

НОБЕЛЕВСКИЕ ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ—1985

537.311.322

КВАНТОВАННЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА*)*К. фон Клитцинг*

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование полупроводников и Нобелевская премия по физике кажутся несовместимыми друг с другом, так как, на первый взгляд, такая сложная система, как полупроводник, непригодна для фундаментальных открытий. Действительно, большая часть экспериментальных данных в физике твердого тела анализируется на основе упрощенных теорий, и очень часто свойства полупроводникового прибора описываются эмпирическими формулами, поскольку микроскопические детали слишком сложны. Вплоть до 1980 г. никто не ожидал, что существует такой эффект, как квантованный эффект Холла, который зависит исключительно от фундаментальных констант и не подвержен влиянию таких нерегулярностей полупроводника, как примеси или поверхности раздела.

Открытие квантованного эффекта Холла (КЭХ) было результатом систематических измерений, проведенных на кремниевых полевых транзисторах — основных приборах в микроэлектронике. Подобные приборы важны не только для приложений, но и для фундаментальных исследований. В пионерской работе Фаулера, Фэнга, Ховарда и Стайлса¹ было продемонстрировано, что если электроны проводника заперты в пределах характерной длины 10 нм, то становятся наблюдаемыми новые квантовые эффекты. Их открытия положили начало области физики двумерных электронных систем, которая с 1975 г. обсуждается на специальных конференциях². Было показано, что теория двумерных электронных систем важна для описания почти всех оптических и электрических свойств микроэлектронных приборов. Двумерный электронный газ абсолютно необходим для наблюдения квантованного эффекта Холла; реализация и свойства такой системы будут обсуждаться в разделе 2. Кроме квантовых явлений, связанных с удержанием электронов в двумерном слое, для объяснения квантованного эффекта Холла существенно также другое квантование — квантование Ландау электрон-

*) Von Klitzing K. The Quantized Hall Effect: Nobel Lecture. Stockholm, December 9, 1985. — Перевод С. М. Апенко.

Кlaus von Klitzing работает в Институте исследований твердого тела им. Макса Планка, Штутгарт, ФРГ.

ного движения в сильном магнитном поле (раздел 3). В разделе 4 собраны некоторые экспериментальные результаты; приложения КЭХ в метрологии обсуждаются в разделе 5.

2. ДВУМЕРНЫЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ГАЗ

Фундаментальные свойства КЭХ являются следствием того факта, что энергетический спектр электронной системы, используемой в экспериментах, состоит из *дискретных* уровней энергии. Энергия E подвижных электронов в полупроводнике обычно квазинепрерывна и подобна кинетической энергии свободных электронов с волновым вектором k и с эффективной массой m^* :

$$E = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2). \quad (1)$$

Если для движения по одному из направлений (обычно это направление z) энергия фиксирована, то получается квазидвумерный электронный газ

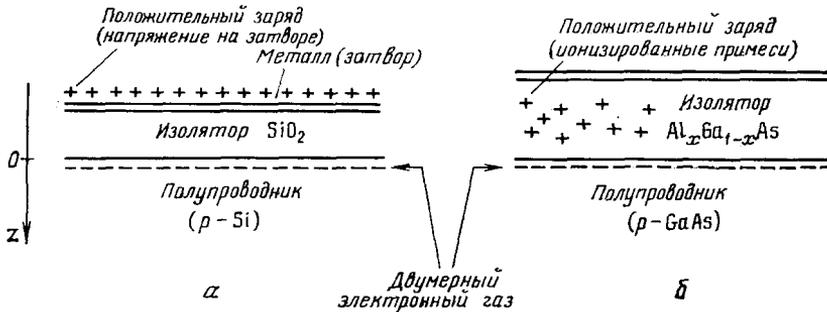


Рис. 1. Двумерный электронный газ (2МЭГ) может быть образован на поверхности полупроводника, если электроны фиксируются вблизи поверхности внешним электрическим полем.

Кремниевые МОП-транзисторы (а) и гетероструктуры GaAs — $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ (б) являются типичными структурами, используемыми для реализации 2МЭГ

(2МЭГ), и сильное магнитное поле, перпендикулярное к двумерной плоскости, приводит, как обсуждается ниже, к полностью дискретному энергетическому спектру, необходимому для наблюдения КЭХ.

Двумерный электронный газ может быть реализован на поверхности таких полупроводников, как кремний или арсенид галлия, где поверхность обычно находится в контакте с материалом, который ведет себя как изолятор (SiO_2 для кремниевых полевых транзисторов или, например, $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ в случае гетероструктур). Типичные сечения таких приборов показаны на рис. 1. Электроны удерживаются вблизи поверхности полупроводника электростатическим полем F_z , нормальным к поверхности раздела и возникающим из-за положительных зарядов (рис. 1), которые вызывают понижение потенциала электронов по направлению к поверхности.

