

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Локализация стационарного электромагнитного поля при помощи плоской границы метаматериала

В.В. Шевченко

Изложены методы и результаты исследований фокусирующих свойств плоских границ некоторых типов метаматериалов, моделируемых электромагнитной отрицательной средой, т.е. средой с отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемости. На основе лучевой теории описаны свойства плоских фокусирующих линз из изотропной, анизотропной и киральной отрицательных сред. Развита волновая теория изотропной плоской линзы из отрицательной среды. Показано, что из этой теории следует принципиальная возможность создания при помощи такой линзы локальной концентрации стационарного электромагнитного поля с эффективной шириной области локализации как большей, так и меньшей, и даже существенно меньшей, длины волны излучения в однородной среде на некотором расстоянии от источника поля.

PACS numbers: 42.15. – i, 42.30. – d, 78.67.Pt

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111c.1171

Содержание

1. Введение (1171).
 2. Лучевая теория плоских однородных фокусирующих линз (1172).
2.1. Изотропная линза. 2.2. Анизотропная линза. 2.3. Киральная линза.
 3. Волновая теория локализации поля (1174).
3.1. Векторные потенциалы Герца полей точечных источника, сточника и стокоисточника. 3.2. Сферические волны на границе положительной и отрицательной сред. 3.3. Прохождение сходящейся сферической волны через область фокальной точки. 3.4. Спектральное разложение расходящейся и сходящейся сферических волн. 3.5. Учёт потерь волн в средах.
 4. Заключение (1180).
- Список литературы (1181).

1. Введение

Необычное физическое явление локализации (концентрации) стационарного электромагнитного поля в однородной среде и, в частности, в свободном пространстве может быть осуществлено при помощи плоской границы метаматериала: внутри него, если источник поля находится вне метаматериала, и вне его, если источник расположен внутри метаматериала. Если же использовать две границы, т.е. плоскую пластину из метамате-

риала, то с её помощью расходящееся поле от источника, расположенного по одну сторону от пластины, можно локализовать во внешней среде по другую сторону от пластины [1, 2].

С точки зрения методики исследования указанного явления можно выделить два, вообще говоря, отличающихся друг от друга, хотя и связанных, физических процесса: первый соответствует фокусировке электромагнитного поля, расходящегося от источника излучения (его можно описать в виде расходящегося пучка лучей), и второй, который можно интерпретировать как перенос ближнего поля источника, сосредоточенного около него, на новое место при сохранении локализации этого поля. При этом первый процесс связан с так называемым эффектом отрицательного преломления лучей (плоских волн) на плоской границе метаматериала, и оба процесса — с понятием обратных волн (о метаматериалах, отрицательном преломлении и обратных волнах см. в [3–21]).

Рассматриваемые в настоящее время модели метаматериалов, искусственных электромагнитных сред, можно разделить по методам их исследования на два типа: сплошные электромагнитные среды (изотропные, анизотропные, киральные [1, 2, 12, 13, 22–31], которые можно описать при помощи модели отрицательной среды, т.е. среды с одновременно отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемости) и структурные среды, которые нельзя описать при помощи указанных электромагнитных параметров: имеются в виду случаи, когда элементы искусственных сред (искусственные молекулы) имеют размеры порядка или больше длины волны излучения, при этом сами "среды" фактически представляют собой пространственные структуры в виде периодических решёток [2, 14–18, 32–41].

В.В. Шевченко. Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая 11, корп. 7, 125009 Москва, Российская Федерация
Тел. (495) 629-34-10. Факс (495) 629-36-78
E-mail: sto@cplire.ru

Статья поступила 8 октября 2010 г.,
после доработки 25 марта 2011 г.

В данной статье рассматриваются модели метаматериалов в виде сплошных сред, т.е. с размерами элементов среды и расстояниями между ними, существенно меньшими длины волны излучения. При этом структура среды, детерминированная или случайная, не играет роли. Предполагается, что среду можно описать при помощи усреднённых макроскопических электромагнитных параметров — проницаемостей, в виде скалярных или тензорных (в анизотропном случае) величин. Сначала излагается лучевая (геометрооптическая) теория фокусировки проходящего через плоскую границу метаматериала (отрицательной среды) пучка расходящихся лучей, который превращается в сходящийся пучок. Затем рассматривается волновая теория прохождения через такую границу расходящейся сферической волны (в двумерной теории это была бы цилиндрическая волна), которая превращается в сходящуюся сферическую (цилиндрическую) волну или близкую к ней. При этом удаётся описать эффект переноса ближнего поля источника (без самого источника) на новое место при сохранении локализации поля, в случае учёта потерь волн в средах при приближённом сохранении локализации.

Рассмотрение указанных теоретических вопросов проведено здесь на основе аналитических методов математической физики.

2. Лучевая теория плоских однородных фокусирующих линз

Плоские однородные фокусирующие линзы — изотропная [1], анизотропная [2], киральная [31] — представляют собой пластины из метаматериалов, т.е. структуры с двумя параллельными плоскими границами. При рассмотрении процесса фокусировки такими линзами лучей (плоских волн) ключевой задачей является задача о прохождении расходящегося от источника пучка лучей через одну из границ линзы, например через границу внутрь метаматериала. Здесь важно подчеркнуть, что фокусирующими свойствами обладает сама плоская граница между внешней средой и метаматериалом. На второй границе (метаматериал — внешняя среда) процесс фактически повторяется.

2.1. Изотропная линза

Изотропная однородная плоская линза впервые была рассмотрена в работе [1]. Она представляет собой пластину из метаматериала — отрицательной электромагнитной среды, описываемой отрицательными скалярными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Лучевая теория такой линзы особенно проста.

На рисунке 1 схематически представлена изотропная линза, включающая плоскую границу при $z = a$ между положительной и отрицательной средами. Относительные (по отношению к свободному пространству) проницаемости положительной среды обозначены через ε_+ , μ_+ , отрицательной — через ε_- , μ_- . Чтобы все лучи, идущие от точечного источника, расположенного в положительной среде, сфокусировались внутри отрицательной среды в точку $\rho = 0$, $z = 2a$, где $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$, достаточно положить

$$\varepsilon_+ = \varepsilon, \quad \mu_+ = \mu, \quad \varepsilon_- = -\varepsilon, \quad \mu_- = -\mu. \quad (1)$$

Действительно, в этом случае показатель преломления лучей (плоских волн) на границе сред выражается

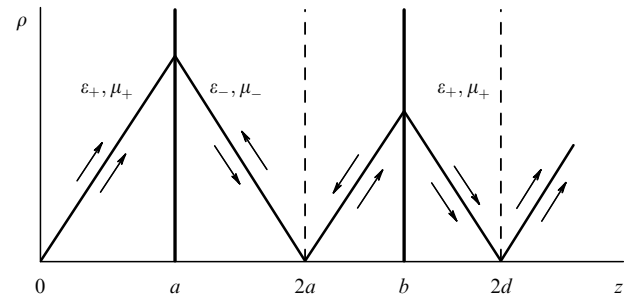


Рис. 1. Изотропная плоская линза — пластина толщиной $d = b - a$. Верхние стрелки вдоль лучей показывают направление фазовой скорости луча (плоской волны), нижние — направление потока мощности (вектора Умова — Пойнтинга).

как

$$n = \frac{m_-}{m_+} = -1, \quad (2)$$

где

$$m_{\pm} = (\varepsilon_{\pm} \mu_{\pm})^{1/2} = \pm(\varepsilon\mu)^{1/2} \quad (3)$$

— коэффициенты замедления прямой и обратной плоских волн в средах по отношению к свободному пространству [1, 19], что приводит к сходящемуся пучку прошедших через границу лучей, симметричному (относительно границы) к расходящемуся пучку лучей, падающему на границу. При этом отношение волновых сопротивлений сред оказывается равным [1, 19]

$$\frac{Z_-}{Z_+} = 1, \quad Z_{\pm} = \zeta^0 \zeta_{\pm}, \quad (4)$$

где ζ^0 — волновое сопротивление свободного пространства,

$$\zeta_{\pm} = \left(\frac{\mu_{\pm}}{\varepsilon_{\pm}}\right)^{1/2} = \frac{m_{\pm}}{\varepsilon_{\pm}} = \frac{\mu_{\pm}}{m_{\pm}} = \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^{1/2} = \zeta, \quad (5)$$

что приводит к отсутствию отражённых от границы лучей (плоских волн) [1, 42, 43].

На основании приведённых результатов можно сделать важное обобщение и сформулировать его в виде следующего утверждения. Чтобы излучение от точечного источника сфокусировалось в области его изображения в точку после прохождения через плоскую границу между положительной и отрицательной средами, достаточно не просто равенства оптических путей всех лучей от источника до его изображения, а необходимо более сильное условие: полный оптический путь каждого луча должен равняться нулю. Назовём это утверждение принципом нуля оптического пути лучей от источника до его изображения.

