

На правах рукописи



Шоба Евгений Владимирович

МОДАЛЬНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА МНОГОКАНАЛЬНЫХ  
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
ПОЛИНОМИАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации  
(промышленность)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Новосибирск – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор  
Воевода Александр Александрович

Официальные оппоненты: Гайдук Анатолий Романович,  
доктор технических наук, профессор,  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет», профессор кафедры систем автоматического управления

Панкратов Владимир Вячеславович,  
доктор технических наук, профессор,  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет», профессор кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»

Защита состоится «12» февраля 2013 г. в 12-30 часов на заседании диссертационного совета Д 212.173.05 при Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет» по адресу: 630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Новосибирского государственного технического университета.

Автореферат разослан « 11 » января 2013 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета



Шпилева Ольга Яковлевна

**Актуальность исследования.** Технические объекты, окружающие нас в повседневной жизни, в большинстве своём являются управляемыми динамическими системами. Непрерывно идёт интенсивное развитие этих систем и, как следствие, постоянное усложнение. В связи с этим, несмотря на большой набор уже существующих методов, задача анализа и синтеза различных типов систем не теряет своей актуальности. Стремительное развитие вычислительных средств автоматизации, используемых при синтезе систем, способствует разработке новых алгоритмов и иных подходов к вопросам проектирования линейных стационарных систем.

В настоящее время акцент делается на исследования многоканальных систем управления, систем с регулятором пониженного порядка и др. В решение поставленных задач большой вклад внесли многие отечественные ученые, такие как Александров А.А., Бесекерский В.А., Беллман Р., Востриков А.С., Гайдук А.Р., Гольдфарба Л.С., Дылевский А.В., Калман Р., Красильщиков М. Н., Красовский М.Н., Ляпунов А.М., Михайлов А.В., Найквист Г, Понтрягин Л.С., Смагина Е.М., Солодовников В.В и др. Среди зарубежных учёных можно выделить Деруссо П., Уонэм М., Astrem К.Ж., Chen С.Т., Crassidis J.L., Dahleh М., Doyle J.C., Rosenbrock Н.Н., Wang Q.G. и др. Результаты работы этих авторов можно найти в различных учебных пособиях, монографиях и лекциях.

Данная диссертация посвящена анализу и синтезу многоканальных систем управления, описываемых матричными передаточными функциями (*МПФ*). Акцент делается на полиномиальный метод синтеза и решение матричного полиномиального уравнения (*МПУ*). Ставится задача получения регуляторов, обеспечивающих точное расположение полюсов замкнутой системы (регуляторы полного порядка), или расположение их в области (регуляторы пониженного порядка<sup>1</sup>). Важнейшей задачей является формализация методики синтеза регуляторов, который бы обеспечивал желаемые требования, предъявляемые к системе. Методику необходимо разработать, автоматизировать и применить к конкретным физическим объектам. Этой задаче и посвящена большая часть данного исследования.

**Объектом исследований** являются физические объекты, соответствующие одномассовым, двухмассовым и трёхмассовым системам, такие как «перевернутый маятник на тележке», «кабина–шкив–противовес». Также рассматривается физический объект «термокамера», представляющий собой систему из нескольких секций с различной температурой. Данные типы систем являются многоканальными.

---

<sup>1</sup> Регулятором пониженного порядка будем называть такой регулятор, коэффициентов которого не достаточно для произвольного назначения всех полюсов замкнутой системы.

**Предметом исследований** является полиномиальный метод синтеза многоканальных динамических систем управления, обеспечивающий желаемое размещение полюсов для замкнутой системы.

**Цель и задачи диссертационной работы.** Целью работы является разработка методики синтеза регуляторов полного или пониженного порядков полиномиальным методом, которая должна включать *использование левого/правого полиномиального разложения, формирование структуры регулятора либо задание желаемой полиномиальной матрицы, составление и решение МПУ, получение параметров регулятора.*

Данная методика *позволит* получать регуляторы как полного, так и пониженного порядков, которые должны обеспечивать желаемые значения полюсов системы либо расположение их в области. Отличие от существующих методик полиномиального синтеза заключается в конкретном выборе представления объекта и регулятора и возможности получения регулятора пониженного порядка. Для достижения поставленной цели необходимо провести исследования и решить следующие задачи: *исследовать и выбрать алгоритм получения правого взаимно простого разложения объекта; рассмотреть вопрос выбора желаемых степеней полиномиальной матрицы; разработать методику решения МПУ; применить методику к различным объектам.*

**Методы исследования.** При выполнении исследовательской работы использовался аппарат теории автоматического управления, основы операционного исчисления, различные разделы линейной алгебры и математического анализа. Широко использовались матричные вычисления и преобразования. При анализе алгоритмов синтеза моделей системы и режимов их работы использовались различные математические пакеты.

**Достоверность и обоснованность результатов** подтверждается применением указанных методик для ряда реальных объектов, данными экспериментальных исследований, корректным использованием математических методов, публикациями в материалах всероссийских и международных научно-технических конференций. Для тестовых примеров синтезированы регуляторы по разработанной методике синтеза. Также достоверность положений, методик и расчетов, приводимых в диссертации, обеспечивается моделированием получаемых результатов в пакетах *MATLAB*, *MATHCAD*.

**Научная новизна.** Из диссертационного исследования можно выделить следующие основные результаты, характеризующие научную новизну работы:

- *разработана методика решения МПУ для случая, когда известная матрица коэффициентов имеет пониженный ранг, а неизвестная матрица коэффициентов содержит заданные известные коэффициенты;*
- *для управляемых и наблюдаемых объектов управления предложена методика полиномиального синтеза регуляторов полного и пониженного порядков,*

*позволяющая точно задавать полюса замкнутой системы либо формировать область полюсов;*

*– важным результатом является разработка методики синтеза регуляторов пониженного порядка для многоканальных систем, с использованием алгоритма обратного дифференцирования;*

*– на многочисленных примерах показана возможность применения разработанной методики для решения широкого круга задач, получены регуляторы для различных объектов;*

*– в ходе разработки методики решения МПУ в среде MATHCAD был создан пакет функций для выполнения операций с полиномиальными матрицами. Данные операции могут быть применимы для различного круга инженерных задач.*

**На защиту выносятся следующие положения:**

*– методика решения МПУ. Рассматривается случай пониженного ранга известной матрицы коэффициентов, предполагается, что некоторые коэффициенты в матрице неизвестных параметров регулятора заранее заданы;*

*– алгоритм синтеза регуляторов пониженного порядка полиномиальным методом на основе решения МПУ для многоканальных систем;*

*– методика синтеза регуляторов пониженного порядка с использованием алгоритма обратного дифференцирования для многоканальных систем.*

**Практическая ценность.** Разработанная методика синтеза регуляторов полиномиальным методом, на основе решения МПУ, является более простой в вычислительном отношении и чётко определённой, по сравнению с наиболее распространёнными методиками. Позволяет получать регуляторы как полного, так и пониженного порядков, что является актуальным для многих систем автоматического управления. Предлагаемая методика поддержана пакетом MATHCAD, что позволяет автоматизировать процесс расчёта регулятора.

Результаты диссертационной работы были использованы *при решении задачи обеспечения устойчивости систем, состоящих из нескольких масс и упругих элементов. Данная задача находит своё применение в робототехнике и в проектировании виброзащитных систем, при разработке регуляторов для камер полимерной покраски узлов и деталей на ООО «Сиблифт» (г. Омск), обеспечивающих поддержание необходимой температуры в секциях камер, при разработке регулятора для современных станций управления лифтами, выполняющих задачу стабилизации положения кабины.*

**Реализация работы.** Работа выполнялась на кафедре автоматики Новосибирского государственного технического университета. Полученные в работе результаты были использованы для синтеза регуляторов, а также *внедрены в учебном процессе в курсе лекций и лабораторных работах «Теория автоматического управления и многоканальные системы управления», читаемых для студентов специальностей 220401.65 (Управление и информатика в технических системах), о чём имеются соответствующие акты.*

Следует отметить, что диссертационная работа поддержана грантом по заданию Министерства образования и науки РФ, по проекту №7.559.2011, "Исследование предельных точностей оптических методов измерения параметров движения и мехатронных методов управления движением и разработка новых робототехнических и электромеханических систем", Темплан, гос. рег. номер НИР 01201255056.

**Личный вклад.** Все результаты, приведённые в диссертации, за исключением методики синтеза регуляторов пониженного порядка с использованием алгоритма обратного дифференцирования (разработана в соавторстве с Воронным В.В.) и отладки программ в среде *MATHCAD*, которая выполнялась Марковым А.В., получены автором лично.