Если ширина потенциальной ямы мала по сравнению с длиной волны де Бройля электронов, то энергия носителей группируется в так называемые электрические подзоны E_i , соответствующие квантованным уровням для движения в направлении z , нормальном к поверхности. В нижнем приближении положение электрических подзон можно оценить, вычисляя собственные значения энергии электрона в треугольном потенциале с бесконечным барьером на поверхности ($z = 0$) и с постоянным электрическим полем F_z для $z \geq 0$, которое удерживает электроны вблизи поверхности. Резуль-

тат таких вычислений может быть приближенно представлен в виде

$$E_j = \left(\frac{\hbar^2}{2m^*} \right)^{1/3} \left(\frac{3}{2} \pi e F_z \right)^{2/3} \left(j + \frac{3}{4} \right)^{2/3}, \quad j = 0, 1, 2 \dots \quad (2)$$

В некоторых материалах, например в кремнии, электроны могут иметь различные эффективные массы m^* и $m^{*'}$, что приводит к разным сериям E_j и E_j' .

Формула (2) должна нарушаться, если энергетические уровни E_j заняты электронами, так как тогда электрическое поле F_z будет экранироваться зарядом электронов. Для более точного вычисления энергий электрических

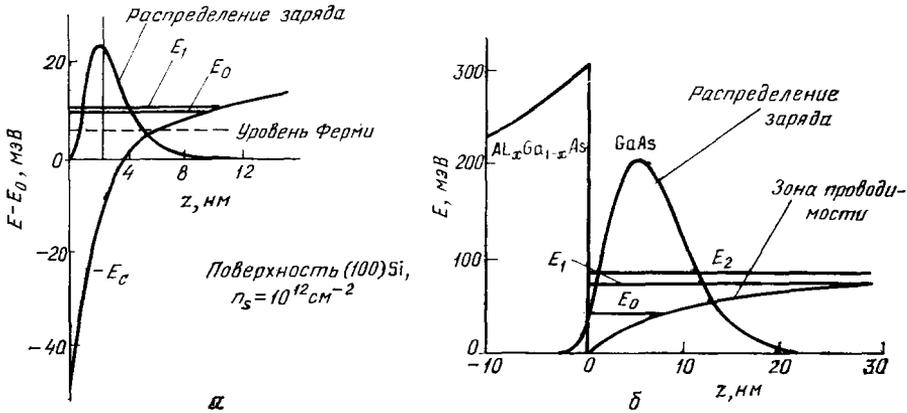


Рис. 2. Результаты вычислений электрических подзон и распределения электронов в поверхностном канале для МОП-транзистора (а) и для гетероструктуры GaAs—Al_xGa_{1-x}As (б) ^{3,4}

подзон необходимо решить уравнение Шрёдингера для реального потенциала V , который зависит от распределения электронов в инверсионном слое. Типичные результаты таких вычислений для кремниевых МОП-транзисторов и гетероструктур на основе GaAs показаны на рис. 2 ^{3, 4}. В случае гетероструктуры электронная концентрация двумерной системы обычно фиксирована (см. рис. 1, б), но в МОП-транзисторе она может изменяться за счет изменения напряжения на затворе.

Расстояние между электрическими подзонами, которое имеет порядок 10 мэВ, может быть экспериментально получено из анализа резонансного поглощения электромагнитных волн с такой поляризацией, для которой электрическое поле перпендикулярно к поверхности раздела ⁵.

При низких температурах ($T < 4$ К) и малых плотностях носителей в 2МЭГ (когда энергия Ферми E_F , отсчитанная от нижней электрической подзоны E_0 , мала по сравнению с расстоянием между подзонами $E_1 - E_0$) электроны занимают только нижнюю электрическую подзону (электрический квантовый предел) и поэтому образуют строго двумерный электронный газ с энергетическим спектром

$$E = E_0 + \frac{\hbar^2 k_{||}^2}{2m^*}; \quad (3)$$

$k_{||}$ — волновой вектор в двумерной плоскости.

Для электрических измерений в 2МЭГ сильно легированные p⁺-контакты на поверхности полупроводника используются как токовые контакты и потенциальные зонды. Форма обычного образца, используемого в экспериментах по КЭХ (гетероструктура на основе GaAs) показана на рис. 3. Электрические

ский ток течет через поверхностный канал, так как полностью обедненный $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ведет себя как изолятор (то же самое справедливо и для SiO_2 в МОП-транзисторе), а полупроводник p -типа электрически отделен от

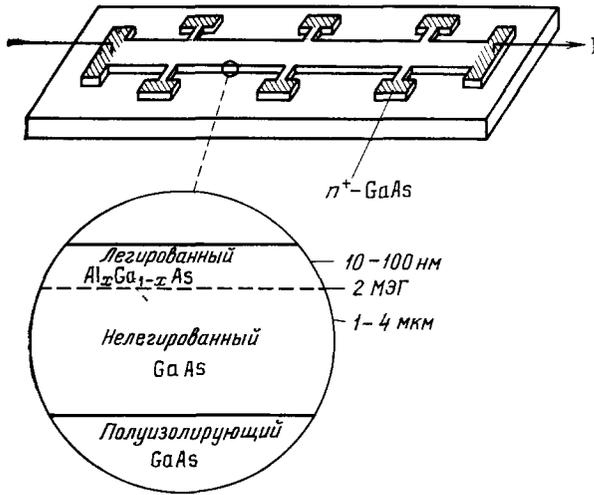


Рис. 3. Типичная форма и сечение гетероструктуры $\text{GaAs} - \text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, используемой при измерениях эффекта Холла

поверхности раздела, заставляя электроны в двумерном слое двигаться по циклотронным орбитам параллельно поверхности.