Этот принцип можно записать в виде

$$s_+ + s_- = 0, \quad (6)$$

где для однородных изотропных сред оптические пути

$$s_{\pm} = \mathbf{m}_{\pm} \mathbf{L}_{\pm} = m_{\pm} L_{\pm}, \quad (7)$$

\mathbf{m}_{\pm} , \mathbf{m}_{-} — волновые векторы, \mathbf{L}_{+} , \mathbf{L}_{-} — векторные координаты геометрических путей луча до и после границы, $m_{\pm} = |\mathbf{m}_{\pm}|$, $L_{\pm} = |\mathbf{L}_{\pm}|$, а для однородных ани-

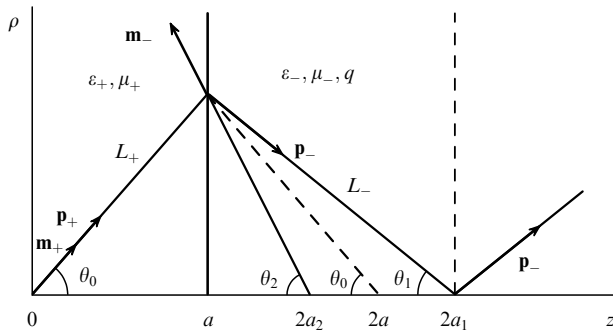


Рис. 2. Граница $\rho \geq 0, z = a$ между изотропной положительной и анизотропной отрицательной средами.

зотропных сред

$$s_{\pm} = \frac{L_{\pm}}{p_{\pm}}, \quad (8)$$

где $p_{\pm} = |\mathbf{p}_{\pm}|$, \mathbf{p}_+ , \mathbf{p}_- — лучевые векторы, связанные с волновыми соотношением $\mathbf{m}_{\pm} \mathbf{p}_{\pm} = \pm 1$ [44]. В разделе 2.2 этот принцип будет использован при рассмотрении более сложных линз.

2.2. Анизотропная линза

Идея построения анизотропной однородной плоской линзы из метаматериала была предложена в работе [2]. Представленная ниже теория фокусировки такой линзы отличается от изложенной в указанной статье, но приводит к тому же результату. Здесь используется введённый выше принцип нуля оптического пути лучей, прошедших через границу метаматериала от точечного источника до его изображения.

На рисунке 2 представлена граница между изотропной внешней средой с параметрами

$$\begin{aligned} \epsilon_+ &= \epsilon > 0, & \mu_+ &= \mu > 0, \\ m_+ &= m = (\epsilon\mu)^{1/2} > 0 \end{aligned} \quad (9)$$

и анизотропным одноосным метаматериалом с параметрами

$$\hat{\epsilon}_- = \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix} = \epsilon_- \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & q^2 \end{pmatrix},$$

$$\epsilon_- < 0, \quad q = \left(\frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}}\right)^{1/2}, \quad \hat{\mu}_- = \mu_- < 0, \quad (10)$$

$$m_{\perp} = (\epsilon_{\perp}\mu_-)^{1/2} = (\epsilon_- \mu_-)^{1/2} < 0, \quad m_{\parallel} = qm_{\perp}.$$

Оптический путь луча в изотропной внешней среде от источника до границы с метаматериалом равен

$$\begin{aligned} s_+ &= m_+ L_+ = m(\rho^2 + a^2)^{1/2} = m\rho(1 + \tan^{-2} \theta_0)^{1/2}, \\ \rho &= (x^2 + y^2)^{1/2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где θ_0 — угол падения луча на границу, а оптический путь необыкновенного луча в метаматериале с поляризацией, соответствующей необыкновенной плоской волне [44–46], от границы до изображения источника равен

$$\begin{aligned} s_- &= \frac{L_-}{p_-} = \frac{\rho}{\sin \theta_1} (m_{\parallel}^2 \sin^2 \theta_1 + m_{\perp}^2 \cos^2 \theta_1)^{1/2} = \\ &= m_{\parallel} \rho (1 + q^{-2} \tan^{-2} \theta_1)^{1/2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где θ_1 — угол преломления необыкновенного луча, в данном случае соответствующего обратной необыкновенной плоской волне.

Отсюда на основании принципа нуля оптического пути луча, т.е. равенства нулю полного оптического пути от источника до его изображения (6), получим

$$m\rho(1 + \tan^{-2} \theta_0)^{1/2} + m_{\parallel} \rho(1 + q^{-2} \tan^{-2} \theta_1)^{1/2} = 0. \quad (13)$$

Видно, что равенство (13) выполняется, если выполняются соотношения

$$m_{\parallel} = -m, \quad (14)$$

$$\tan \theta_1 = q^{-1} \tan \theta_0, \quad (15)$$

при этом все лучи от точечного источника, прошедшие через границу, соберутся в одной точке его изображения, поскольку из равенства (15) следует, что проекции путей прошедших лучей на оптическую ось равны

$$L_- \cos \theta_1 = 2a_1 - a = qa, \quad (16)$$

т.е. они одинаковы для всех лучей.

Из этого же равенства (15) и из известного соотношения [44]

$$\tan \theta_2 = \frac{\epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\perp}} \tan \theta_1 = q^2 \tan \theta_1, \quad (17)$$

где θ_2 — угол преломления плоской волны в метаматериале в направлении волнового вектора \mathbf{m}_- (см. рис. 2), следует, что

$$\tan \theta_2 = q \tan \theta_0. \quad (18)$$

В частном случае изотропного метаматериала, т.е. при $q = 1$, приходим к результатам предыдущего раздела.

2.3. Киральная линза

Теория киральной изотропной линзы изложена в работе [31]. Линза представляет собой двухслойную пластину (рис. 3), у которой один слой состоит из правой киральной отрицательной среды, а другой — из левой. Для описания распространения электромагнитных волн в киральных средах к проницаемостям ϵ и μ добавляется ещё параметр, описывающий свойство киральности среды, при этом материальные уравнения, например в

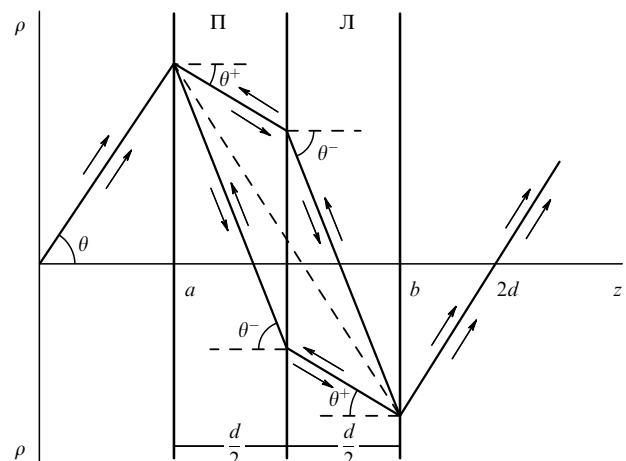


Рис. 3. Киральная плоская изотропная линза.

форме Друде–Борна–Фёдорова [22, 23, 47, 48], имеют вид

$$\mathbf{D} = \varepsilon^0 \varepsilon (\mathbf{E} + \rho_c \operatorname{rot} \mathbf{E}), \quad (19)$$

$$\mathbf{B} = \mu^0 \mu (\mathbf{H} + \rho_c \operatorname{rot} \mathbf{H}).$$

Здесь \mathbf{D} , \mathbf{B} — индукции, \mathbf{E} , \mathbf{H} — напряжённости поля, ε^0 , μ^0 — размерные параметры свободного пространства (вакуума), ε , μ — безразмерные проницаемости среды, ρ_c — киральный параметр, имеющий размерность длины и пропорциональный размеру частиц — элементов среды (искусственных молекул). При этом правая и левая киральные среды различаются по знаку параметра ρ_c , который может быть больше или меньше нуля соответственно.

В киральной изотропной среде, как в правой, так и в левой, могут распространяться только волны с круговой поляризацией, правой и левой в каждой среде. Поскольку при этом правополяризованные и левополяризованные плоские волны имеют разные фазовые скорости, на границе киральной среды, в данном случае метаматериала, происходит раздвоение падающего луча, т.е. двулучепреломление. А в линзе в целом при прохождении луча от источника через линзу на первой границе линзы происходит двулучепреломление, на второй границе — двулучеотражение, а на границе между слоями — и то, и другое. На рисунке 3 показаны только траектории главных лучей, переносящих основную мощность исходящего от источника луча в слоях с малой киральностью и, следовательно, с малыми отражениями от границ. Последние здесь не рассматриваются.

Слои киральной линзы имеют одинаковую толщину и состоят из кирально симметричных отрицательных сред правой (п) и левой (л), при этом порядок расположения слоёв произвольный. Коэффициенты замедления кругополяризованных правого и левого лучей (далее в верхнем индексе знаки "+" и "-" в слоях соответственно равны [49–52]

$$m_{п,л}^{\pm} = \frac{m_{-}}{1 \pm \delta_{п,л}}, \quad (20)$$

где

$$m_{-} = (\varepsilon_{-} \mu_{-})^{1/2} < 0, \quad (21)$$

ε_{-} и μ_{-} — проницаемости слоёв линзы, $\varepsilon_{-} = -\varepsilon$, $\mu_{-} = -\mu$; ε и μ — проницаемости внешней некиральной положительной среды, $\varepsilon, \mu > 0$, $m = (\varepsilon \mu)^{1/2} > 0$, $m_{-} = -m$;

$$\delta_{п,л} = m_{-} k^0 \rho_{п,л}. \quad (22)$$

Для симметрично киральных правого и левого слоёв параметры $\rho_{п} = \rho_c > 0$, $\rho_{л} = -\rho_c$, $\delta_{п} = -\delta_c$, $\delta_{л} = \delta_c$, где

$$\delta_c = m k^0 \rho_c \ll 1, \quad (23)$$

$$k^0 = \omega (\varepsilon^0 \mu^0)^{1/2} = \frac{\omega}{c},$$

c — скорость света в вакууме.