**Апробация работы.** Основные положения диссертации представлялись на *The second Russian-Indian Join Workshop on computational Intelligence and Heuristics in Automation And Robotics, CIMHAR-2011 (Novosibirsk, NSTU, 10–13 September, 2011)*, всероссийской научной конференции молодых учёных «НАУКА. ТЕХНОЛОГИИ. ИННОВАЦИИ» НТИ-2012 (Новосибирск, НГТУ, ноябрь 2012 г.), городской научной конференции по теории автоматического управления и регулирования (Новосибирск, НГТУ, май 2011 г.), а также в школе молодых учёных САИТ-2011 секции №2 «Информационные технологии в системах автоматического и автоматизированного управления» (Новосибирск, 12–16 сентября 2011 г.), на конференции АПЭП-2012 (Новосибирск, НГТУ, октябрь 2012 г.), на научных семинарах кафедры «Автоматика» НГТУ (2009–2012 г.), на конференциях, посвящённых проблемам вертикального транспорта и системам их управления, таких как межрегиональные конференции «Эксплуатация вертикального транспорта в жилищно-коммунальном хозяйстве регионов», (Москва, 24–27 января 2012 г.; Москва, 15–17 ноября 2011 г.; Москва, 20–22 апреля 2011 г.; Москва, 10 февраля 2011 г.; Новосибирск, 16 декабря 2010 г.; Краснодар, 27 августа 2010 г.).

**Публикации.** Основные положения и результаты диссертационной работы опубликованы в 23 работах, в том числе: 4 статьи в изданиях, входящих в перечень рецензируемых научных журналов и изданий; 19 статей в сборниках научных трудов и сборниках трудов и материалах международных и российских конференций.

**Структура и объём работы.** Работа изложена на 192 страницах машинописного текста. Состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка используемой литературы, включающего 120 наименований, четырёх приложений и 32 рисунков. Основное содержание диссертации изложено на 162 страницах.

**Краткое содержание работы.** Во *введении* дается общая характеристика работы, обсуждается актуальность решаемых задач, формулируются цели работы, рассматривается научная новизна и положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** посвящена обзору модальных методов синтеза регуляторов для систем управления, которые можно подразделить на метод синтеза в пространстве состояний и метод синтеза с использованием полиномиального представления объекта и регулятора. Задача синтеза регуляторов находит решение в работах Александрова А.Г., Вострикова А.С., Григорьева В.В., Лукашина О.В., Нгуена Ф.Д. и др. **При доступности вектора состояния**  $x$  объекта, для смещения полюсов, объект охватывают обратной связью  $u = -Kx + v$ , где  $K$  – матрица коэффициентов. Тогда уравнение системы  $\dot{x} = (A - BK)x + Bu$ . Выбором  $K$  можно задать полюса системы<sup>2</sup>. Удобно эти вычисления производить в управляемой канонической форме. Выбрана методика, позволяющая обеспечить не только требуемое расположение полюсов замкнутой системы, но и блочно-диагональный вид матрицы  $A - BK$ . **В случае недоступности вектора состояния** следует использовать наблюдатель полного порядка  $\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bu + L(y - C\tilde{x})$ . Матрица  $L$  вычисляется из условия быстрого, по сравнению с переходными процессами в системе, затухания. Ошибка оценки  $\bar{x} = x - \tilde{x}$  вектора состояния  $x$  описывается уравнением  $\dot{\bar{x}} = (A - LC)\bar{x}$ . Расчёты по определению матриц  $K$  и  $L$  удобно производить по отдельности, так как характеристическое уравнение всей системы определяется, как  $\det(sI - A + BK) \times \det(sI - A + LC)$ <sup>3</sup>. Проанализированная методика позволяет обеспечить требуемое расположение полюсов замкнутой системы, блочно-диагональный вид матриц  $A - LC$  и  $A - BK$ . Также при **недоступности вектора состояния** возможно использование **наблюдателя пониженного порядка**. Предложена модификация методики синтеза регулятора с использованием наблюдателя пониженного порядка, позволяющая обеспечить требуемое расположение полюсов замкнутой системы, а также блочно-диагональный вид матриц  $A - LC$  и  $A - BK$ . Выбран алгоритм нахождения матрицы  $T$  в уравнении Ляпунова  $TA - FT = G_1C$ <sup>4</sup>. Можем решить это уравнение относительно матричной неизвестной  $T$ . Для этого преобразуем уравнение с векторной неизвестной, через оператор Кронекера, следующим образом:  $(-F \otimes I_n + I_{n-m} \otimes A^T)t = g_1c$ . Здесь  $I_n$  и  $I_{n-m}$  – единичные матрицы размером  $n$

<sup>2</sup> Теорема (Chen С.Т.). Если система, описываемая в пространстве состояний управляемая, то с помощью матрицы  $K$  в обратной связи возможно произвольное назначение собственных значений матрицы  $A - BK$ .

<sup>3</sup> Теорема (Chen С.Т.). Все собственные значения матрицы  $A - LC$  могут быть назначены произвольно с помощью матрицы  $L$  тогда и только тогда, когда пара  $(A, C)$  наблюдаема.

<sup>4</sup> Теорема (Chen С.Т.). Если матрицы  $A$  и  $F$  не имеют собственных общих значений, то уравнение вида  $TA - FT = G_1C$  имеет решение в виде невырожденной матрицы  $T$ , если пара матриц  $(A, B)$  управляема, а пара матриц  $(F, C)$  наблюдаема.

и  $n-m$ ,  $g_1c$  – матрица  $G_1C$ , развёрнутая построчно в столбик,  $t$  – матрица  $T$ , развёрнутая построчно в столбик,  $\otimes$  – операция Кронекера. Для пакета *MATHCAD* написаны необходимые функции  $MakeVector(Mat)$ ,  $MakeMatrix(Vect, n, m)$ . Используется встроенная функция  $kroncker(Mat1, Mat2)$ . Матрицы  $H$  и  $G$  вычисляются из уравнения  $HT + GC = I$ . Для вычисления предложено преобразовать выражение к виду  $(H, G)(T, C)^T = I$ , откуда необходимо найти составную матрицу  $(H, G)$ .

Далее рассматривается полиномиальный метод синтеза. Для одноканального случая предлагаются варианты выбора регуляторов. Пусть  $m$  и  $n$  степени знаменателя регулятора и объекта. *Вариант №1* –  $m = n - 1$ , тогда число уравнений равно числу неизвестных, регулятор полного порядка. *Вариант №2* –  $m = n$ , возможно выполнить нормирование старшего коэффициента объекта, тогда число неизвестных больше количества уравнений. Избыточные коэффициенты могут быть перенесены направо. В данном случае существует множество решений и появляется свобода задания некоторых коэффициентов. Для *Варианта №3* –  $m = n - 2$ , тогда число уравнений меньше числа неизвестных. Данная система, как правило, решений не имеет. Подобные рассуждения могут быть распространены и на многоканальный случай.

При синтезе линейных многоканальных систем автоматического управления требуется сформировать определённый вид *МПУ*:

$$Y(s)D(s) + X(s)N(s) = C(s), \quad (1)$$

где  $D(s), N(s), C(s)$  – заданные полиномиальные матрицы;  $X(s), Y(s)$  – неизвестные полиномиальные матрицы регулятора, нахождение которых и решает поставленную задачу синтеза. Ряд работ таких авторов, как Wolowich W.A., Chen C.T. и др, посвящены алгоритму решения (1). Общим подходом является выбор таких структур  $X(s)$  и  $Y(s)$ , что уравнение (1) может быть сведено к эквивалентному матричному уравнению с действительными коэффициентами.

Представим (1) в виде

$$\mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{R} = \mathfrak{N}, \quad (2)$$

где  $\mathfrak{Z} = [Y_m \ \dots \ Y_0 \ X_n \ \dots \ X_0]$ ,  $\mathfrak{N} = [C_{m+n} \ \dots \ C_0]$ ,  $\mathfrak{R}$  – матрица действительных коэффициентов – *Sylvester resultant* (Chen C.T). Условие разрешимости уравнения вида (2) известно –  $rank \mathfrak{Z} = rank[\mathfrak{Z}^T | \mathfrak{N}^T]^T$ . Однако в случае, когда известная матрица коэффициентов  $\mathfrak{R}$  неполного ранга, поиск решения не определён. Более того, в случае если матрица неизвестных коэффициентов  $\mathfrak{Z}$  содержит наперёд заданные значения (например, в случае задания определённых коэффициентов регулятора), то поиск решения также усложняется.



Далее в разделе рассматриваются регуляторы пониженного порядка. Показаны возможные способы получения регуляторов пониженного порядка<sup>5,6</sup>. В данном направлении следует отметить работы Домбровского В.В., Луценко И.В., Kell L.H., Мелешкина А.И. и др. Большая часть данных исследований связана с одноканальными системами. Значительно меньше количество работ по многоканальным методам, на которые трудно перенести результаты, полученные при синтезе одноканальных систем. Рассмотренные методы, применительно к многоканальным системам, как правило, не дают рекомендаций о выборе степени или структуры регулятора. В заключении данной главы ставится задача диссертационного исследования, суть которой заключается в разработке формализованной методики синтеза регуляторов полного и пониженного порядков на основе решения МПУ вида (1).