Вследствие орбитального квантования уровни энергии двумерного электрона могут быть схематически записаны в виде

$$E_n = E_0 + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + sg\mu_B B, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где $\hbar\omega_c = \hbar eB/m^*$ — циклотронная энергия, $s = \pm 1/2$ — спиновое квантовое число, g — фактор Ланде, а μ_B — магнетон Бора.

Волновая функция двумерного электрона в сильном магнитном поле может быть записана в такой форме, что y -координата центра циклотронной окружности y_0 будет хорошим квантовым числом ⁷:

$$\psi = e^{ikh} \Phi_n(y - y_0), \quad (5)$$

где Φ_n — решение уравнения гармонического осциллятора

$$\frac{1}{2m^*} [p_y^2 + (eB)^2 y^2] \Phi_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c \Phi_n, \quad (6)$$

а y_0 связано с k соотношением

$$y_0 = \frac{\hbar k}{eB}. \quad (7)$$

Фактор вырождения для каждого из уровней Ландау задается числом координат центров y_0 в образце. Для данного прибора с размерами $L_x L_y$ координаты соседних центров отличаются на величину

$$\Delta y_0 = \frac{\hbar}{eB} \Delta k = \frac{\hbar}{eB} \frac{2\pi}{L_x} = \frac{h}{eBL_x}, \quad (8)$$

так что фактор вырождения $N_0 = L_y/\Delta y_0$ совпадает с $N_0 = L_x L_y eB/h$ — числом квантов потока через площадь образца. Поэтому фактор вырождения на единицу площади равен

$$N = \frac{N_0}{L_x L_y} = \frac{eB}{h}. \quad (9)$$

2МЭГ $p - n$ -переходом. Следует отметить, что образец, показанный на рис. 3, в основном идентичен новым устройствам, которые могут быть важными для следующего поколения компьютеров ⁶. Поэтому эксперименты по квантованному эффекту Холла, включающие анализ и описание 2МЭГ, важны также для разработки новых приборов.

3. ЯВЛЕНИЯ КВАНТОВОГО ПЕРЕНОСА В 2МЭГ В СИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Сильное магнитное поле B с компонентой B_z , перпендикулярной к по-

Следует отметить, что этот фактор вырождения для каждого уровня Ландау не зависит от параметров полупроводника, например от эффективной массы. В более общем подходе можно показать ⁸, что коммутатор координат центра циклотронной окружности $[x_0, y_0] = i\hbar/eB$ отличен от нуля; это эквивалентно тому, что каждое состояние занимает в реальном пространстве площадь $F_0 = h/eB$, через которую проходит один квант потока.

Классическое выражение для холловского напряжения U_H в 2МЭГ с поверхностной плотностью носителей n_s равно

$$U_H = \frac{B}{n_s e} I, \tag{10}$$

где I — ток через образец. Вычисление холловского сопротивления $R_H = U_H/I$ при условии, что i уровней энергии полностью заняты ($n_s = iN$), приводит к выражению для квантованного холловского сопротивления

$$R_H = \frac{B}{iNe} = \frac{h}{ie^2}, \tag{11}$$

$$i = 1, 2, 3 \dots$$

Холловское сопротивление всегда будет квантовано, если плотность носителей n_s и магнитное поле B согласованы таким образом, что степень заполнения i энергетических уровней (4)

$$i = \frac{n_s}{eB/h} \tag{12}$$

является целым числом.

При этом условии проводимость σ_{xx} (ток вдоль электрического поля) обращается в нуль, так как электроны движутся как свободные частицы строго перпендикулярно электрическому полю, а диффузия в направлении электрического поля (возникающая из-за рассеяния) невозможна. В самосогласованном борновском приближении ⁹ уровни дискретного спектра уширяются, как показано на рис. 4, а. Эта теория предсказывает, что проводимость σ_{xx} пропорциональна квадрату плотности состояний на уровне Ферми E_F , что приводит к обращению в нуль проводимости σ_{xx} в режиме квантованного эффекта Холла и к квантованным плато в холловском сопротивлении R_H (рис. 4, в).