Нетрудно показать, что в рассматриваемой линзе, несмотря на раздвоение лучей, выполняется принцип нуля оптических путей каждого луча, исходящего от источника и достигающего точки его изображения [31].

Действительно, полная длина оптического пути от источника до изображения, например для верхнего из

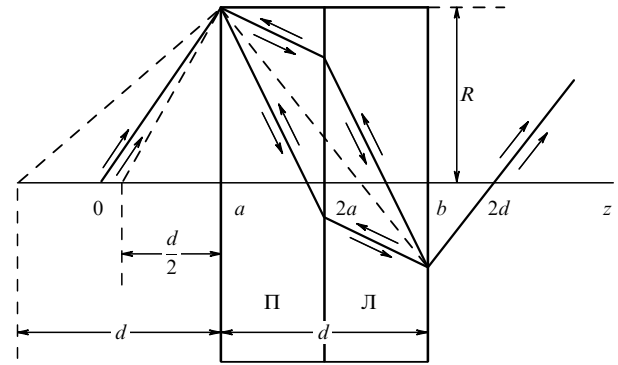


Рис. 4. Киральная линза ограниченных размеров в виде шайбы с радиусом R и толщиной d .

раздвоенных внутри линзы лучей (см. рис. 3), равна

$$s^{+} = \frac{ma}{\cos \theta} + \frac{m_{п}^{+} d}{2 \cos \theta^{+}} + \frac{m_{л}^{+} d}{2 \cos \theta^{-}} + \frac{m(2d-b)}{\cos \theta}, \quad (24)$$

где a — расстояние от источника до передней границы линзы, d — толщина линзы, $(2d-b)$ — расстояние от второй границы линзы до изображения источника. Из закона Снеллиуса для лучей, представленных на рис. 3,

$$m \sin \theta = m_{п,л}^{\pm} \sin \theta^{\pm} = m_{л,п}^{\pm} \sin \theta^{\mp}, \quad (25)$$

следует, что

$$\sin \theta^{\pm} = -(1 \mp \delta_c) \sin \theta. \quad (26)$$

Отсюда при малых δ (23) получим

$$\cos \theta^{\pm} = (1 \pm 2\delta_c \tan^2 \theta)^{1/2} \cos \theta. \quad (27)$$

Подстановка этого соотношения в (24) даёт

$$s^{+} = 0. \quad (28)$$

Аналогично показывается, что и для нижнего луча полная длина оптического пути

$$s^{-} = 0. \quad (29)$$

В работе [31] дан расчёт конкретной, ограниченной радиусом $R = d$ киральной линзы в форме шайбы с приведённым параметром киральности метаматериала $\delta_c = 0,1$ (рис. 4). При выполнении для расстояния a от источника поля до передней границы линзы условия

$$\frac{d}{2} \leq a < d \quad (30)$$

все лучи, падающие на эту границу, будут фокусироваться обеими, передней и задней, границами линзы. Если же расстояние a будет меньше $d/2$, то часть лучей не будет сфокусирована задней границей, т.е. будет реализована лишь частичная фокусировка лучей.

3. Волновая теория локализации поля

Волновую теорию рассмотрим для простейшей одно-родной плоской линзы — изотропной некиральной

линзы. Ключевую задачу сформулируем следующим образом. На плоскую границу между положительной и отрицательной средами падает расходящаяся сферическая волна, возбуждённая точечным электрическим диполем, ориентированным нормально к границе. Стационарное поле диполя имеет гармоническую зависимость по времени, $\exp(i\omega t)$. Требуется найти функцию поля волны, прошедшей через указанную границу. Сначала эта задача решается без учёта потерь волн в средах, затем рассматривается качественное и количественное влияние на полученный результат потерь волн в средах.

При решении ключевой задачи применяются два подхода. Первый состоит в непосредственном рассмотрении падающей на границу и прошедшей через неё сферических волн, второй — в предварительном представлении этих волн в виде спектрального (пространственно спектрального с непрерывным спектром, т.е. интегрального) разложения функций полей волн по плоскоцилиндрическим (волноводным) собственным функциям [53–55]. В обоих подходах задача решается аналитически, когда потери волн в средах не учитываются, и приближённо, когда учитываются. При этом эффективно используется известное понятие точечного дипольного источника и введённые автором понятия точечных "сточника" и "стокоисточника".

3.1. Векторные потенциалы Герца полей точечных источника, сточника и стокоисточника

Электромагнитное поле, возбуждённое элементарным (точечным) дипольным источником в обычной (положительной) среде, хорошо известно [56–59]. Точечный источник и функция возбуждённого им поля, так называемая функция Грина, являются идеализированными математическими моделями, удобными для упрощённого описания процесса излучения физического поля.

Векторный потенциал Герца или просто вектор Герца $\mathbf{\Pi}$ поля стационарного точечного электрического диполя с дипольным моментом

$$\mathbf{D}_0 = D_0 \mathbf{z}_0 \exp(i\omega t), \quad (31)$$

удовлетворяющий уравнению

$$\Delta \mathbf{\Pi} + k^2 \mathbf{\Pi} = -\frac{4\pi}{k} \mathbf{ZD} \delta(r), \quad (32)$$

где \mathbf{z}_0 — единичный вектор оси z , $k = mk^0$, $m = (\varepsilon\mu)^{1/2} > 0$, $k^0 = \omega/c$, c — скорость света в свободном пространстве, волновое сопротивление среды Z дано в (4), $\mathbf{D} = \omega \mathbf{D}_0$, может быть представлен в виде

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{\Pi} \mathbf{z}_0 \exp(i\omega t). \quad (33)$$

Здесь единственная z -компонента вектора Герца излучённой волны равна

$$\Pi^s = \frac{1}{kr} \mathbf{ZD} \exp(-ikr), \quad (34)$$

$$r = (\rho^2 + z^2)^{1/2}, \quad \rho = (x^2 + y^2)^{1/2}; \quad (35)$$

z -компонента описывает расходящуюся сферическую волну.

Отличные от нуля сферические компоненты электрической и магнитной напряжённостей поля при этом

равны

$$\begin{aligned} E_r^s &= \frac{2i}{kr^2} \mathbf{Z} f(kr) \cos \theta, \\ H_\varphi^s &= \frac{-1}{r} f(kr) \sin \theta, \\ E_\theta^s &= \frac{-1}{r} \mathbf{Z} g(kr) \sin \theta, \end{aligned} \quad (36)$$

где

$$f(u) = 1 - \frac{i}{u}, \quad g(u) = 1 - \frac{i}{u} f(u), \quad (37)$$

а цилиндрические компоненты

$$\begin{aligned} E_\rho^s &= E_r \sin \theta + E_\theta \cos \theta = \frac{-1}{2r} \mathbf{Z} \left[g(kr) - \frac{2i}{kr} f(kr) \right] \sin 2\theta, \\ H_\varphi^s &= \frac{-1}{r} f(kr) \sin \theta, \\ E_z^s &= E_z \cos \theta - E_\theta \sin \theta = \frac{1}{r} \mathbf{Z} \left[g(kr) \sin^2 \theta + \frac{2i}{kr} f(kr) \cos^2 \theta \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

Для краткости написания в этих формулах опущен общий множитель $D \exp(-ikr)$.

Понятия "сточник" (принимающий излучение), в отличие от источника (излучающего поле), и "стокоисточник", т.е. спаренный сточник–источник, принимающий и переизлучающий поле, были введены автором в его Юбилейном докладе "Интегральные и спектральные представления (разложения) волновых полей — обзор" на Московском электродинамическом семинаре им. Я.Н. Фельда 6 ноября 2007 г.

Понятие точечный дипольный сточник поля было введено при помощи второго линейно независимого решения уравнения (32) для компоненты вектора Герца в виде

$$\Pi^a(k, Z) = \Pi^s(-k, -Z) = \frac{1}{kr} \mathbf{ZD} \exp(ikr), \quad (39)$$

которое описывает поле сходящейся сферической волны. При этом в уравнении (32) диполь оказывается не излучающим, а поглощающим поле падающей на него волны.

Согласно (34), (39), сферические и цилиндрические компоненты поля точечного дипольного сточника получаются из формул (36), (38) заменой k на $-k$, Z на $-Z$.

При использовании термина "источник поля" в физическом смысле понимается либо стороннее устройство, которое излучает поле, либо неоднородность среды, рассеивающая падающую на неё волну. Сточник надо понимать аналогично, но, в отличие от источника, он не излучает, а принимает энергию падающей на него волны.

Под стокоисточником здесь понимается особенность поля в однородной среде, наведённая падающей сходящейся волной. Точечный дипольный стокоисточник можно смоделировать на основании следующих соображений. Согласно (38), поле точечного излучающего диполя (рис. 5а) удовлетворяет условию

$$E_\rho = 0 \quad \text{при} \quad \rho > 0, \quad z = 0 \quad (40)$$

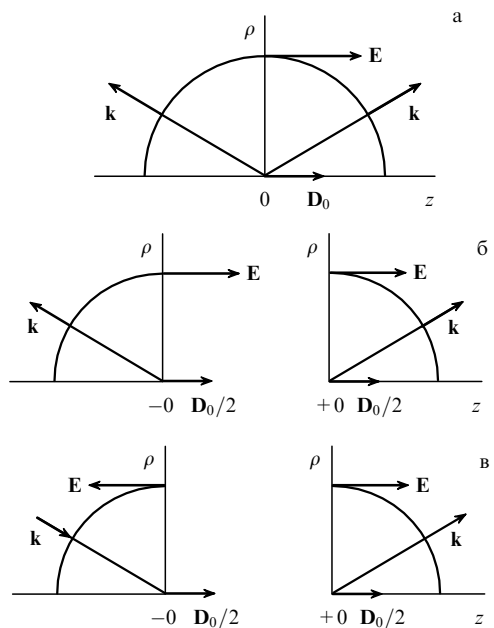


Рис. 5. Схематическое изображение дипольных точечных источника (а), спаренных источников (б) и стокоисточника (в), для полей которых выполняется граничное условие $E_\rho = 0$ при $\rho > 0, z = 0$.