Во *второй главе* предлагается полиномиальная методика синтеза, интенсивно используемая в работах Гайдука А.Р., Дылевского А.В., Лозгачёва Г.И., Chen С.Т., Wang Q.G., и др. В начале раздела рассматриваются  $n$ -массовые системы, которые соответствуют разнообразным техническим объектам, из чего можно сделать вывод об актуальности разработки методики синтеза регулятора именно для данных объектов. Предлагаемая методика формируется на примере трёхмассовой системы (рис. 1), которая описывается дифференциальными уравнениями  $m_1\ddot{y}_1 + (c_1 + c_2)\dot{y}_1 - c_2\dot{y}_2 + (k_1 + k_2)y_1 - k_2y_2 = u_1$ ,  $m_2\ddot{y}_2 - c_2\dot{y}_1 +$

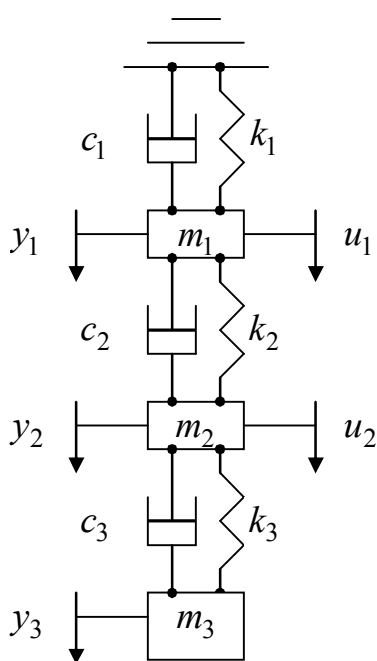


Рис. 1. Трёхмассовый объект

$(c_2 + c_3)\dot{y}_2 - k_2y_1 + (k_2 + k_3)y_2 - k_3y_3 - c_3\dot{y}_3 = u_2$ ,  $m_3\ddot{y}_3 + c_3(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + k_3(y_3 - y_2) = u_3$ , где  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  – массы тел,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  – коэффициенты жёсткости пружины,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  – коэффициенты демпфирования,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  – координаты перемещения грузов,  $u_1$ ,  $u_2$  – управляющие воздействия на грузы. Приводятся возможные варианты представления объекта и регулятора. Для рассматриваемой структуры системы «задание – сумматор – регулятор – объект – выход – обратная связь» – система с единичной обратной связью (*unity-feedback system*) – МПФ замкнутой системы включает в себя МПФ объекта и регулятора. Возможны формы записи МПФ объекта через правое по-

<sup>5</sup> Yang X.H., Packard A.A. Low Order Controller Design Method // Pros. Of the 34<sup>th</sup> Conference on Decision & Control. – New Orleans, 1995. – P. 3068–3073.

<sup>6</sup> Белихмайер М.Я., Гончаров В.И. Синтез корректирующих устройств систем автоматического управления на основе равномерного приближения // АиТ. 1997. – № 5. – С. 3–11.

линомиальное разложение  $W_{ob}(s) = N_r(s)D_r^{-1}(s)$  или левое  $W_{ob}(s) = N_l(s)D_l^{-1}(s)$ , при которых полиномиальная матрица объекта  $D(s)$  располагается справа/слева от матрицы  $N(s)$ . Для регулятора полиномиальные матрицы будем обозначать  $X(s)$ ,  $Y(s)$ . В зависимости от выбора правого/левого описания для объекта и регулятора возможны четыре случая представления объекта и регулятора. Выберем наиболее удобное, с точки зрения автора, описание объекта в виде правого разложения и регулятора в виде левого разложения. С помощью существующих алгоритмов<sup>7</sup> имеется возможность перехода от левого разложения к правому и обратно. Для управляемости и наблюдаемости многоканального объекта необходимо, чтобы матрицы  $D_l(s)$ ,  $N_l(s)$  являлись взаимно простыми слева<sup>8</sup> (*left coprime*). Одновременно, при проверке данного условия, существует возможность получения правого взаимно простого полиномиального разложения объекта  $W_{ob}(s) = N_r(s)D_r^{-1}(s)$ . Для этого необходимо привести матрицу  $[D_l(s), N_l(s)]$  к нижнетреугольному виду с помощью элементарных операций над столбцами. Каждая элементарная операция соответствует умножению исходной матрицы на полиномиальную унимодальную матрицу справа. Перейдем к операциям над строками, что соответствует приведению матрицы к верхнетреугольному виду. Произведение унимодальных матриц  $L_1 \cdot L_2 \cdot \dots \cdot L_n = L_{main}$  формирует необходимую блочную матрицу  $L_{main}$ , из которой может быть получено правое разложение объекта  $L_{main}^T(s) = \left[ \begin{array}{c|c} \bullet & -N_r \\ \hline \bullet & D_r \end{array} \right]$ . Далее рассматривается МПУ и формируется методика его решения. Выберем правое разложение для объекта и левое разложение для регулятора  $W_{ob}(s) = N_r(s)D_r^{-1}(s)$ ,  $W_{reg}(s) = Y_l^{-1}(s)X_l(s)$ . Тогда МПУ имеет вид (1). *Первый способ* решения данного уравнения заключается в раздельном нахождении матриц регулятора  $Y(s)$ ,  $X(s)$  через выполнение необходимых преобразований<sup>9</sup> с (1). Существующие методики накладывают ограничения на матрицы. В случае если матрица  $N(s)$  неквадратная, данные вычисления ещё более усложняются. *Второй способ* за-

<sup>7</sup> Chen L.C., Munro N. Calculation of largest generalized stability hypersphere in the robust stability problem for the maximum setting-time and minimum damping-ratio cases // IEEE Trans. Aut. Control. 1987. AC-36. – № 6. – P. 756–759.

<sup>8</sup> Матрицы  $D_l(s)$  и  $N_l(s)$  называются взаимно простыми слева, если их наибольший общий левый делитель есть унимодальная (унимодулярная) матрица. Матрица  $P(s)$  называется унимодальной (унимодулярной), если  $\det P(s) = \alpha$ , где  $\alpha \in R$  и  $\alpha \neq 0$ .

<sup>9</sup> Chen C.T. Linear System Theory and Design // New York: Oxford University Press, 1984.

ключается в формировании матрицы неизвестных коэффициентов и матрицы известных коэффициентов. Далее составляется система линейных уравнений (2), которую следует решать. Предложенная методика<sup>10</sup> не учитывает случай, когда некоторые коэффициенты в матрице неизвестных  $\mathfrak{Z}$  заданы. Так же при формировании структуры регулятора не учитываются возможные варианты формирования регулятора пониженного порядка либо регулятора, порядок которого больше либо равен порядку объекта.

*Предложим методику решения МПУ*, учитывающую данные особенности. *Шаг 1:* составить систему линейных уравнений исходя из структуры объекта, желаемого порядка регулятора либо желаемого порядка полиномиальной матрицы  $C(s)$ . Получить систему линейных уравнений, которую можно записать в матричном виде  $\mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{R} = \mathfrak{N}$ . Здесь  $\mathfrak{Z} = (Y_m, \dots, Y_0, X_n, \dots, X_0)$ ,  $\mathfrak{N} = (C_p, \dots, C_0)$ ,  $\mathfrak{R}$  – матрица, включающая в себя элементы  $D_l, N_k$ . *Шаг 2:* в искомой матрице  $\mathfrak{Z}$  определить нулевые столбцы исходя из структуры регулятора. Исключить их. Сформировать новую матрицу  $\mathfrak{Z}_2$ . *Шаг 3:* в матрице  $\mathfrak{R}$  определить строки, которые не влияют на результат, так как на них умножаются нулевые элементы матрицы  $\mathfrak{Z}$ . Исключить их. Сформировать новую матрицу  $\mathfrak{R}_1$ . *Шаг 4:* после исключения строк из матрицы  $\mathfrak{R}$  определить, не появились ли нулевых столбцов в матрице  $\mathfrak{R}_1$ . Исключить их. Сформировать новую матрицу  $\mathfrak{R}_2$ . *Шаг 5:* определить нулевые столбцы в матрице  $\mathfrak{N}$ , которые обязаны быть после исключения нулевых столбцов из матрицы  $\mathfrak{R}_1$ . Исключить их. Сформировать новую матрицу  $\mathfrak{N}_2$ . *Шаг 6:* сформировать новую систему уравнений  $\mathfrak{Z}_2 \cdot \mathfrak{R}_2 = \mathfrak{N}_2$ . *Шаг 7:* определить линейно-зависимые строки в матрице  $\mathfrak{R}_2$ . Из них сформировать матрицу  $\rho_2$ . *Шаг 8:* определить столбцы матрицы  $\mathfrak{Z}_2$ , соответствующие линейно-зависимым строкам матрицы  $\mathfrak{R}_2$ . Из них сформировать матрицу  $\tau_2$ . *Шаг 9:* с учётом линейно-зависимых строк (матрица  $\rho_2$ ) и столбцов (матрица  $\tau_2$ ), определенных на Шагах № 7, 8, разделить левую часть выражения  $\mathfrak{Z}_2 \cdot \mathfrak{R}_2$  на 2 части:

$$\mathfrak{Z}_3 \cdot \mathfrak{R}_3 + \tau_2 \cdot \rho_2 = \mathfrak{N}_2. \quad (3)$$