Уже эта простая одноэлектронная картина эффекта Холла в идеальной двумерной системе в сильном магнитном поле приводит к правильному значению квантованного холловского сопротивления (11) при целочисленных факторах заполнения уровней Ландау. Однако микроскопическое объяснение КЭХ должно включать влияние на экспериментальный результат конечного размера образца, конечной температуры, электрон-электронного взаимодействия, примесей и конечной плотности тока (включая неоднородное распределение тока внутри образца). Вплоть до сих пор не было предсказано никаких поправок к значению квантованного холловского сопротивления h/ie^2 в условиях, когда проводимость σ_{xx} равна нулю. В экспериментах σ_{xx}

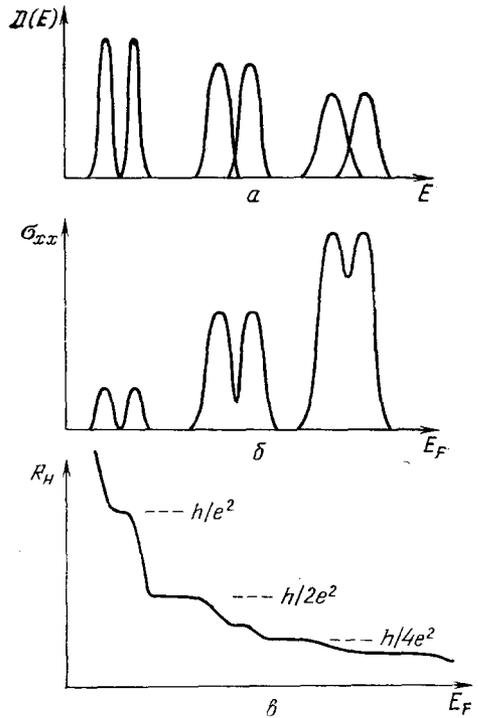


Рис. 4. Схематическое изображение зависимости плотности состояний $D(E)$ (а), проводимости σ_{xx} (б) и холловского сопротивления R_H (в) от энергии при фиксированном магнитном поле

никогда строго не равна нулю в режиме КЭХ (см. раздел 4), но становится неизмеримо малой в сильных магнитных полях и при низких температурах. Количественная теория КЭХ должна включать анализ продольной проводимости σ_{xx} в реальных экспериментальных условиях, поэтому в большом числе публикаций обсуждается зависимость проводимости от температуры, магнитного поля, плотности тока, размера образца и т. п. То обстоятельство, что значение квантованного холловского сопротивления, по-видимому, является точным при $\sigma_{xx} = 0$, привело к заключению, что для вычисления квантованного значения не требуется знания микроскопических деталей системы. Поэтому Лафлин¹⁰ попытался вывести этот результат более общим образом из условия калибровочной инвариантности. Он рассмотрел ситуацию, показанную на рис. 5. Двумерная система, имеющая форму полоски, согнута в петлю и пронизана магнитным полем B , нормальным к ее поверхности. Напряжение U_H приложено между двумя краями образовавшегося кольца.

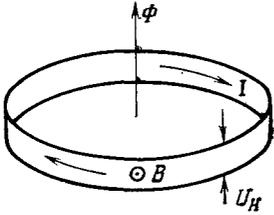


Рис. 5. Модель двумерной металлической петли, используемой для вывода квантованного холловского сопротивления

При условии обращения в нуль проводимости σ_{xx} (отсутствие диссипации) энергия сохраняется и закон индукции Фарадея можно записать в форме, которая связывает ток I в кольце с адиабатической производной от полной энергии системы E по магнитному потоку Φ , проходящему через кольцо:

$$I = \frac{\partial E}{\partial \Phi}. \quad (13)$$

Если этот поток меняется на квант потока $\Phi_0 = h/e$, то изменяется только фаза волновой функции, охватывающей поток, должна измениться на 2π , что соответствует переходу состояния с волновым вектором k в соседнее состояние $k + (2\pi/L_x)$, где L_x — длина окружности кольца. Полное изменение энергии соответствует переносу состояния от одного края к другому, и

$$\Delta E = ieU_H. \quad (14)$$

В модели свободных электронов целое число i соответствует числу заполненных уровней Ландау, но в принципе оно может быть любым положительным или отрицательным целым числом.

Из формулы (13) можно вывести соотношение между бездиссипативным холловским током и холловским напряжением:

$$I = \frac{ieU_H}{\Phi_0} = i \frac{e^2}{h} U_H, \quad (15)$$

которое приводит к квантованному холловскому сопротивлению $R_H = h/ie^2$.

В этой картине основной причиной холловского квантования является квантование потока и квантование заряда в единицах элементарного заряда e . Аналогичным образом дробный квантовый эффект Холла, который не будет здесь обсуждаться, объясняется на основе представления об элементарных возбуждениях (квазичастицах) с зарядами $e^* = e/3, e/5, e/7$ и т. д.

Простая теория предсказывает, что отношение плотности носителей к магнитному полю должно быть установлено с очень высокой точностью, чтобы точно получить целые факторы заполнения (12) и, следовательно, квантованные значения холловского сопротивления. К счастью, холловское квантование наблюдается не только при выделенных значениях магнитного поля, но и в широком интервале магнитных полей, так что точной фиксации магнитного поля или плотности носителей для прецизионных измерений квантованного сопротивления не требуется. Экспериментальные данные о таких холловских плато представлены в следующем разделе. Считается, что за наблюдаемую стабилизацию холловского сопротивления на некоторых квантованных значениях ответственны локализованные состояния.