и, следовательно, $\theta = \pi/2$, исключая точку $\rho = z = 0$. Это условие позволяет рассматривать такое поле в полупространствах $z < 0$ и $z > 0$ по отдельности как возбуждённое двумя точечными источниками с половинными дипольными моментами (рис. 5б), расположенными в точках $\rho = 0, z = -0$ и $\rho = 0, z = +0$. Это же условие (40) выполняется при описании сходящегося поля, поглощаемого стоком в точке $\rho = 0, z = -0$, и расходящегося поля, излучаемого источником в точке $\rho = 0, z = +0$. Такая пара сточник-источник (рис. 5в) и представляет собой стокоисточник при условии согласованной связи между сточником и источником, т.е. при условии, что принимаемая сточником электромагнитная энергия (мощность) полностью передаётся источнику. При этом для понимания физического смысла стокоисточника не требуется введения стороннего устройства или присутствия неоднородности среды, а наличие точечной особенности поля в точке схождения и расхождения сферических волн, т.е. в фокальной точке, объясняется тем, что в модели поля стокоисточника отсутствует эффект дифракции поля. Последнее нужно учитывать лишь в случае ограниченного падающего волнового пучка, в частности это необходимо при учёте потерь волн в среде (см. далее раздел 3.5).

Таким образом, поле стокоисточника (вектор Герца) удовлетворяет уравнению (32) и при $z > 0$ условию излучения Зоммерфельда, а при $z < 0$ — аналогичному условию встречного излучения.

При помощи стокоисточника просто решается задача о прохождении сходящейся сферической волны через фокальную точку. Поле за фокальной точкой получается на основании известных формул для точечного источника.

Изложенные результаты для поля в обычной положительной среде с $m_+ = m > 0$ нетрудно обобщить на метаматериал, т.е. на отрицательную среду с $m_- = -m < 0$ (3). Для этого в формулах (32), (34), (36), (38)

нужно заменить $k = k_+ = m_+k^0$ на $-k = k_- = m_-k^0$, но при этом сохранить $Z = Z_+ = Z_-$ (4), (5), или для встречной обратной волны, наоборот, Z заменить на $-Z$ и сохранить k [19].

В заключение этого раздела отметим, что здесь рассматривался так называемый электрический элементарный (точечный) дипольный источник поля и соответствующие ему сточник, стокоисточник и вектор Герца. Полученные результаты известным способом, путём переобозначений ϵ на μ, μ на ϵ, Z на $1/Z, \mathbf{E}$ на \mathbf{H} и \mathbf{H} на $-\mathbf{E}$ переносятся на магнитный элементарный дипольный источник и соответствующие ему сточник, стокоисточник и вектор Герца, которые, в свою очередь, соответствуют электромагнитному полю, ортогональному к представленному в выражениях (36)–(38).

3.2. Сферические волны на границе положительной и отрицательной сред

На рисунке 6 схематически представлена падающая на плоскую границу между положительной и отрицательной средами расходящаяся сферическая волна, возбуждённая точечным источником — электрическим диполем, нормально ориентированным к границе. Используя введённые выше обозначения, представим z -компоненту вектора Герца падающей волны (34) в виде

$$\Pi_1^s = \frac{1}{k_+r_1} Z_+ D \exp(-ik_+r), \tag{41}$$

где

$$k_+ = m_+k^0, \quad r_1 = (\rho^2 + z^2)^{1/2}, \tag{42}$$

$z \leq a, D$ — коэффициент, включающий модуль дипольного момента. Согласно (38), необходимые для дальнейшего рассмотрения цилиндрические компоненты напряжённости поля имеют вид

$$E_{\rho 1}^s = \frac{-1}{2r_1} Z_+ \left(1 - \frac{3i}{k_+r_1} - \frac{3}{k_+^2r_1^2} \right) \sin 2\theta_1, \tag{43}$$

$$H_{\phi 1}^s = \frac{-1}{r_1} \left(1 - \frac{i}{k_+r_1} \right) \sin \theta_1,$$

где $\theta_1 = \arctan(\rho/z)$ и опущен общий множитель $D \exp(-ik_+r_1)$.

Соответствующие компоненты вектора Герца и напряжённости поля прошедшей через границу $z = a$ волны будем искать в отрицательной среде в интервале $a \leq z < 2a$ в виде сходящейся обратной [21] сферической

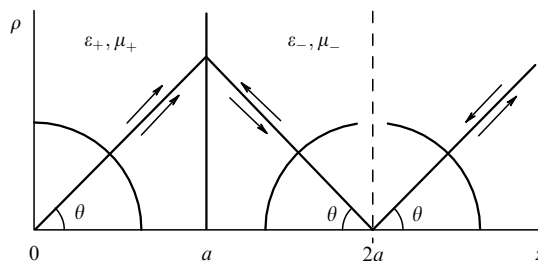


Рис. 6. Прохождение сферических волн через границу между положительной и отрицательной изотропными средами при $\rho \geq 0, z = a$ и через фокальную точку $\rho = 0, z = 2a$ в отрицательной среде.

волны:

$$P_2^a = \frac{T}{k_- r_2} Z_- D \exp(ik_- r_2), \quad (44)$$

$$E_{\rho 2}^a = \frac{T}{2r_2} Z_- \left(1 + \frac{3i}{k_- r_2} - \frac{3}{k_-^2 r_2^2} \right) \sin 2\theta_2, \quad (45)$$

$$H_{\varphi 2}^a = \frac{-T}{r_2} \left(1 + \frac{i}{k_- r_2} \right) \sin \theta_2,$$

где

$$k_- = m_- k^0, \quad r_2 = \rho^2 + (z - 2a)^2, \quad \tan \theta_2 = \frac{\rho}{z - 2a}, \quad (46)$$

и в (45) опущен множитель $D \exp(ik_- r_2)$. Поле прошедшей волны в интервале $2a < z < \infty$, т.е. за фокальной точкой $\rho = 0, z = 2a$, будет представлено ниже.

Аналогичные выражения имеют при $z \leq a$ компоненты отражённой (расходящейся прямой) волны

$$P_2^s = \frac{R}{k_+ r_2} Z_+ D \exp(-ik_+ r_2), \quad (47)$$

$$E_{\rho 2}^s = \frac{-R}{2r_2} Z_+ \left(1 - \frac{3i}{k_+ r_2} - \frac{3}{k_+^2 r_2^2} \right) \sin 2\theta_2, \quad (48)$$

$$H_{\varphi 2}^s = \frac{-R}{r_2} \left(1 - \frac{i}{k_+ r_2} \right) \sin \theta_2,$$

где в (48) опущен общий множитель $D \exp(-ik_+ r_2)$.

Поскольку на границе $z = a$ ($r_2 = r_1, \theta_2 = \pi - \theta_1$) должны выполняться условия непрерывности касательных к ней компонент поля,

$$E_{\rho 1}^s + E_{\rho 2}^s = E_{\rho 2}^a, \quad H_{\varphi 1}^s + H_{\varphi 2}^s = H_{\varphi 2}^a, \quad (49)$$

подставляя в эти равенства выражения (43), (45), (48), с учётом соотношений (3)–(5), (42), (46) получим

$$1 - R = T, \quad 1 + R = T, \quad (50)$$

откуда следует

$$R = 0, \quad T = 1. \quad (51)$$

Таким образом, сферические волны, как и плоские волны [1, 42, 43], проходят через границу между изотропными положительной и отрицательной средами без отражения при выполнении условий (1). Эти условия являются условиями фокусировки ($m_- = -m_+ = -m$) и согласования ($Z_- = Z_+ = Z$) поля на такой границе.

3.3. Прохождение сходящейся сферической волны через область фокальной точки

В работе [60] отмечается, что данная проблема не связана со специфическими свойствами метаматериала (отрицательной среды), как и со свойствами обратных волн. Ранее, в разделе 3.1 на основании понятия о стокоисточнике фактически рассмотрена задача о прохождении сходящейся сферической волны через фокальную точку в обычной (положительной) среде. Из приведённых там результатов нетрудно получить путём переобозначений решение рассмотренной в разделе 3.2 задачи для проходящей обратной волны в отрицательной среде за фокальной точкой, т.е. в интервале $(2a, \infty)$, или, что то же самое, в занятом метаматериалом полупространстве $\rho > 0, z > 2a$.

Компоненты поля расходящейся от стокоисточника (расположенного в точке $\rho = 0, z = 2a$) обратной сферической волны в указанном полупространстве, дополняющие решения (44), (45) рассмотренной выше задачи, в интервале $(2a, \infty)$ имеют следующий вид:

$$P_2^s = \frac{1}{k_- r_2} Z_- D \exp(-ik_- r_2), \quad (52)$$

$$E_{\rho 2}^s = \frac{-1}{2r_2} Z_- \left(1 - \frac{3i}{k_- r_2} - \frac{3}{k_-^2 r_2^2} \right) \sin 2\theta_2, \quad (53)$$

$$H_{\varphi 2}^s = \frac{-1}{r_2} \left(1 - \frac{i}{k_- r_2} \right) \sin \theta_2,$$

где в (53) опущен общий множитель $D \exp(-ik_- r_2)$.

