jeweiligen Interpolationsinstrumente. Die Temperaturwerte der definierenden Fixpunkte sind nur gerundet angegeben.



Literatur

- [1] A. Einstein; Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderten Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen, *Ann. Phys.* **17** (1905) 549–560
- [2] B. Fellmuth, Ch. Gaiser, J. Fischer; Determination of the Boltzmann Constant – status and prospects, *Meas. Sci. Technol.* **17** (2006) R145–R159
- [3] P. J. Mohr, D. B. Newell, B. N. Taylor; CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014. arXiv:1507.07956 [physics.atom-ph] (2015)
- [4] B. Fellmuth, J. Fischer (Hrsg.); Talks of the 221. PTB-Seminar „Workshop on Progress in Determining the Boltzmann Constant“, Bericht PTB-Th-3, ISBN 978-3-86509-684-5, Braunschweig (2007)
- [5] J. Fischer; Progress towards a new definition of the kelvin. *Metrologia* **52** (2015) S364–S375
- [6] M. Moldover, R. M. Gaudio, J. B. Mehl, L. Pitre, M. de Podesta, J. T. Zhang; Acoustic gas thermometry, *Metrologia* **51** (2014) R1–R19
- [7] C. Gaiser, T. Zandt, B. Fellmuth; Dielectric-constant gas thermometry, *Metrologia* **52** (2015) S217–S226
- [8] H. Preston-Thomas; The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90), *Metrologia* **27** (1990) 3–10, www.bipm.org/en/publications/its-90.html (Letzter Zugriff am 13.06.2016)
- [9] The International Systems of Units, Draft 9th Brochure, BIPM Cons. Com. Units (2013), www.bipm.org/en/committees/cc/ccu/publications-cc.html (Letzter Zugriff am 13.06.2016)
- [10] Mise en pratique for the definition of the kelvin, BIPM (2011), www.bipm.org/utis/en/pdf/MeP_K.pdf (Letzter Zugriff am 13.06.2016)
- [11] J. Fischer, J. Hollandt; Temperatur – Die SI-Basiseinheit Kelvin. *PTB-Mitteilungen* **122** (2012) 69–81
- [12] J. Fischer, B. Fellmuth, C. Gaiser, T. Zandt; Naturkonstanten als solide Basis, *Phys. Unserer Zeit* **42** (2011) 118–124