После открытия КЭХ было опубликовано большое количество теоретических работ, обсуждающих влияние локализованных состояний на эффект Холла¹¹⁻¹⁴. Эти расчеты показывают, что холловские плато можно объяснить если предположить существование локализованных состояний на «хвостах» уровней Ландау. Теоретические исследования показали, что на хвостах уровней имеются пороги подвижности, отделяющие протяженные состояния от локализованных¹⁵⁻¹⁸. Для медленно меняющихся потенциалов пороги подвижности располагаются вблизи центра уровня Ландау. В противоположность выводу Абрахамса и др.¹⁹ о том, что все состояния в двумерной системе локализованы, для того, чтобы объяснить наблюдаемое квантование холловского сопротивления, необходимо предполагать, что в сильном магнитном поле по крайней мере одно состояние из каждого уровня Ландау является протяженным. Некоторые вычисления показывают, что протяженные состояния связаны с граничными состояниями¹⁷.

В принципе, холловские плато можно объяснить без привлечения локализованных состояний на хвостах уровней Ландау, если вне двумерной системы

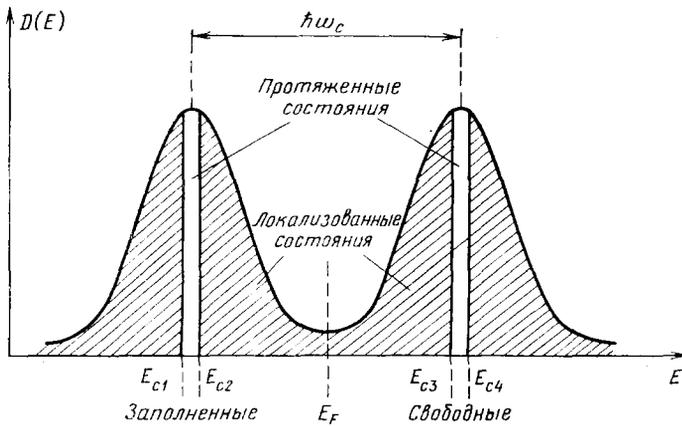


Рис. 6. Уширенная плотность состояний 2МЭГ в сильном магнитном поле. Пороги подвижности вблизи центров уровней Ландау отделяют протяженные состояния от локализованных

имеется резервуар состояний^{20, 21}. Такой резервуар электронов, который должен находиться в равновесии с 2МЭГ, фиксирует уровень Ферми внутри энергетической щели между уровнями Ландау, даже если магнитное поле или число электронов меняются. Этот механизм, однако, кажется менее вероятным, чем локализация состояний на хвостах уровней Ландау, вызванная беспорядком. Поэтому последующее обсуждение предполагает модель, в которой есть протяженные и локализованные состояния внутри одного уровня Ландау, а плотность состояний имеет вид, схематически изображенный на рис. 6.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Измерения квантовых процессов переноса в двумерных системах в магнитном поле проводятся уже более 20 лет. Первые результаты были получены на кремниевых МОП-транзисторах, и вначале анализировалась главным образом проводимость σ_{xx} как функция плотности носителей (напряжения на затворе). Характерная кривая показана на рис. 7. Проводимость, как функция заполнения уровней Ландау, осциллирует, и обращается в нуль при некоторых значениях напряжения на затворе V_g . В сильных магнитных полях σ_{xx} обращается в нуль не только при фиксированных значениях V_g , но

и в некотором интервале ΔV_g . Каваи первым указал, что необходимо ввести представление о неподвижных электронах, так как проводимость σ_{xx} остается равной нулю, даже если плотность носителей изменяется. Тогда, однако, не существовало надежной теории для обсуждения локализованных электронов, в то время как максимальное значение σ_{xx} хорошо объяснялось в рамках самосогласованного борновского приближения (в модели короткодействующих рассеивателей), которое предсказывало $\sigma_{xx} \sim (n + 1/2)$ независимо от магнитного поля.

Теория холловской проводимости гораздо сложнее, и в низшем приближении ожидалось, что холловская проводимость σ_{xy} отличается от классического значения $\sigma_{xy}^0 = -n_s e/B$ (где n_s — полное число электронов в двумерной системе на единицу площади) на величину $\Delta\sigma_{xy}$, которая в основном зависит от третьей степени плотности состояний на уровне Ферми²³. Однако