При анализе прохождения поля излучения через всю плоскую фокусирующую линзу добавляется задача об описании процесса прохождения расходящейся обратной сферической волны (52), (53) через вторую границу между отрицательной и положительной средами. Описание этого процесса с точностью до обозначений полностью повторяет результаты, полученные при рассмотрении процесса прохождения волны через первую границу. При этом следует отметить особый случай, когда фокальная точка оказывается на второй границе, т.е. при $2a = b$ (см. рис. 1). Если в случае $2a < b$ сходящаяся обратная волна слева от плоскости $z = 2a$ и расходящаяся обратная волна справа от этой плоскости имеют противоположные направления движения фаз, но одинаковые направления потоков мощности (векторов Умова – Пойнтинга), то в этом особом случае фаза волны при $z = b - 0$ и фаза волны при $z = b + 0$ распространяются в одинаковом направлении, при этом направления потоков мощности остаются теми же. Напомним, что под направлением распространения обратных волн понимается направление потока мощности (вектора Умова – Пойнтинга), а не направление движения фаз волн [19].

3.4. Спектральное разложение полей расходящейся и сходящейся сферических волн

Задача о прохождении сферической волны через плоскую границу между положительной и отрицательной средами вначале решалась при помощи представления прошедшего поля в виде спектрального разложения по плоским или плоскоцилиндрическим собственным волнам [60–68] (об интегральных и спектральных, точнее, пространственно спектральных, разложениях волновых полей см., например, в [53–59]). В работах [61–63, 65–67] спектральное разложение, применяемое к расходящимся волнам, было использовано и для прошедшей сходящейся волны. Однако при этом оказалось [63] (см. также [54, 55]), что при выполнении для параметров сред условий (1) несобственный интеграл в разложении поля прошедшей волны расходится, т.е. оно в этом случае неприменимо. Поэтому в работах [63, 65–67] были рассмотрены случаи, когда условия (1) не выполняются строго, в частности, при наличии потерь волн в средах (см. далее раздел 3.5). В работах [60, 64, 68] к прошедшей волне было применено иное спектральное разложение, которое пригодно для анализа сходящихся волн при выполнении условий (1). Ниже решение ключевой задачи о прохождении сферической волны через границу между положительной и отрицательной средами с применением этого спектрального разложения воспроизво-

дится по работе [64], что не только представляет методический интерес, но и даёт лучшее понимание физического процесса прохождения волн через границу.

Следуя работе [64], представим компоненту вектора Герца (31) падающей на границу расходящейся сферической волны (см. рис. 6) в виде спектрального разложения по собственным плоскоцилиндрическим (волноводным) волнам [53–55], т.е. по волнам с плоским фазовым фронтом и цилиндрической координатной зависимостью в поперечной к оси z плоскости:

$$\begin{aligned} P_1^s &= \frac{1}{k_+ r_1} Z_+ D \exp(-ik_+ r_1) = \\ &= Z_+ D \int_0^\infty \frac{ik_+}{\gamma_+} J_0(\kappa k_+ \rho) \exp(-i\gamma_+ z) \kappa d\kappa, \end{aligned} \quad (54)$$

где $J_0(\kappa k \rho)$ — функция Бесселя, $0 < z < a$, $k_+ = k$,

$$\gamma_+ = k_+ \begin{cases} (1 - \kappa^2)^{1/2} & \text{при } \kappa \leq 1, \\ -i(\kappa^2 - 1)^{1/2} & \text{при } \kappa > 1. \end{cases} \quad (55)$$

Аналогично можно искать соответствующую компоненту поля отражённой от границы $z = a$ волны:

$$P_2^s = Z_+ D \int_0^\infty \frac{ik_+}{\gamma_+} R(\kappa) J_0(\kappa k_+ \rho) \exp[i\gamma_+(z - 2a)] \kappa d\kappa, \quad (56)$$

где $R(\kappa)$ — коэффициент отражения, $z \leq a$.

Для прошедшей через границу сходящейся обратной волны решение будем искать в виде

$$P_2^a = Z_- D \int_0^\infty \frac{ik_-}{\gamma_-} T(\kappa) J_0(\kappa k_- \rho) \exp[-i\gamma_-(z - 2a)] \kappa d\kappa, \quad (57)$$

где $T(\kappa)$ — коэффициент прохождения, $a \leq z < 2a$, $k_- = -k$,

$$\gamma_- = k_- \begin{cases} (1 - \kappa^2)^{1/2} & \text{при } \kappa \leq 1, \\ -i(\kappa^2 - 1)^{1/2} & \text{при } \kappa > 1. \end{cases} \quad (58)$$

При разделении интервала интегрирования $(0, \infty)$ в выражении (54) на два интервала: $(0, 1)$ и $(1, \infty)$, обычно дают следующую физическую интерпретацию полученным таким образом частным интегралам. Первый описывает излученное источником поле, а второй — поле, локализованное около источника. Чтобы правильно описать локализованное поле около источника, выбирают значение корня для γ_+ при $\kappa > 1$, как показано в (55). Это приводит к экспоненциально спадающей подынтегральной функции в (54) при увеличении z , т.е. в направлении распространения волны, что обеспечивает сходимость интеграла. Аналогичные соображения относятся к представлению (56) для поля отражённой волны при уменьшении z . Эти же соображения использовались в работах [61–63, 65–67] при нахождении поля прошедшей через границу сходящейся волны, что приводит, как уже было сказано, к расходящемуся интегралу в спектральном разложении поля.

В нашем же спектральном разложении (57) интеграл сходится в рассматриваемом интервале по z при параметрах среды, удовлетворяющих условиям (1); при этом экспоненциально возрастающая при увеличении z подынтегральная функция правильно описывает особен-

ность интеграла, т.е. поля, в фокальной точке схождения сферической волны $\rho = 0$, $z = 2a$ (подробнее см. в [64]).

Удовлетворяя на границе сред условиям сшивания поля

$$E_{\rho 1}^s + E_{\rho 2}^s = E_{\rho 2}^a, \quad H_{\phi 1}^s + H_{\phi 2}^s = H_{\phi 2}^a,$$

где

$$E_{\rho}^{s,a} = \frac{\partial^2 \Pi^{s,a}}{\partial \rho \partial z}, \quad H_{\phi}^{s,a} = \frac{-ik_{+,-}}{Z_{+,-}} \frac{\partial \Pi^{s,a}}{\partial \rho}, \quad (59)$$

и используя свойство ортогональности функций Бесселя

$$k^2 \int_0^\infty J_1(\kappa k \rho) J_1(\tilde{\kappa} k \rho) \rho d\rho = \kappa^{-1} \delta(\kappa - \tilde{\kappa}),$$

получим аналогичную (50) систему уравнений

$$1 - R(\kappa) = T(\kappa), \quad 1 + R(\kappa) = T(\kappa) \quad (60)$$

и её решение (51): $R(\kappa) = 0$, $T(\kappa) = T = 1$.

Подстановка полученного результата в разложение (57) позволяет [64] при $T = 1$ свернуть его к виду (44).

3.5. Учёт потерь волн в средах

Чтобы учесть потери волн в средах, необходимо обобщить введённые выше обозначения для параметров положительной и отрицательной сред следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_+ &= \varepsilon(1 - i\delta_{\varepsilon_+}), & \mu_+ &= \mu(1 - i\delta_{\mu_+}), \\ k_+ &= k^0(\varepsilon_+ \mu_+)^{1/2} \cong k(1 - i\delta_+), \end{aligned} \quad (61)$$

$$Z_+ = \zeta^0 \left(\frac{\mu_+}{\varepsilon_+} \right)^{1/2} \cong Z(1 + iA_+),$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_- &= -\varepsilon(1 + i\delta_{\varepsilon_-}), & \mu_- &= -\mu(1 + i\delta_{\mu_-}), \\ k_- &= k^0(\varepsilon_- \mu_-)^{1/2} \cong -k(1 + i\delta_-), \end{aligned} \quad (62)$$

$$Z_- = \zeta^0 \left(\frac{\mu_-}{\varepsilon_-} \right)^{1/2} \cong Z(1 - iA_-),$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon, \mu > 0, & \quad 0 \leq \delta_{\varepsilon_{\pm}} \leq 1, \quad 0 \leq \delta_{\mu_{\pm}} \leq 1, \\ k &= k^0(\varepsilon \mu)^{1/2} > 0, \quad 2\delta_{\pm} = \delta_{\varepsilon_{\pm}} + \delta_{\mu_{\pm}}, \end{aligned} \quad (63)$$

$$Z = \zeta^0 \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{1/2} > 0, \quad 2A_{\pm} = \delta_{\varepsilon_{\pm}} - \delta_{\mu_{\pm}}.$$

Учитывая эти соотношения, решение для прошедшей через границу между положительной и отрицательной средами волны можно приближённо искать в том же виде (44), (45), но при этом нужно заменить в нём r_2 на

$$\bar{r}_2 = r_2 - i\sigma r_a, \quad (64)$$

где

$$r_a = (\rho^2 + a^2)^{1/2}. \quad (65)$$

Чтобы удовлетворить условиям сшивания полей волн (49), будем считать, что на границе $z = a$ выполняется равенство

$$k_+ r_1 = -k_- \bar{r}_2, \quad (66)$$

после чего подставим выражения (43), (48) и (45) с учётом (66) в (49). В результате вместо (50) получим систему уравнений

$$\begin{aligned} k_+ Z_+ (1 - R) &= -k_- Z_- T, \\ k_+ (1 + R) &= -k_- T, \end{aligned} \quad (67)$$

которая имеет решение в виде

$$R = \frac{Z_+ - Z_-}{Z_+ + Z_-}, \quad T = -\frac{k_+}{k_-} \frac{2Z_+}{Z_+ + Z_-}. \quad (68)$$

После подстановки сюда (61), (62) это решение принимает вид

$$\begin{aligned} R &= \frac{i}{2} (A_+ + A_-) \neq 0, \\ T &= 1 - i \left(\delta_+ + \delta_- - \frac{A_+ + A_-}{2} \right) \neq 1, \end{aligned} \quad (69)$$

где учтено, что δ_{\pm} , A_{\pm} — малые величины, поэтому отброшены их квадратичные значения, которые, однако, необходимо учитывать при вычислениях отражённой и прошедшей мощностей.