*Шаг 10:* определить линейно-зависимые столбцы в матрице  $\mathfrak{R}_3$ . Исключить их из  $\mathfrak{R}_3, \rho_2, \mathfrak{N}_2$ . Сформировать новые матрицы  $\mathfrak{R}_4, \rho_4, \mathfrak{N}_4$ . *Шаг 11:* сформировать новое выражение. В результате получения новых матриц  $\mathfrak{R}_4, \rho_4, \mathfrak{N}_4$  выражение (3) преобразуется в уравнение  $\mathfrak{Z}_3 \cdot \mathfrak{R}_4 = \mathfrak{N}_4 - \tau_2 \cdot \rho_4$ . *Шаг 12:* задать корни желаемых полиномов  $c_{ij}(s)$  в матрице  $C(s)$ . Сформировать матрицу  $\mathfrak{N}_4$ . *Шаг 13:* задать произвольно матрицу  $\tau_2$ . *Шаг 14:* решить окончательную систему уравнений  $\mathfrak{Z}_3 \cdot \mathfrak{R}_4 = \mathfrak{N}_4 - \tau_2 \cdot \rho_4 \Rightarrow \mathfrak{Z}_3 = (\mathfrak{N}_4 - \tau_2 \cdot \rho_4) \cdot \mathfrak{R}_4^{-1}$ . *Шаг 15:* восстановить исходную  $\mathfrak{Z}$ . *Шаг 16:* сформировать регулятор  $Y(s), X(s)$  из мат-

рицы  $\mathfrak{S}$ . Шаг 17: проверить результат, т.е. вычислить  $C(s)$  исходя из параметров объекта и параметров регулятора. Для этого достаточно вычислить выражение (1).

Далее показывается возможность использования различных масштабов времени с целью изменения обусловленности системы уравнений. При численном решении систем с плохо обусловленными матрицами возможно накопление погрешностей. В случае плохо обусловленной системы  $\mathfrak{S}\mathfrak{R} = \mathfrak{N}$  иногда удаётся перейти к равносильной системе с оператором, который имеет меньшее число обусловленности, а затем решить эту систему методом. Введение масштаба по времени есть средство улучшения числа обусловленности матрицы  $\mathfrak{R}$ . Также возможно введение масштаба по входным и выходным переменным<sup>10</sup>. При масштабировании по времени в исходном описании  $s = d/dt$  выполняется замена  $t = M^{-1} \cdot \bar{t}$ , где  $M$  – коэффициент масштабирования. Тогда  $\bar{s} = d/d(M^{-1} \cdot \bar{t})$ , откуда  $s = M \cdot \bar{s}$ . Предложен алгоритм масштабирования по времени, с целью уменьшения погрешности решения системы уравнений.

Приведено **необходимое и достаточное** условие разрешимости задачи автономизации<sup>11</sup>, при котором необходимо, чтобы выполнялось равенство  $D^+ N_{ra}^+ = \bar{N}_{ra}^+ \bar{D}^+$  и чтобы матрицы  $N^+ N_{ra}^+$  и  $\bar{D}_{la}^+ \bar{D}^+$  были взаимно простые. Даны определения данных матриц и выполнена проверка условий разрешимости задачи автономизации на примере трёхмассовой системы. Показана невыполнимость для данного объекта условий разрешимости задачи автономизации.

**Формируется требуемая методика синтеза** регуляторов полиномиальным методом для многоканального случая, которая *состоит* из последовательности шагов. Основными являются: *получение правого взаимно простого разложения объекта; формирование заданной структуры регулятора либо задание желаемой полиномиальной матрицы; составление и решение МПУ; получение параметров регулятора*. Отличие от существующих методик полиномиального синтеза заключается в конкретном выборе представления объекта и регулятора, а также возможности получения регулятора пониженного порядка. Предложенная методика синтеза регулятора включает в себя методику решения МПУ.

В заключении данной главы предложена модификация методики<sup>12</sup> поиска регулятора для одноканального случая. Она *состоит* из набора последователь-

---

<sup>10</sup> Абденова Г.А., Воевода А.А. Обусловленность информационной матрицы Грамма в задаче идентификации: масштабирование входных и выходных сигналов // Доклады ТУСУРа. – №1(25). – С. 131–135.

<sup>11</sup> Wang Q.G. Decoupling Control // Lecture Notes in Control and information Sciences: Springer – Verlag Berlin, 2003. – 285 p.

<sup>12</sup> Ким Д.П. Синтез оптимальных по быстродействию непрерывных линейных регуляторов // АиТ. 2009. – № 3. – С. 5–14.

ных шагов и заключается в факторизации объекта и последующем формировании устойчивых «частей» в регуляторе. Предложенная модификация позволяет упростить процедуру расчёта регулятора, так как устойчивые части сокращаются в исходной структуре, что позволяет получить более простое описание передаточной функции замкнутой системы. В этом заключается главное отличие от методики, предложенной Ким Д.П.<sup>12</sup>.

В *третьей главе* внимание акцентируется на дифференцировании характеристического полинома с целью расчёта параметров регулятора пониженного порядка. Приводится краткий обзор работ в этом направлении. Более подробно рассматривается возможность двух вариантов дифференцирования характеристического полинома с целью получения регулятора пониженного порядка. Расчёт подобных регуляторов сложнее, и соответствующие методы только разрабатываются. Варианты расчётов предлагаются в работах Боровикова А.Ю, Мелешкина А.И. и др. Далее проверяется утверждение о сходимости к области корней полиномов, полученных при дифференцировании. Например, для исходного полинома:  $a^{(0)}(s) = s^6 + 5s^5 + 10s^4 + 20s^3 + 15s^2 + 5s + 2$ , корни  $(-3.447, -0.811, -0.293 \pm 1.981j, -0.078 \pm 0.429j)$ .

Производные полинома будут иметь следующий вид:

1-я производная:  $a^{(1)}(s) = 6s^5 + 25s^4 + 40s^3 + 60s^2 + 30s + 5$ ,

корни  $(-2.856, -0.331 \pm 0.117j, -0.324 \pm 1.505j)$ . 2-я производная:

$a^{(2)}(s) = 30s^4 + 100s^3 + 120s^2 + 120s + 30$ , корни  $(-2.26, -0.37 \pm 1.091j, -0.333)$ .

На рис. 2 показано расположение корней различных производных полинома.

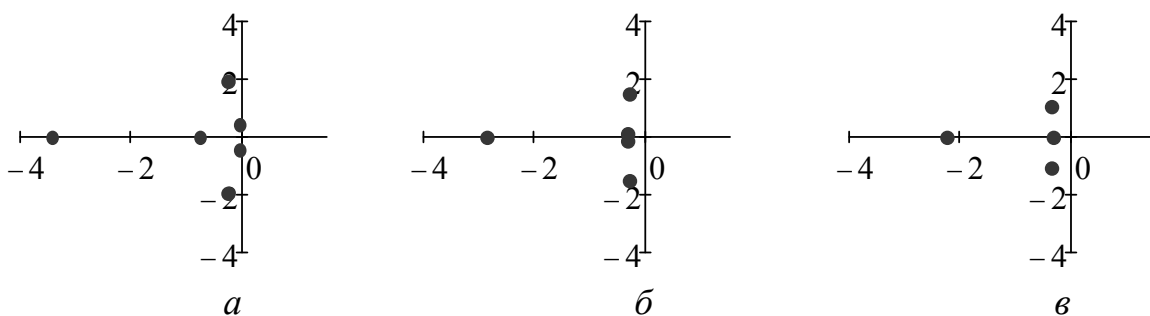


Рис. 2. Расположение корней полинома – *a* и его производных – *б*, *в*

Как можно заметить, область расположения корней "сжимается" с увеличением порядка производной. При выполнении операции дифференцирования исходного полинома количество коэффициентов уменьшается при каждой итерации дифференцирования. В случае недостаточности параметров регулятора для назначения всех коэффициентов исходному полиному появляется возможность назначения коэффициентов продифференцированному полиному, а исходный полином «накрывает» данные корни. Далее показывается применимость аппарата дифференцирования для нахождения параметров регулятора в одноканальной системе. При определённой структуре регулятора все его пара-

метры попадают в младшие коэффициенты, и нет возможности произвольно назначить полюса старшим производным. Необходимо модифицировать процедуру дифференцирования для устранения данного эффекта. Предлагается в исходном полиноме выполнить замену  $s$  на  $\bar{s}^{-1}$  и умножить результат на  $\bar{s}^n$ . Далее выполнять дифференцирование полученного результата. Данную процедуру будем называть *обратным дифференцированием*. Алгоритм обратного дифференцирования позволяет избавляться от старших степеней исходного полинома. У полиномов, получаемых обратным дифференцированием, корни сжимаются и смещаются влево.