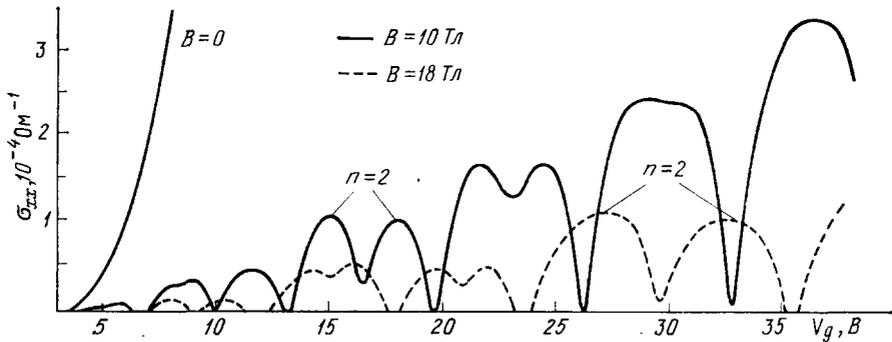


Рис. 7. Проводимость σ_{xx} кремниевого МОП-транзистора в зависимости от напряжения на затворе V_g при различных значениях магнитного поля B

согласия между теорией и экспериментом получено не было. Сегодня считается, что на $\Delta\sigma_{xy}$ в основном влияют локализованные состояния. Это может объяснить тот факт, что наблюдаются не только положительные, но и отрицательные значения $\Delta\sigma_{xy}$. Вплоть до 1980 г. все экспериментальные данные по эффекту Холла анализировались на основе неверной модели, так что квантование холловского сопротивления, которое можно заметить уже в результатах, опубликованных в 1978 г.²⁴, оставалось необъясненным.

В то время как проводимость σ_{xx} может быть непосредственно измерена на образцах с геометрией Корбино, холловская проводимость непосредственно не измерима, но может быть вычислена по продольному удельному сопротивлению ρ_{xx} и холловскому удельному сопротивлению ρ_{xy} , измеренным на образцах с холловской геометрией (см. рис. 3):

$$\sigma_{xy} = -\frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}, \quad \sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}. \quad (16)$$

На рис. 8 показаны результаты измерений ρ_{xx} и ρ_{xy} на кремниевом МОП-транзисторе в зависимости от напряжения на затворе при фиксированном значении магнитного поля. Соответствующие данные для σ_{xx} и σ_{xy} вычислены по формулам (16).

Классическая кривая $\sigma_{xy}^0 = n_s e/B$ на рис. 8 проведена в соответствии с неверной моделью, согласно которой экспериментальные результаты всегда должны лежать ниже классической кривой (это эквивалентно фиксированному знаку $\Delta\sigma_{xy}$), так что значения $\sigma_{xy} = \text{const}$ на плато (которое наблюдается при значениях потенциала на затворе, для которых σ_{xx} обращается в нуль) должны меняться с шириной плато. Более широкие плато должны тогда давать меньшие значения для $|\sigma_{xy}|$. Основное открытие в 1980 г.²⁵

состояло в том, что значения холловского сопротивления в области плато не зависят от его ширины, как показано на рис. 9. Даже величина отношения L/W (L — длина, а W — ширина образца), которая обычно влияет на точность измерений эффекта Холла, становится несущественной, как видно из

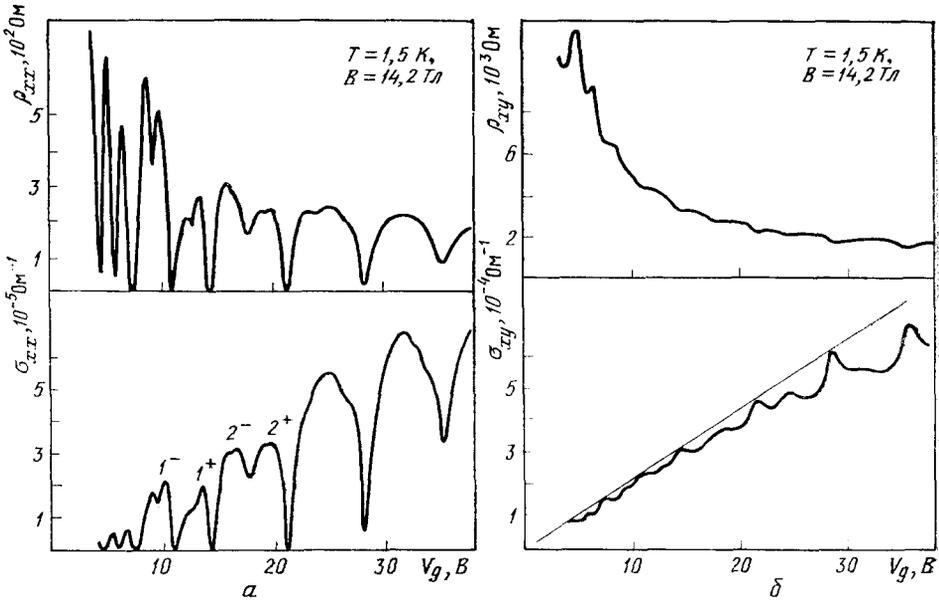


Рис. 8. Экспериментальные данные для ρ_{xx} и ρ_{xy} кремниевого МОП-транзистора вместе с вычисленными значениями σ_{xx} и σ_{xy} в зависимости от напряжения на затворе при $B = 14,2$ Тл