Далее, соотношение (66) (при $z = a$) означает, что $k_+ r_a = -k_- r_a (1 - i\sigma)$, откуда следует равенство

$$\sigma = \delta_+ + \delta_-. \quad (70)$$

Суммируя результаты, отметим, что если компонента вектора Герца падающей на границу раздела сред сферической волны в данном случае имеет такой же вид (41), т.е.

$$P_1^s = \frac{1}{k_+ r_1} Z_+ D \exp(-ik_+ r_1), \quad (71)$$

но с другим значением величины k_+ (61), то для прошедшей сферической волны вместо выражения (44) имеем

$$P_2^a = \frac{T}{k_- \bar{r}_2} Z_- D \exp(ik_- \bar{r}_2), \quad (72)$$

где k_- дано в (62), \bar{r}_2 — в (64), (70), а коэффициент прохождения T (69) теперь отличается от единицы. При этом компонента вектора Герца для отражённой волны сохраняет вид (47), но с новым, как у падающей волны, значением k_+ (61) и с отличающимся от нуля коэффициентом отражения R (69).

Из соотношений (63)–(65), (70) следует, что вблизи фокальной точки $\rho = 0$, $z = 2a$, т.е. при $\rho \ll a$, приближённо

$$\bar{r}_2 = r_2 - i\sigma a. \quad (73)$$

Это выражение позволяет проанализировать структуру поля около фокальной точки, в которой

$$|P_2^a| = \frac{|TZ_- D|}{\sigma k a} \exp(-\sigma k a), \quad (74)$$

т.е., в отличие от выражения (44), теперь нет расходимости функции поля в этой точке.

Для количественной оценки размеров области концентрации (локализации) поля около бывшей фокальной точки можно ввести эффективный радиус $r_2 = r_0$

"объёмного дифракционного пятна". Для этого из условия спада квадрата модуля функции (72) в два раза относительно его значения в фокальной точке (74) можно вывести уравнение

$$\left[1 + \left(\frac{r_0}{\sigma a} \right)^2 \right]^{-1} \exp(2\delta_- k r_0) = \frac{1}{2}, \quad (75)$$

откуда для радиуса пятна получим

$$r_0 = \sigma a (1 + 2\delta_- \sigma k a). \quad (76)$$

Этот результат справедлив при таких значениях ka , для которых $(2\delta_- \sigma k a)^2 \ll 1$.

Из выражения (76) для плоскоперечного дифракционного пятна имеем

$$\rho_0 = \sigma a (1 + 2\delta_- \sigma k a). \quad (77)$$

Задача о прохождении волн через границу положительной и отрицательной сред с учётом потерь волн в средах рассматривалась ранее в работах [60, 68] с применением обобщённого спектрального разложения сходящейся сферической волны типа (57), где была введена, рассчитана и графически проиллюстрирована несколько иная, но тоже приближённая оценка радиуса поперечного пятна:

$$\rho_0 = \delta a \ln \frac{4}{\delta}. \quad (78)$$

Здесь $\delta = \delta_+ = \delta_-$, т.е. расчёт в [60] был произведён для случая одинаковых потерь волн в средах.

Как уже отмечалось, в работах [63, 65–67] были опубликованы результаты решения рассматриваемой задачи с применением для сходящейся волны обычного спектрального (интегрального) разложения, используемого для расходящихся волн. Также показано, что если условия (1) не выполняются, а при введении потерь (61)–(63) имеет место, в частности, такой случай, то интеграл в обычном спектральном разложении оказывается, хотя и плохо, но сходящимся. Приведённые в работах [65, 66] оценки радиуса дифракционного пятна поля отличаются от (77), (78). Так, например, оценку, полученную в работе [65] для модели двумерного поля, проходящего через плоскую линзу с малой комплексной (при учёте потерь) величиной отклонения параметров сред от условия (1) (см. также в [63] — с вещественной величиной отклонения), можно приближённо представить в виде

$$\rho_0 = a \left(\ln \frac{2}{\delta} \right)^{-1}. \quad (79)$$

На рисунке 7 приведены графики функций (77)–(79). Видно, что представленные результаты одинаково качественно, но различно количественно описывают стремление размеров пятна к нулю при уменьшении потерь волн в средах. При этом для $\delta < 10^{-2}$ значения ρ_0/a у зависимости 3 отличаются от зависимостей 1 и 2 на порядки величин, в то время как у зависимостей 1 и 2 — примерно в пределах одного порядка. В целом же из представленных на рис. 7 результатов следует, что размер дифракционного пятна может быть как больше, так и меньше, а также существенно меньше длины волны излучения.

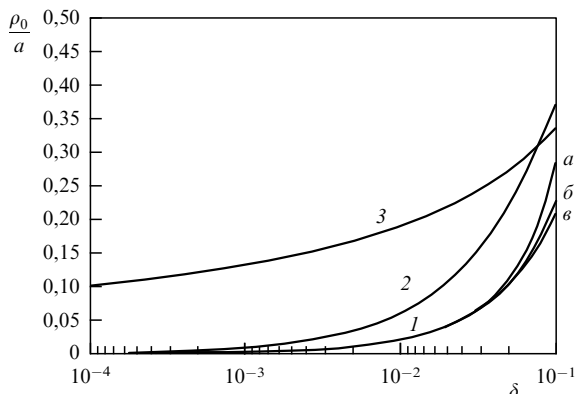


Рис. 7. Эффективный поперечный размер (радиус) пятна поля в области бывшей фокальной точки в зависимости от параметра потерь: (1) согласно формуле (77) при $ka = 10$ (a), $3,0$ (b), $1,0$ (θ); (2) и (3) согласно формулам (78) и (79) соответственно.

К сказанному необходимо добавить следующее.

1. Используемая здесь математическая модель элементарного дипольного источника поля адекватно описывает расходящееся поле физической (не точечной) модели источника только в отношении излучаемой мощности, которая остаётся конечной в пределе при переходе к точечному источнику. В то же время локальное поле в точке источника обращается в бесконечность, причём плотность энергии поля в области источника оказывается неинтегрируемой [56–59]. При этом плотность потока мощности уходящей от источника волны выражается через квадрат модуля вектора Герца для поля вблизи источника, точнее, плотность потока мощности пропорциональна указанному квадрату (см., например, том 2 в [59]).

Всё сказанное о поле источника относится и к сходящемуся полю источника. Поэтому в работах [60, 68] и здесь эффективное пятно поля, через которое проходит поток мощности при учёте потерь волн в средах, оценивалось на основе локальных значений вектора Герца в области схождения поля вблизи бывшей (при расчёте без учёта потерь) фокальной точки.

2. Отметим ещё, что оценку размеров пятна поля (79) в области фокальной точки авторы работ [63, 65] связали с наличием на границе положительной и отрицательной сред поверхностных волн, возбуждаемых источником. Такие пограничные поверхностные волны действительно образуются, если величины отклонения параметров сред от условий (1) включают действительные части [62, 69, 70], содержащиеся также в комплексных значениях. При учёте же только потерь волн в среде такие отклонения имеют чисто мнимые значения. В этом случае пограничные поверхностные волны не образуются. Поэтому они здесь не рассматриваются и не учитываются.

С другой стороны, поскольку размер пятна поля по оценке (79) указывает на существенно меньшую степень локализации поля в области фокальной точки по сравнению с оценками (77), (78), последние могут быть более правильными и при наличии поверхностных волн.

Что касается численных результатов, приведённых в работе [66] и показывающих, что размеры пятна не стремятся к нулю при $\delta \rightarrow 0$, то ошибочность этих результатов объясняется следующим. При численном

расчёте поля в [66] фактически рассматривалась не вся плоскость, ортогональная к оси z , через которую проходит волна, а только ограниченная её часть (ограниченная апертура) с линейным размером порядка $2a$. Это привело к ограничению поля и дифракционному расширению пятна, дополнительному к дифракционному эффекту из-за ограниченной протяжённости поля в указанной плоскости по причине потерь волн в среде. Этот дополнительный эффект не зависит от δ .