**Определение обратного дифференцирования.** В исходном полиноме заменить  $s \rightarrow \bar{s}^{-1}$ . В полиноме  $P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0$  заменяем  $s \rightarrow \bar{s}^{-1}$ . Получаем полином  $P(\bar{s}) = (a_0 \bar{s}^n + a_1 \bar{s}^{n-1} + \dots + a_n) \cdot (\bar{s}^n)^{-1}$ . Умножить полином  $P(\bar{s})$  на максимальную степень знаменателя  $\bar{s}^n$ . Получим полином  $p(\bar{s}) = a_0 \bar{s}^n + a_1 \bar{s}^{n-1} + \dots + a_n$ . Дифференцировать полином  $p(\bar{s})$  требуемое количество раз. При однократном дифференцировании получим  $p'(\bar{s}) = a_0 n \bar{s}^{n-1} + a_1 (n-1) \bar{s}^{n-2} + \dots + a_{n-1}$ . Выполнить обратную замену  $\bar{s} \rightarrow s^{-1}$  в  $p'(\bar{s})$ . Получим полином  $P(s) = (b_{n-1} s^{n-1} + b_{n-2} s^{n-2} + \dots + b_0) \cdot (s^{n-1})^{-1}$ . Умножить полином  $P(s)$  на максимальную степень знаменателя  $s^{n-1}$ . Получим полином  $P(s) = b_{n-1} s^{n-1} + b_{n-2} s^{n-2} + \dots + b_0$ .

Предлагается **методика синтеза регулятора для многоканальной системы с использованием алгоритма обратного дифференцирования**. Шаг 1: получить правое полиномиальное разложение объекта вида:  $W_{ob}(s) = N_r(s) D_r^{-1}(s)$ . Шаг 2: задать структуру регулятора. Получить МПУ. Шаг 3: выполнить обратное дифференцирование МПУ. Шаг 4: задать желаемое МПУ. Выполнить обратное дифференцирование желаемого МПУ. Шаг 5: приравнять искомые и желаемые коэффициенты при одинаковых степенях, составить систему линейных уравнений (2). Решить данную систему в соответствии с предложенной методикой решения МПУ. На Шаге 6 получаем регулятор и выполняем проверку результата.

Для многоканального объекта (трёхмассовая система, имеющая два входа - два выхода) выполнен синтез регулятора пониженного порядка в соответствии с предложенной методикой синтеза на основе алгоритма обратного дифференцирования. Характеристические числа полученных полиномов отличаются от требуемых, так как параметров регулятора недостаточно для точного назначения полюсов.

В *четвёртой главе* выполняется проверка методики полиномиального синтеза на различных объектах. Рассмотрен синтез регулятора для стабилизации двухмассовой системы. Особенностью данного примера является простой

подход к получению правого разложения объекта, так как в левом разложении объекта матрица  $N(s)$  имеет единичный вид. Следует отметить, что если бы объект был устойчив, то можно было бы использовать подход, при котором регулятор формируется в виде обратной функции объекта. Если объект в исходной структуре имеет вид  $W_{ob}(s) = D(s)^{-1}N(s)$ , тогда регулятор можно сформировать в виде  $W_{reg}(s) = N(s)^{-1}D(s)W_{wish}(s)$ , где  $W_{wish}(s)$  – желаемая МПФ прямого канала. Тогда в структуре системы с единичной обратной связью при умножении  $N(s)$  и  $N(s)^{-1}$  получим единичную матрицу, при умножении  $D(s)$  и  $D(s)^{-1}$  также получим единичную матрицу, и параметры системы будут определяться полиномиальной матрицей  $W_{wish}(s)$ , охваченной обратной связью. Затем рассматривается синтез двухканального ПД-регулятора для стабилизации трёхмассовой системы. Особенностью является изначальный выбор желаемой структуры регулятора вида  $Y(s) = Y_0$ ,  $X(s) = X_1s + X_0$ , что обеспечивает получение регулятора пониженного порядка.

Далее обсуждается синтез регулятора для стабилизации объекта «перевернутый маятник на тележке». Показана применимость методики к «неквадратному» объекту, имеющему один вход и два выхода. С помощью одного управляющего сигнала решается задача стабилизации вертикального положения и достижения заданной скорости или расстояния. Ставятся следующие задачи: **Задача №1.** Стабилизация положения маятника в вертикальном положении, при одновременном перемещении тележки в заданное положение. **Задача №2.** Стабилизация положения маятника в вертикальном положении, при одновременном достижении заданной скорости перемещения тележки. **Задача №3.** Стабилизация положения маятника в вертикальном положении при одновременном достижении заданной скорости перемещения тележки (используется разработанная методика полиномиального синтеза). Рассмотрим общие положения, характерные для эти задач. Приводится описание объекта системы в виде набора дифференциальных уравнений:

$$\left(1 - \frac{ml}{M_t L} \cos^2 \Theta\right) \ddot{S} + \frac{ml}{M_t L} g \sin \Theta \cos \Theta - \frac{ml}{M_t} \sin \Theta (\dot{\Theta})^2 = \frac{1}{M_t} u, \quad (4)$$

$$\left(1 - \frac{ml}{M_t L} \cos^2 \Theta\right) \ddot{\Theta} - \frac{g}{L} \sin \Theta + \frac{ml}{M_t L} \sin \Theta \cos \Theta (\dot{\Theta})^2 = -\frac{1}{M_t L} \cos \Theta u, \quad (5)$$

где  $L = (I + ml^2) / ml$ ,  $M_t = M + m$ . Эти уравнения удобны для моделирования, так как в каждое из них входит по одной старшей производной. Линеаризованная модель для общего случая приводится в (6). Линеаризация выполнена в окрестности точки  $\Theta = 0$  и  $\dot{\Theta} = 0$ , в уравнениях (4), (5) полагаем  $\sin \Theta = \Theta$ ,  $\cos \Theta = 1$ :

$$\left(1 - \frac{ml}{M_t L}\right)\ddot{S} + \frac{ml}{M_t L}g\Theta = \frac{1}{M_t}u, \quad \left(1 - \frac{ml}{M_t L}\right)\ddot{\Theta} - \frac{g}{L}\Theta = -\frac{1}{M_t L}u. \quad (6)$$

При заданных значениях параметров объекта  $m = 70$  кг,  $M = 30$  кг,  $l = 1$  м,  $g = 10$  м/сек<sup>2</sup>, передаточные функции по каналу  $\Theta(s)$  и  $S(s)$  имеют вид

$$W\left[\frac{\Theta(s)}{u(s)}\right] = -\frac{0.01}{s^2 - 33.3}, \quad W\left[\frac{S(s)}{u(s)}\right] = 0.033\frac{s^2 - 10}{s^2(s^2 - 33.3)}. \quad (7)$$

Для решения задачи №1 используем ПИД-регулятор в цепи обратной связи, который обеспечивает вертикальное положение маятника. Для управления положением используем также ПИД-регулятор, но разместим его в прямой цепи. Для форсирования процессов по возмущению дифференциальную часть поставим в цепи обратной связи. Передаточные функции регулятора по каналу  $\Theta$  и  $S$  имеют вид

$$W_{reg\Theta}(s) = (\alpha + \beta s + \gamma s^2) \cdot s^{-1}, \quad W_{regS}(s) = (\delta + \varepsilon s + \nu s^2) \cdot s^{-1}.$$

В соответствии с методиками синтеза одноканальных систем найдены параметры регулятора  $\gamma = 454.55$ ,  $\beta = 3281.8$ ,  $\alpha = 3787.9$ ,  $\delta = -378.79$ ,  $\varepsilon = -984.85$ ,  $\nu = 60.6$ . Для решения задачи №2 используем ПИД-регулятор в цепи обратной связи, который обеспечивает вертикальное положение маятника. Для управления скоростью используем ПИ-регулятор, но разместим его в прямой цепи. Передаточные функции регулятора по каналу  $\Theta$  и  $S^*$  имеют вид

$$W_{reg\Theta}(s) = (\alpha + \beta s + \gamma s^2) \cdot s^{-1}, \quad W_{regS^*}(s) = (\delta + \varepsilon s) \cdot s^{-1}.$$