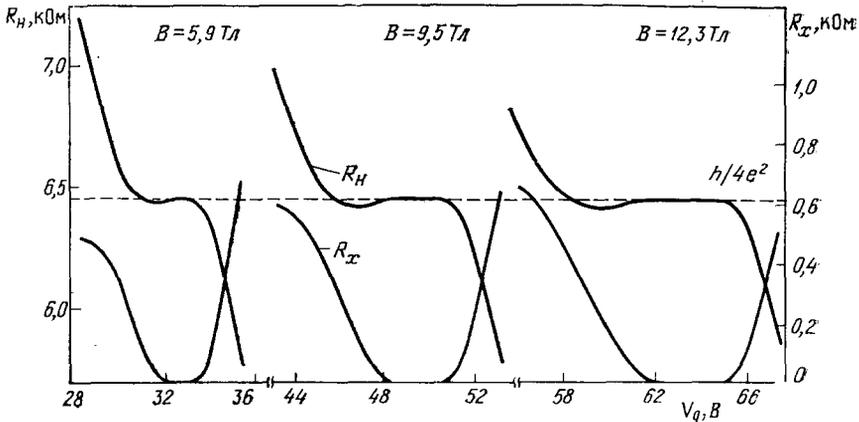


Рис. 9. Результаты измерений холловского сопротивления R_H и сопротивления R_x в зависимости от напряжения на затворе при разных значениях магнитного поля. Значение $R_H = h/4e^2$ на плато не зависит от ширины плато

рис. 10. Измеренное холловское сопротивление $R_H^{эксп}$ обычно всегда меньше, чем теоретическое значение $R_H^{теор} = \rho_{xy}$ ^{26, 27}:

$$R_H^{эксп} = G R_H^{теор}, \quad G < 1. \quad (17)$$

Однако, как показано на рис. 11, поправка $1 - G$ обращается в нуль (независимо от отношения сторон образца), если $\sigma_{xx} \rightarrow 0$ или если холловский

угол θ приближается к 90° ($\text{tg } \theta = \sigma_{xy}/\sigma_{xx}$). Это означает, что до тех пор, пока холловский угол равен 90° (или $\sigma_{xx} = 0$), в экспериментах по КЭХ можно использовать образцы любой формы. Однако вне области плато

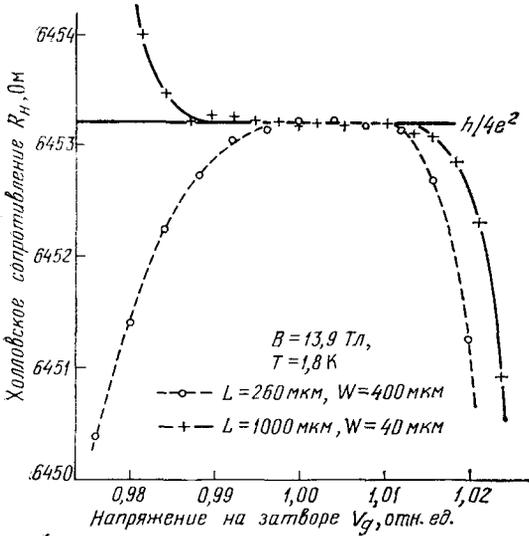


Рис. 10. Холловское сопротивление R_H для двух образцов с разным отношением сторон L/W в зависимости от напряжения на затворе ($B = 13,9 \text{ Тл}$)

измеренное холловское сопротивление $R_H^{\text{эксп}} = U_H/I$ действительно всегда меньше, чем теоретическое значение ρ_{xy} ²⁸. Это приводит к тому, что в $R_H^{\text{эксп}}$ появляется добавочный минимум вне области плато, как показано на рис. 9, который исчезает, если учесть поправку, обусловленную конечной длиной

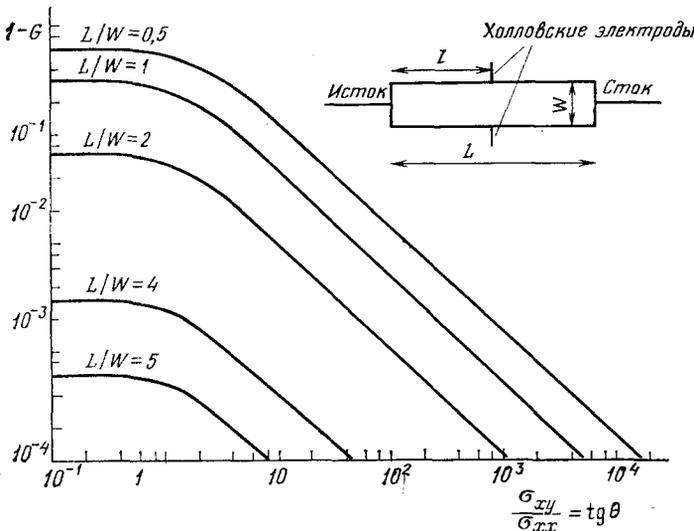


Рис. 11. Результаты вычислений поправочного коэффициента G , обусловленного конечной величиной отношения сторон образца L/W ($l/L = 0,5$)

образца (рис. 12). Уже первые прецизионные измерения величины R_H (V_g) на плато, проведенные в 1980 г., показали, что значения сопротивления квантованы на целые доли $h/e^2 = 25812,8 \text{ Ом}$ в пределах экспериментальной погрешности 3 ppm ($1 \text{ ppm} = 10^{-6}$).