В связи со сказанным особо подчеркнём, что при наличии потерь волн в средах эффективные апертуры проходящего излучения через плоскости $z = a$ и $z = b$ оказываются ограниченными, что и приводит к появлению дифракционного пятна в плоскости $z = 2a$ и расширению этого пятна в плоскости $z = 2d$ (см. рис. 1). Этот вопрос подробно рассматривался ранее в работе [60]. При отсутствии же потерь в бесконечной линзе-пластине и при выполнении условий (1) отсутствует и волновая дифракция, поэтому поле волны локализуется в фокальной точке.

При учёте потерь волн в средах задача о прохождении излучения через плоскую линзу в целом, включающая ещё решение задачи о прохождении сходящейся квазисферической обратной волны через область бывшей фокальной точки и затем расходящейся такой волны через границу между отрицательной и положительной средами, требует специального рассмотрения. Для этого может быть использован следующий способ решения данной задачи, который может быть реализован в два этапа.

Сначала, на основании полученного выше решения первой ключевой задачи о прохождении прямой расходящейся сферической волны, возбуждённой точечным источником, через первую границу между положительной и отрицательной средами выводится (путём переобозначений) решение аналогичной второй задачи о прохождении расходящейся обратной сферической волны, возбуждённой в отрицательной среде также точечным источником, расположенным в плоскости $z = 2a$, и проходящей теперь через границу между отрицательной и положительной средами. Это решение, рассматриваемое в качестве функции Грина, может быть использовано для решения известным методом [56–59] задачи об излучении источника с распределённой плотностью тока в плоскости $z = 2a$. Плотность тока в этой плоскости получена на основании вычисленных касательных компонент поля в первой задаче. Такой способ решения задачи о прохождении волн через плоскую линзу с учётом потерь волн в средах пока ждёт своего применения, причём он потребует численных расчётов.

Однако уже сейчас можно качественно предсказать структуру поля волны, проходящей через линзу. Она будет представлять собой волновой пучок, напоминающий гауссов пучок [71, 72], но затухающий вдоль направления его распространения и с расширяющимся размером пятна в "шейках" пучка (рис. 8).

4. Заключение

К настоящему времени ещё остаются недостаточно исследованными и неправильно понятыми некоторые вопросы, в той или иной степени связанные с проблемой локализации поля в однородной среде при применении метаматериалов. Отметим следующие три из них.

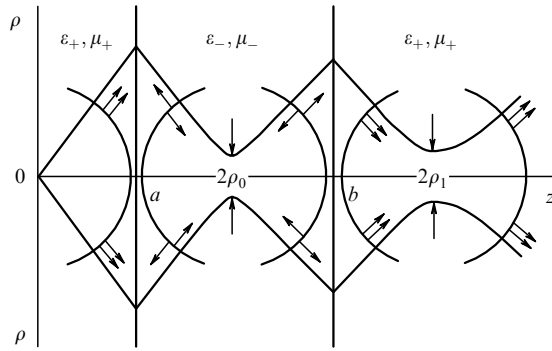


Рис. 8. Структура квазисферического волнового пучка, проходящего через плоскую изотропную линзу с потерями ($\rho_1 > \rho_0$). В спаренных стрелках на волновом фронте пучка стрелки, начинающиеся в верхних точках по фронту, показывают направление движения фазы волны, а стрелки, начинающиеся в нижних точках, — направление потока мощности (вектора Умова – Пойнтинга).

Первый — это вопрос о реализации метаматериалов в виде отрицательных (сплошных) электромагнитных сред. Этот вопрос уже затрагивался ранее в работе [31]. Даже "простая" плоская линза из однородной изотропной отрицательной среды [1] до сих пор не реализована, поскольку не реализован способ создания такой среды, хотя от начала первых публикаций, которые можно отнести к проблеме реализации изотропных отрицательных сред [24–28], прошло 15 лет. В них были изложены результаты теоретического исследования модели отрицательной среды из малых киральных элементов: спирально проводящих дипольных частиц — искусственных молекул [73–76], на примере которой был, по существу, впервые продемонстрирован физический механизм возможной реализации отрицательной среды. Было показано, что такая среда может иметь одновременно отрицательные значения диэлектрической и магнитной проницаемости в резонансной частотной области дипольных частиц при их размерах, значительно меньших длины волны излучения. При этом структура среды, детерминированная или случайная, не являлась существенной.

Модели структурных сред, опубликованные несколько позже [32, 33, 35, 37], не имеют прямого отношения к отрицательным электромагнитным средам [1, 13]. Неправильная трактовка приведённых в этих работах экспериментальных данных внесла лишь путаницу при дальнейших исследованиях. Правильное объяснение эффекта отрицательного преломления волн на границе структурной среды дано в теоретической и экспериментальной работах [34, 36] на основании метода и теории изочастот, развиваемых ранее (см. [14–18]) и посвящённых исследованиям искусственных структурных сред, для которых использование понятий диэлектрической и/или магнитной проницаемости неправомерно.

Второй вопрос касается ошибочной волновой трактовки физического процесса прохождения излучения через однородную изотропную плоскую линзу из отрицательной среды [1], данной в работе [61]. Это также отрицательно отразилось на последующих исследованиях указанной проблемы, хотя сделанное в [61] предположение о принципиальной возможности получения эффекта разрешения в изображениях за линзой малых по сравнению с длиной волны излучения объектов и при

малых расстояниях между ними, т.е. эффекта сверхразрешения, оказалось верным (см. [64], другие приведённые выше ссылки по данному вопросу и результаты, изложенные в настоящей статье). При этом пока остаётся открытым вопрос о возможности технологической реализации этого эффекта и получения существенного сверхразрешения.

Третий вопрос связан с терминологией, применяемой в теории метаматериалов. В разных работах для обозначения метаматериалов как электромагнитных сред используются различные отличающиеся термины: 1) левые среды (не путать с левыми киральными средами, см. в [22, 23, 31] и в разделе 2.3 данной статьи), они же 2) отрицательные среды или, что то же самое, дважды отрицательные среды, 3) среды с отрицательной частотной дисперсией параметров, 4) среды с обратными волнами. Однако на самом деле речь идёт об одном и том же типе метаматериалов, к которому можно применять единый термин — отрицательная электромагнитная среда. Для метаматериалов, которые описываются при помощи модели сплошной изотропной электромагнитной среды и к которым применяются вышеуказанные названия, это следует из работ [19, 21].

Автор выражает благодарность коллегам С.Е. Банкову за полезные обсуждения изложенных в данной статье результатов и Г.Г. Грачёву за помощь при подготовке статьи к опубликованию.

Список литературы

1. Веселаго В Г *УФН* **92** 517 (1967) [Veselago V G *Sov. Phys. Usp.* **10** 509 (1968)]
2. Силин Р А *Оптика и спектроскопия* **44** 189 (1978) [Silin R A *Opt. Spectrosc.* **44** 109 (1978)]
3. Caloz C, Itoh T *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications* (Hoboken, N.J.: John Wiley and Sons, 2006)
4. Sihvola A *Metamaterials* **1** 2 (2007)
5. Виноградов А П, Никитов С А *Радиотехника и электроника* **52** 1029 (2007) [Vinogradov A P, Nikitov S A *J. Commun. Technol. Electron.* **52** 951 (2007)]
6. Гуляев Ю В, Лагарьков А Н, Никитов С А *Вестник РАН* **78** 438 (2008) [Gulyaev Yu V, Lagar'kov A N, Nikitov S A *Herald Russ. Acad. Sci.* **78** 268 (2008)]
7. Marqués R, Martín F, Sorolla M *Metamaterials with Negative Parameters: Theory, Design, and Microwave Applications* (Hoboken, N.J.: Wiley-Intersci., 2008)
8. Solyman L, Shamonina E *Waves in Metamaterials* (Oxford: Oxford Univ. Press, 2009)
9. Мандельштам Л И *Полное собрание трудов* Т. 2 (Под ред. С М Рытова) (М.: Изд-во АН СССР, 1947) с. 334
10. Мандельштам Л И *Полное собрание трудов* Т. 5 (Под ред. С М Рытова) (М.: Изд-во АН СССР, 1950) с. 461
11. Мандельштам Л И *Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике* (М.: Наука, 1972) с. 392, 431
12. Сивухин Д В *Оптика и спектроскопия* **3** 308 (1957)
13. Пафомов В Е *ЖЭТФ* **36** 1853 (1959) [Pafomov V E *Sov. Phys. JETP* **9** 1321 (1959)]
14. Силин Р А, Сазонов В П *Замедляющие системы* (М.: Сов. радио, 1966)
15. Силин Р А *Необычные законы преломления и отражения* (М.: ФАЗИС, 1999)
16. Силин Р А *Периодические волноводы* (М.: ФАЗИС, 2002)
17. Силин Р А *Радиотехника и электроника* **47** 186 (2002) [Silin R A *J. Commun. Technol. Electron.* **47** 169 (2002)]
18. Силин Р А *УФН* **176** 562 (2006) [Silin R A *Phys. Usp.* **49** 542 (2006)]
19. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **48** 1202 (2003) [Shevchenko V V *J. Commun. Technol. Electron.* **48** 1102 (2003)]
20. Бырдин В М *Радиотехника и электроника* **50** 1413 (2005) [Byrdin V M *J. Commun. Technol. Electron.* **50** 1307 (2005)]
21. Шевченко В В *УФН* **177** 301 (2007) [Shevchenko V V *Phys. Usp.* **50** 287 (2007)]
22. Lindell I V et al. *Electromagnetic waves in Chiral and Bi-isotropic Media* (Boston: Artech House, 1994)