В соответствии с методиками синтеза одноканальных систем найдены параметры регулятора  $\alpha = 249$ ,  $\beta = 3480$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\delta = 0.189$ ,  $\varepsilon = 60.303$ . Решение задачи №3 основано на использовании предложенной методики для многоканальных систем. Регулятор выбираем размером  $1 \times 2$   $W_{reg}(s) = [R_\Theta(s), R_{S^*}(s)]$  в виде двух регуляторов ПИД и ПИ, включенных параллельно:

$$W_{reg\Theta}(s) = (\alpha + \beta s + \gamma s^2) \cdot s^{-1}, \quad W_{regS^*}(s) = (\delta + \varepsilon s) \cdot s^{-1}.$$

Предполагается, что задание по углу отклонения маятника от вертикали тождественно равно нулю. В соответствии с предложенной методикой синтеза для многоканальных систем параметры регулятора следующие [13]:

$$\alpha = 249, \beta = 3480, \gamma = 1, \delta = 0.189, \varepsilon = 60.303. \quad (8)$$

**Моделирование системы.** Система стремится стабилизировать вертикальное положение маятника и при этом происходит поддержание заданной скорости движения тележки. Передаточные функции, описывающие связь по каналу  $\Theta(s)$  и каналу  $S^*(s)$ , получены и имеют следующий вид

$$W_\Theta(s) = 0.01(\alpha s + \beta)s / (s + 0.5)^4, \quad W_{S^*}(s) = 0.033(\varepsilon s + \delta)(s^2 - 10) / (s + 0.5)^4.$$



Параметры регулятора соответствуют (8). В качестве тестового сигнала будет формироваться задание скорости. Графики отклонений на рис. 3, а, б.

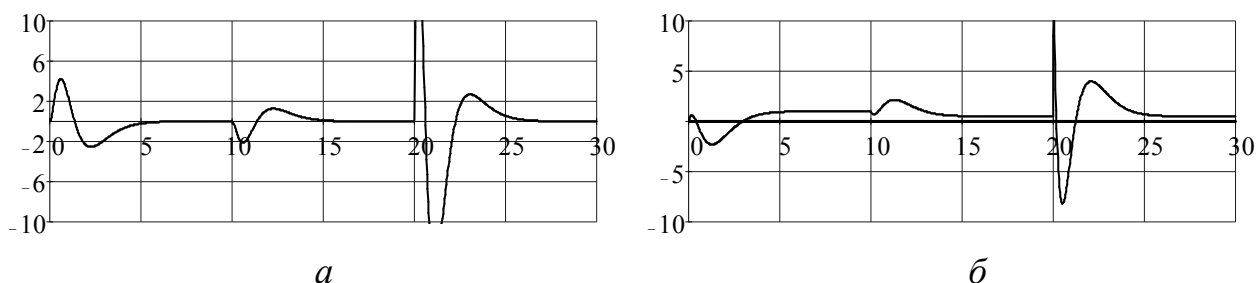


Рис. 3. Значение угла отклонения – а, значение скорости – б  
( $x$ –время, сек,  $y$ –отклонение в градусах и м/сек)

В начальный момент задаём скорость равную 1 м/сек. Через время равное 10 сек задаём новое значение скорости равное 0.5 м/сек. Через время 20 сек имитируем "толчок". На рис. 3, а происходит отклонение угла в начальный момент времени, на десятой и двадцатой секундах, затем отклонение становится нулевым. На рис. 3, б происходит выход на скорость 1 м/сек и 0.5 м/сек.

Далее рассматривается синтез регулятора для стабилизации положения кабины лифта. В структуре рис. 4 можно выделить следующие узлы – кабина с пассажиром, шкив, через который перекинута канаты, противовес. На данном рисунке:  $m_1$  – масса кабины лифта с пассажиром;  $m_2$  – масса шкива;  $m_3$  – масса противовеса;  $k_1$  – пружина – эквивалент растяжению канатов с левой стороны шкива;  $F_1$  – дополнительное управляющее воздействие;  $F_2$  – основная движущая сила развиваемая шкивом;  $x_1, x_2, x_3$  – координаты движения грузов  $m_1, m_2, m_3$ ;  $T_2, T_2'$  – силы натяжения канатов.

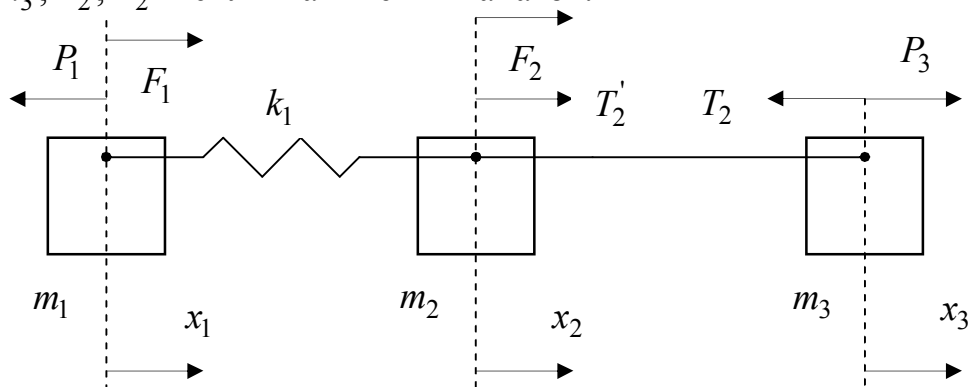


Рис. 4. Эквивалентная схема системы «кабина – шкив – противовес»

Ставятся следующие задачи: **Задача №1.** Стабилизация положения кабины в начальный момент времени. Коэффициенты жёсткости и массы канатов не учитываются, имеется одно управляющее воздействие на шкив. Используем методику для одноканальных систем; **Задача №2.** Стабилизация положения кабины в начальный момент времени. Учитывается коэффициент жёсткости канатов со стороны кабины. Имеется два управляющих воздействия (одно приложе-

но к шкиву, другое к кабине). Используем методику для многоканальных систем.

Для задачи №1 используем ПИД-регулятор в цепи прямой связи вида  $W_{reg}(s) = (b_2s^2 + b_1s + b_0) \cdot (a_1s)^{-1}$ . Потребуем длительность переходного процесса около 2 сек. Тогда желаемый характеристический полином замкнутой системы равен  $(0.2s + 1)^3$ . Найдём параметры регулятора, приравняв коэффициенты исходного и желаемого полиномов. Значения параметров регулятора  $a_1 = 6.154 \cdot 10^{-5}$ ,  $b_2 = 0.48$ ,  $b_1 = 1.2$ ,  $b_0 = 1$ . Регулятор имеет следующий вид:  $W_{reg}(s) = (0.48s^2 + 1.2s + 1) \cdot (6.2 \cdot 10^{-5}s)^{-1}$ . На рис. 5, а показана реакция на внешнее экспоненциальное задание 1 м. При введении возмущения, обусловленного массой противовеса 600 кг, массой кабины 400 кг и задании входной координаты  $x_1 = 0$ , отработка данного возмущения показана на рис. 5, б.

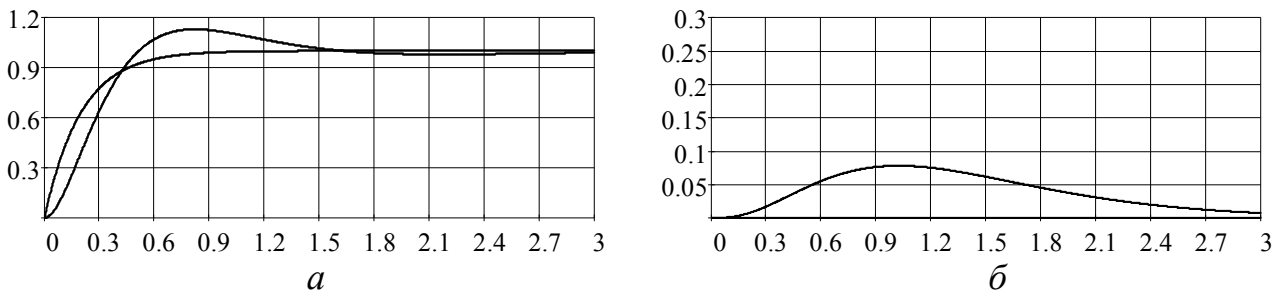


Рис. 5. Реакция на задание – а, возмущение – б (x–время, сек, y–отклонение, м)

На рис. 5а показана реакция на внешнее единичное экспоненциальное воздействие, при котором система переходит в заданное положение. При наличии внешних возмущений, система выполняет их компенсацию рис. 5б.

Для задачи №2 математическое описание учитывает коэффициент жёсткости пружины  $k_1$  и два управляющих воздействия. При значениях параметров объекта  $k_1 = 10^4$  н/м при длине троса 100 м,  $m_1 = 400$  кг,  $m_2 = 80$  кг,  $m_3 = 600$  кг, описание объекта имеет вид  $W_{ob}(s) = N_r(s)d_r^{-1}(s)$ , где  $d_r(s) = d_4s^4 + d_2s^2$ ,  $N_r(s) = N_2s^2 + N_0$ ,  $d_4 = 256 \cdot 10^3$ ,  $d_2 = 104 \cdot 10^5$ ,  $N_2 = (640 \ 0)$ ,  $N_0 = (10^5 \ 10^5)$ . Структура регулятора  $W_{reg}(s) = y_l^{-1}(s)X_l(s)$ , где  $y_l(s) = y_4s^4 + y_3s^3 + y_2s^2 + y_1s$ ,  $X_l(s) = X_4s^4 + X_3s^3 + X_2s^2 + X_1s + X_0$ . Параметры найдены в соответствии с разработанной методикой. МПФ замкнутой системы имеет вид

$$W_{cl}(s) = \frac{N(s)X(s)}{d(s)y(s) + N(s)X(s)} = \frac{5.9 \cdot 10^{-3}s^4 + 34 \cdot 10^{-3}s^3 + 0.28s^2 + 0.8s + 1}{(0.1s + 1)^8}$$

На рис. 6, *а* показана реакция на внешнее экспоненциальное задание 1 м. При введении возмущения, обусловленного массой противовеса 600 кг, и задании  $x_1 = 0$  м, обработка данного возмущения показана на рис. 6, *б*.

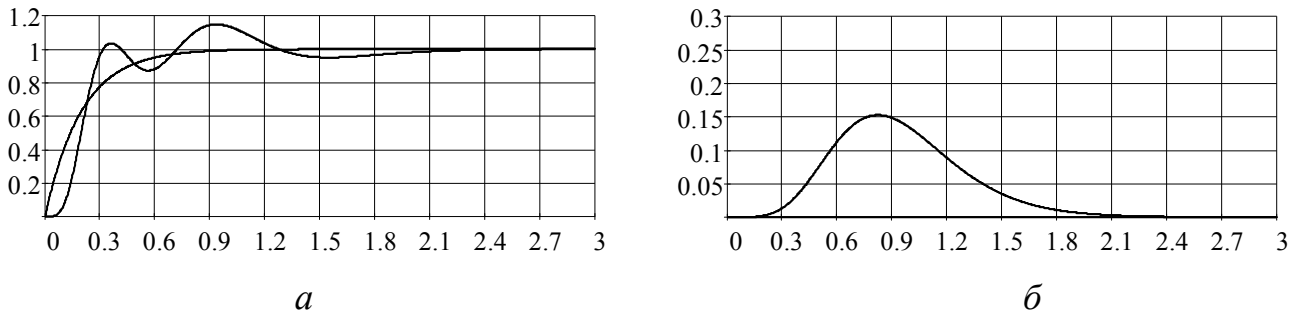


Рис. 6. Реакция на задание – *а*, возмущение – *б* (*x*–время, сек, *y*–отклонение, м)

Показана реакция на внешнее единичное экспоненциальное воздействие, при котором система переходит в заданное положение. При наличии внешнего возмущения система выполняет его компенсацию.

В последнем примере рассматривается задача синтеза регулятора для стабилизации температуры камеры полимерной покраски. Проходная камера представляет собой контейнер, в котором движутся детали. Камера состоит из четырёх соединённых между собой секций. В каждой секции необходимо поддерживать определённую температуру в соответствии с технологическим процессом. В первой секции поддерживается температура 50 град., во второй секции 100 град., в третьей секции 180 град., в четвёртой секции происходит остывание детали до температуры 50 град. В каждой секции деталь находится 5 мин. Данный объект – четырёхканальная система с четырьмя управляющими воздействиями и четырьмя выходными величинами. Управляющие воздействия – это значения напряжения, подаваемые на нагревательные тэны. Выходные сигналы – измеренные значения температуры в каждой секции камеры. В матричном виде описание объекта<sup>13</sup>, где  $\alpha_i$  – коэффициенты передачи тепла от последующей секции к предыдущей,  $\beta_i$  – коэффициенты передачи тепла от предыдущей секции к последующей,  $b_i$  – коэффициенты рассеивания тепла внутри секции,  $a_i$  – коэффициенты определяющие нагревания секции,  $u_a$  – входное воздействие из-за влияния температуры окружающей среды на 1-ю и 4-ю секции. Передаточные функции звеньев с обратной связью  $b_i$  имеют вид  $W_i(s) = a_i \cdot (s + b_i)^{-1}$ . Сигналы  $u_i$  – управляющие воздействия,  $f_i$  – возмущения,

<sup>13</sup>

$$\begin{pmatrix} s+b_1 & -a_1\alpha_1 & 0 & 0 \\ a_2\beta_1 & s+b_2 & -a_2\alpha_2 & 0 \\ 0 & a_3\beta_2 & s+b_3 & a_3\alpha_3 \\ 0 & 0 & -a_4\beta_3 & s+b_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 - 0.25u_a - f_1 \\ u_2 - f_2 \\ u_3 - f_3 \\ u_4 - 0.25u_a + f_4 \end{pmatrix}, t(s) = D_l^{-1}(s)N_l(s)u(s).$$

обусловленные переходом детали из одной секции в другую. *ПИ*-регулятор в виде левого полиномиального разложения имеет вид  $Y(s) = Y_1 s$ ,  $X(s) = X_1 s + X_0$ . Примем  $b_i = 0.1$ ,  $a_i = 0.2$ . Коэффициенты, определяющие нагревание соседних секций равны  $\alpha_1 = 0.15$ ,  $\alpha_2 = 0.15$ ,  $\beta_3 = 0.15$ . Коэффициенты, определяющие охлаждение соседних секции равны  $\alpha_3 = 0.1$ ,  $\beta_1 = 0.1$ ,  $\beta_2 = 0.1$ . Найденные параметры регулятора приведены:

$$X(s) = \begin{bmatrix} 37.5s + 5 & 33.75s & 0 & 0 \\ -22.5s & 37.5s + 5 & 33.75s & 0 \\ 0 & -22.5s & 37.5s + 5 & -22.5s \\ 0 & 0 & 33.75s & 37.5s + 5 \end{bmatrix}, Y(s) = \begin{bmatrix} 225s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 225s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 225s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 225s \end{bmatrix}.$$

На рис. 7, а показаны переходные процессы в каждой секции. На рис. 7, б показаны реакции на возмущение, вызванное появлением новой детали в секции №1 на 400-й секунде, в секции №2 на 500-й секунде, в секции №3 на 600-й секунде, в секции №4 на 700-й секунде.

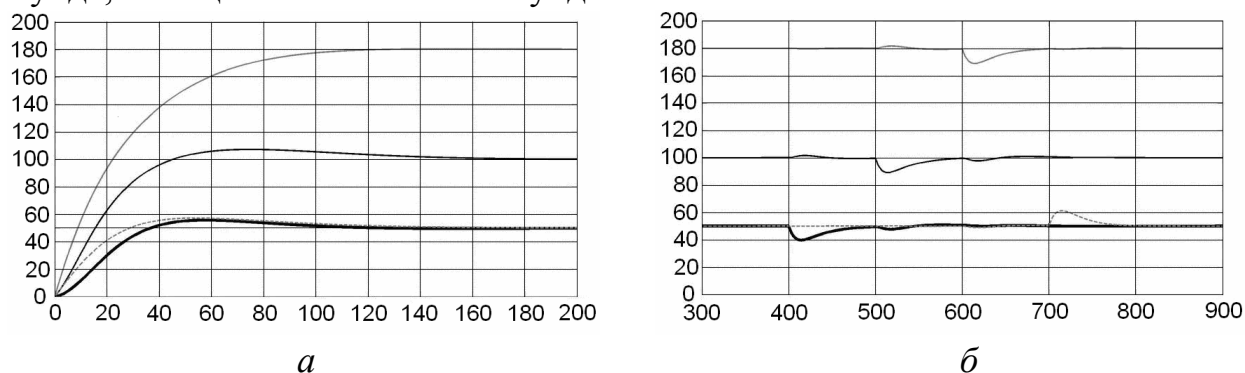


Рис. 7. Переходные процессы в секциях – а, реакция на возмущение – б  
( $x$ –время в сек.,  $y$ –температура в градусах)

Рассчитанный регулятор позволяет получить нулевую статическую ошибку и компенсировать возмущения, возникающие в системе.