23. Шевченко В В *Соросовск. образоват. журн.* (2) 109 (1998)
24. Kostin M V, Shevchenko V V, in *Proc. of 4th Intern. Conf. on Chiral, Bi-Isotropic and Bianisotropic Media* (Eds A Sihvola et al.) (State College: The Pennsylvania State Univ., 1995) p. 64
25. Kostin M V, Shevchenko V V, in *Advances in Complex Electromagnetic Materials* (NATO ASI Series, Partnership Sub-series 3, Vol. 28, Eds A Priou et al.) (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1997) p. 261
26. Kostin M V, Shevchenko V V, in *Proc. of Bianisotropics'97: Intern. Conf. and Workshop on Electromagnetics of Complex Media, Great Britain, 5–7 June 1997* (Eds W S Weiglhofer) (Glasgow, Scotland: The Department, 1997) p. 249
27. Костин М В, Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **43** 921 (1998) [Kostin M V, Shevchenko V V *J. Commun. Technol. Electron.* **43** 858 (1998)]
28. Kostin M V, Shevchenko V V, in *Bianisotropics'98: Proc. of 7th Intern. Conf. on Complex Media, Braunschweig, Germany, 1998* (Eds A F Jacob, J Reinert) (Braunschweig: Techn. Univ., 1998) p. 277
29. Vinogradov A P, Dorofeenko A V *Opt. Commun.* **256** 333 (2005)
30. Виноградов А П, Дорофеев А В, Зухди С *УФН* **178** 511 (2008) [Vinogradov A P, Dorofeenko A V, Zouhdi S *Phys. Usp.* **51** 485 (2008)]
31. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **54** 696 (2009) [Shevchenko V V *J. Commun. Technol. Electron.* **54** 662 (2009)]
32. Pendry J B et al. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **47** 2075 (1999)
33. Smith D R et al. *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184 (2000)
34. Силин Р А, Чепурных И П *Радиотехника и электроника* **46** 1212 (2001) [Silin R A, Chepurnykh I P *J. Comm. Technol. Electron.* **46** 1121 (2001)]
35. Shelby R A, Smith D R, Schultz S *Science* **292** 77 (2001)
36. Пархоменко М П, Силин Р А, Чепурных И П *Радиотехника и электроника* **49** 624 (2004) [Parkhomenko M P, Silin R A, Chepurnykh I P *J. Comm. Technol. Electron.* **49** 585 (2004)]
37. Smith D R, Pendry J B, Wiltshire M C K *Science* **305** 788 (2004)
38. Lagarkov A N, Kissel V N *Phys. Rev. Lett.* **92** 077401 (2004)
39. Лагарьков А Н, Кисель В Н *Докл. РАН* **394** 40 (2004) [Lagarkov A N, Kisel' V N *Dokl. Phys.* **49** 5 (2004)]
40. Кисель В Н, Лагарьков А Н *Радиотехника и электроника* **54** 531 (2009) [Kisel' V N, Lagarkov A N *J. Comm. Technol. Electron.* **54** 506 (2009)]
41. Лагарьков А Н и др. *УФН* **179** 1018 (2009) [Lagarkov A N et al. *Phys. Usp.* **52** 959 (2009)]
42. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **49** 683 (2004) [Shevchenko V V *J. Comm. Technol. Electron.* **49** 639 (2004)]
43. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **49** 1048 (2004) [Shevchenko V V *J. Comm. Technol. Electron.* **49** 981 (2004)]
44. Ландау Л Д, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1982) [Landau L D, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Electrodynamics of Continuous Media* (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
45. Федоров Ф И, Филиппов В В *Отражение и преломление света прозрачными кристаллами* (Минск: Наука и техника, 1976)
46. Федоров Ф И *Оптика анизотропных сред* (М.: УРСС, 2004)
47. Федоров Ф И *Теория гиротропии* (Минск: Наука и техника, 1976)
48. Туров Е А *Материальные уравнения электродинамики* (М.: Наука, 1983)
49. Holliger R, Varadan V V, Varadan V K *Radio Sci.* **26** 1150 (1991)
50. Kluskens M S, Newman E H *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **39** 1889 (1991)
51. Shevchenko V V *Telecommun. Radio Eng.* **48** 120 (1993)
52. Шевченко В В *Радиотехника* (2) 80 (1994)
53. Шевченко В В *Плавающие переходы в открытых волноводах. Введение в теорию* (М.: Наука, 1969) [Shevchenko V V *Continuous Transitions in Open Waveguides; Introduction to the Theory* (Boulder, Colo.: Golem Press, 1971)]
54. Шевченко В В "Метод спектрального разложения полей в теории открытых волноводов", Дисс. ... д-ра физ.-мат. наук (М.: Ин-т радиотехники и электроники АН СССР, 1976)
55. Шевченко В В *Дифференциальные уравнения* **15** 2004 (1979) [Shevchenko V V *Different. Equat.* **15** 1431 (1980)]
56. Каценеленбаум Б З *Высокочастотная электродинамика* (М.: Наука, 1966); Katsenelenbaum B Z *High-frequency Electrodynamics* (Weinheim: Wiley-VCH, 2006)
57. Ваганов Р Б, Каценеленбаум Б З *Основы теории дифракции* (М.: Наука, 1982)
58. Марков Г Т, Чаплин А Ф *Возбуждение электромагнитных волн* (М.–Л.: Энергия, 1967)
59. Felsen L B, Marcuvitz N *Radiation and Scattering of Waves* (Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1973) [Фелсен Л, Маркувич Н *Излучение и рассеяние волн* Т. 1, 2 (М.: Мир, 1978)]
60. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **53** 1121 (2008) [Shevchenko V V *J. Commun. Technol. Electron.* **53** 1060 (2008)]
61. Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **85** 3966 (2000)
62. Шатров А Д *Радиотехника и электроника* **52** 909 (2007) [Shatrov A D *J. Commun. Technol. Electron.* **52** 842 (2007)]
63. Шатров А Д *Радиотехника и электроника* **52** 1430 (2007) [Shatrov A D *J. Commun. Technol. Electron.* **52** 1324 (2007)]
64. Шевченко В В *Журн. радиоэлектроники* (6) (2007); <http://jre.cplire.ru/jre/jun07/5/text.html>
65. Банков С Е *Электромагнитные кристаллы* (М.: Физматлит, 2010)
66. Петрин А Б *Письма в ЖЭТФ* **87** 550 (2008) [Petrin A B *JETP Lett.* **87** 464 (2008)]
67. Петрин А Б *ЖЭТФ* **134** 436 (2008) [Petrin A B *JETP* **107** 364 (2008)]
68. Грачев Г Г, Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **55** 432 (2010) [Grachev G G, Shevchenko V V *J. Commun. Technol. Electron.* **55** 403 (2010)]
69. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **50** 1363 (2005) [Shevchenko V V *J. Commun. Technol. Electron.* **50** 1260 (2005)]
70. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **55** 1052 (2010) [Shevchenko V V *J. Commun. Technol. Electron.* **55** 986 (2010)]
71. Deschamps G A, Mast P E, in *Proc. of Symp. on Quasi-Optics, New York, USA, 1964* (Microwave Research Institute Sympo. Ser., Vol. 14, Ed. J Fox) (Brooklyn: Polytechnic Press, 1964) p. 177 [Дешан Ж, Маст П, в сб. *Квазиоптика* (Под. ред. Б З Каценеленбаума, В В Шевченко) (М.: Мир, 1966) с. 189]
72. Marcuse D *Light Transmission Optics* (New York: Van Nostrand Reinhold, 1972) [Маркузе Д *Оптические волноводы* (М.: Мир, 1974)]
73. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **40** 1777 (1995)
74. Shevchenko V V, in *Proc. of 4th Intern. Conf. on Chiral, Bi-Isotropic and Bianisotropic Media* (Eds A Sihvola et al.) (State College: The Pennsylvania State Univ., 1995) p. 42
75. Шевченко В В *Радиотехника и электроника* **43** 1090 (1998) [Shevchenko V V *J. Commun. Technol. Electron.* **43** 1014 (1998)]
76. Shevchenko V V, in *Bianisotropics'98: Proc. of 7th Intern. Conf. on Complex Media, Braunschweig, Germany, 1998* (Eds A F Jacob, J Reinert) (Braunschweig: Techn. Univ., 1998) p. 279

Localization of a stationary electromagnetic field using a plane metamaterial boundary

V.V. Shevchenko

V.A. Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics, Russian Academy of Sciences,
ul. Mokhovaya 11, korp. 7, 125009 Moscow, Russian Federation
Tel. +7 (495) 629 34 10. Fax +7 (495) 629 36 78. E-mail: sto@cplire.ru

Methods and results of research on the focusing properties of some plane metamaterial boundaries modeled by a negative electromagnetic medium (i.e., one with both a negative permittivity and a negative permeability) are presented. The properties of plane focusing lenses made of isotropic, anisotropic or chiral negative media are described in terms of ray theory. The wave theory of an isotropic plane negative-material lens is developed which shows that with such a lens a stationary electromagnetic field can in principle be localized onto an area with effective linear dimensions either larger or smaller (or even much smaller) than the wavelength of radiation in a homogenous medium at some distance from the source.

PACS numbers: **42.15**, –i, **42.30**, –d, 78.67.Pt

Bibliography — 76 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **181** (11) 1171–1182 (2011)

DOI: 10.3367/UFNr.0181.201111c.1171
Received 8 October 2010, revised 25 March 2011
Physics – Uspekhi **54** (11) (2011)