В **заключении** перечислены основные результаты и изложены выводы по диссертационной работе. В **приложениях** приведены практические результаты работы, полученные при решении поставленной задачи синтеза. А именно: для среды *MATHCAD* разработан пакет функций, которые выполняют различные операций с полиномиальными матрицами, предложена методология проектирования современного программного обеспечения, для реализации полученных результатов в программном коде, сформированы математические описания системы «кабина – шкив – противовес» с учётом различных параметров системы. Дополнительно прикладываются копии актов об использовании и внедрении результатов диссертационной работы.

**Заключение.** Представленная диссертационная работа отражает результаты исследований, целью которых является разработка методики синтеза регуляторов полного и пониженного порядков для многоканальных систем. Изна-

начально рассматривались методики синтеза в пространстве состояний. Предложены модификации методики синтеза, позволяющие обеспечить *не только требуемое расположение полюсов замкнутой системы, но и блочно-диагональный вид матриц* обратной связи, а при *недоступности вектора состояния задавать быстроедействие наблюдателя*. Методики в пространстве состояний обладают рядом ограничений. Для достижения поставленной цели предложено использовать полиномиальный метод синтеза на основе решения матричного полиномиального уравнения. В результате проведенного научного исследования были получены следующие результаты:

1. Предложена методика решения матричного полиномиального уравнения для случая, когда матрица из известных коэффициентов имеет пониженный ранг, а матрица неизвестных коэффициентов содержит заданные значения.

2. Предложена методика полиномиального синтеза регуляторов полного и пониженного порядков, позволяющая задавать полюса замкнутой системы либо размещать их в области. Отличие от существующих методик полиномиального синтеза заключается в возможности получения регулятора пониженного порядка, а также в простоте её изложения и использования.

3. Предложена методика синтеза регуляторов пониженного порядка на основе алгоритма обратного дифференцирования, которая состоит из операций обратного дифференцирования исходного и желаемого полиномов, приравнивания матричных коэффициентов при одинаковых степенях, решении полученной системы уравнений. Методика отличается простотой использования и возможностью автоматизации.

4. Выбран алгоритм перехода от левого разложения объекта к правому через набор элементарных операций, который позволяет проверить взаимную простоту исходных полиномиальных матриц, а также получить правое, взаимно простое разложение объекта. Для среды *MATHECAD* написан пакет функций, реализующий выполнение элементарных операций над матрицами.

5. Показано влияние масштабирования на погрешность решения системы линейных уравнений, которая зависит от обусловленности матрицы известных коэффициентов. Предложен алгоритм масштабирования по времени.

6. Представлены известные необходимые и достаточные условия разрешимости задачи автономизации многоканальной системы. Выполнена проверка условий разрешимости задачи автономизации на примере.

7. Предложена модификация методики синтеза регулятора полиномиальным методом для одноканального случая с использованием факторизации объекта. Данная методика позволяет существенно упростить процедуру расчёта регулятора, так как матрицы известных и неизвестных коэффициентов имеют меньшие размерности.

8. Выполнено внедрение разработанного регулятора в современную станцию управления лифтами «СОЮЗ». Данный регулятор позволяет стабилизировать положение кабины лифта в начальный момент движения, что исключает "проездку кабины" при старте. Выполняется процесс внедрения разработанного регулятора в цикл полимерной покраски узлов и деталей на *ООО «Сиблифт»* (г.

Омск), предложенный регулятор позволяет поддерживать заданные значения температуры в секциях камеры.

Разработанные на основе предложенных методик синтеза многоканальные регуляторы позволяют повысить экономичность управления технологическими процессами. Научные результаты, полученные в диссертации, используются в учебном процессе в курсе лекций и лабораторных работах «Теория автоматического управления» и «Многоканальные системы управления», читаемых для студентов специальностей 220401.65 – Управление и информатика в технических системах, на кафедре автоматики НГТУ.

**Публикации по теме диссертации.** Статьи в журналах, рекомендованные ВАК для публикации результатов диссертации на соискание учёной степени доктора и кандидата наук:

- 1. Воевода А.А., Вороной В.В., Шоба Е.В.** Модальный синтез многоканального регулятора пониженного порядка с использованием «обратной» производной на примере трёхмассовой системы // Науч. вестник НГТУ. – 2012. – № 1(46). – С. 15–22.
- 2. Воевода А.А., Чехонадских А.В., Шоба Е.В.** Модальный метод синтеза с использованием полиномиального разложения: разделение движений при стабилизации трёхмассовой системы // Науч. вестник НГТУ. – 2011. – №2(43). – С. 39–46.
- 3. Шоба Е.В.** Метод модального синтеза для многоканальных систем с использованием полиномиального разложения // Науч. вестник НГТУ. – 2011. – №4(45). – С. 186–190.
- 4. Воевода А.А., Вороной В.В., Шоба Е.В.** Синтез регулятора для системы «перевёрнутый маятник – тележка» // Научн. вестник НГТУ. – 2012. – №4(49). – С. 161–165.

*В других изданиях:*

- 5. Воевода А.А., Шоба Е.В.** Стабилизация двухмассовой системы: модальный метод синтеза в пространстве состояний // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – №1(59). – С. 25–34.
- 6. Воевода А.А., Шоба Е.В.** О «строгой правильности» передаточной функции разомкнутой системы // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – №2(60). – С. 175–180.
- 7. Воевода А.А., Шоба Е.В.** О разрешимости задачи автономизации многоканальной системы Ч.1. // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 2(60). – С. 9–16.
- 8. Воевода А.А., Шоба Е.В.** О разрешимости задачи автономизации многоканальной системы Ч.2. // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 3(61). – С. 41–50.
- 9. Воевода А.А., Шоба Е.В.** О разрешимости задачи автономизации многоканальной системы Ч.3. // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 4(62). – С. 3–12.
- 10. Воевода А.А., Шоба Е.В.** О разрешимости задачи автономизации многоканальной системы Ч.4. // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2011. – № 3(65). – С. 11–18.

11. **Воевода А.А., Шоба Е.В.** Стабилизация трёхмассовой системы: Модальный метод синтеза в пространстве состояний с наблюдателем пониженного порядка // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – №4(62). – С. 13–24.
12. **Воевода А.А., Шоба Е.В.** О модели перевёрнутого маятника // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – №1(67). – С. 3–14.
13. **Воевода А.А., Шоба Е.В.** Управление перевёрнутым маятником // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – №2(68). – С. 12–22.
14. **Воевода А.А., Шоба Е.В.** Полиномиальный метод синтеза: стабилизация перевёрнутого маятника // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – №2(68). – С. 15–30.
15. **Вороной В.В., Шоба Е.В.** Стабилизация трёхмассовой системы: двухканальный ПД-регулятор // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 4(62). – С. 183–188.
16. **Шоба Е.В.** Модальный метод синтеза в пространстве состояний с наблюдателем пониженного порядка. О возможности обеспечения статического режима // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2010. – № 4(62). – С. 175–182.
17. **Шоба Е.В.** Моделирование работы лифта. Стабилизация положения кабины // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – №1(67). – С. 79–86.
18. **Шоба Е.В.** Стабилизация положения кабины лифта. Расчёт регулятора // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – №3(69). – С. 135–142.
19. **Шоба Е.В.** Расчёт двухканального регулятора для стабилизации положения кабины лифта с учётом жёсткости каната и двумя управляющими воздействиями // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – №4(70). – С. 3–10.
20. **Шоба Е.В.** Расчёт многоканального регулятора для поддержания заданной температуры в камере полимерной покраски // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – №4(70). – С. 11–20.
21. **Шоба Е.В., Марков А.В.** Методология проектирования современного программного обеспечения применительно к станции управления лифтом // Сб. науч. тр. – НГТУ. – 2012. – №1(67). – С. 121–132.
22. **Шоба Е.В., Коротиков С.С.** Расширение пакета *MATHCAD* для решения задач полиномиального синтеза // Сб. науч. тр. НГТУ. – 2012. – №1(67). – С. 133–145.
23. **Voevoda A.A., Voronoy V.V., Shoba E.V.** Low order controllers synthesis using the «reverse derivative» // Proceedings of RFBR and DST Sponsored «The 2-nd Russian-Indian Joint Workshop on Computational Intelligence and Modern Heuristics in Automation and Robotics», 10–13 September, 2011. – P. 12–22. [Синтез регулятора пониженного порядка с использованием «обратного дифференцирования»].

Отпечатано в типографии Новосибирского  
государственного технического университета  
630092, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20,  
тел./факс (383) 346-08-57

Формат 60 X 84 1/16, объём 1.5 п.л. тираж 100 экз.  
Заказ № 159 подписано в печать 9.01.2013 г