Холловские плато гораздо лучше выражены в измерениях на гетероструктурах GaAs — Al_xGa_{1-x}As, так как малая эффективная масса m^* электронов в GaAs ($m^*(\text{Si})/m^*(\text{GaAs}) > 3$) приводит к относительно большому энергетическому расстоянию между уровнями Ландау (4), а высокое качество поверхности раздела GaAs — Al_xGa_{1-x}As (почти полное отсутствие шероховатости) приводит к высокой подвижности электронов μ , так что условие $\mu B > 1$, необходимое для квантования Ландау, выполнено уже в относительно слабых магнитных полях. Рис. 13 показывает, что для этого материала хорошо выраженные холловские плато наблюдаются уже при напряженности магнитного поля 4 Тл. Так

как в гетероструктурах конечная плотность носителей имеется даже при напряжении на затворе $V_g = 0$, большая часть опубликованных данных по переносу основана на измерениях без приложенного напряжения, в зависимости от магнитного поля. Типичный результат показан на рис. 14. Холловское сопротивление $R_H = \rho_{xy}$ растет ступенчатым образом и имеет плато при тех значениях магнитного поля, для которых продольное сопротивление ρ_{xx} обращается в нуль. Измерения ширины пиков в ρ_{xx} в пределе нулевой температуры можно использовать для определения числа протяженных состояний. Проведенный анализ²⁹ показал, что лишь несколько процентов числа состояний на уровне Ландау являются делокализованными. Доля протяженных состояний на одном уровне

Ландау уменьшается с увеличением поля B (рис. 15), но, так как вырождение каждого уровня Ландау растет пропорционально полю B , число протяженных состояний на каждом уровне остается приблизительно постоянным.

При конечных температурах ρ_{xx} , а также наклон кривой ρ_{xy} в области плато никогда в точности не равны нулю. Но реально наклон $d\rho_{xy}/dB$ при $T < 2\text{K}$ в магнитных полях свыше 8 Тл настолько мал, что значения ρ_{xy} не изменяются с экспериментальной точностью $6 \cdot 10^{-8}$, даже если магнитное поле меняется на 5 %. Одновременно сопротивление ρ_{xx} обычно меньше, чем 1 мОм. Однако при более высоких температурах или в более слабых магнитных полях конечное удельное сопротивление ρ_{xx} и конечный наклон $d\rho_{xy}/dn_s$ (или $d\rho_{xy}/dB$) могут быть измерены. Данные хорошо описываются моделью, в которой протяженные состояния располагаются в местах невозмущенных уровней Ландау и имеется конечная плотность локализованных состояний между уровнями Ландау (щель в подвижности). Так же, как в аморфных системах, температурная зависимость проводимости σ_{xx} (или удельного сопротивления ρ_{xx}) определяется термической активацией с энергией активации E_a , соответствующей расстоянию от уровня Ферми E_F до порога подвижности. Если уровень Ферми расположен точно посередине между двумя уровнями Ландау, то энергия активации будет максимальна и равна $E_a = \hbar\omega_c/2$ (если спиновое расщепление пренебрежимо мало, а порог подвижности расположен в центре уровня Ландау).

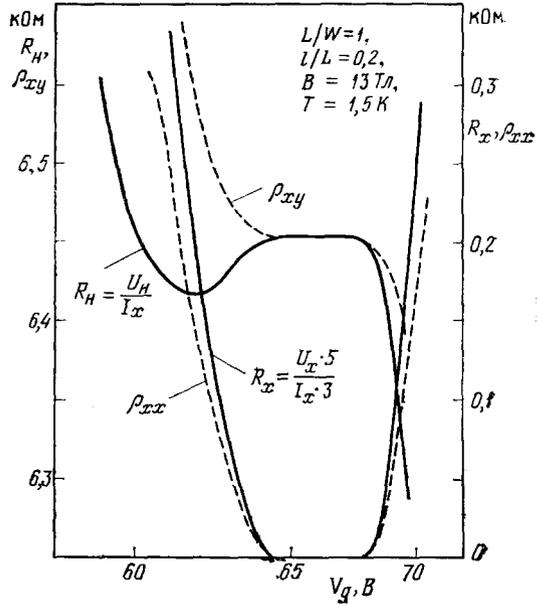


Рис. 12. Сравнение измеренных величин R_H и R_{xx} с соответствующими компонентами ρ_{xy} и ρ_{xx} тензора удельного сопротивления

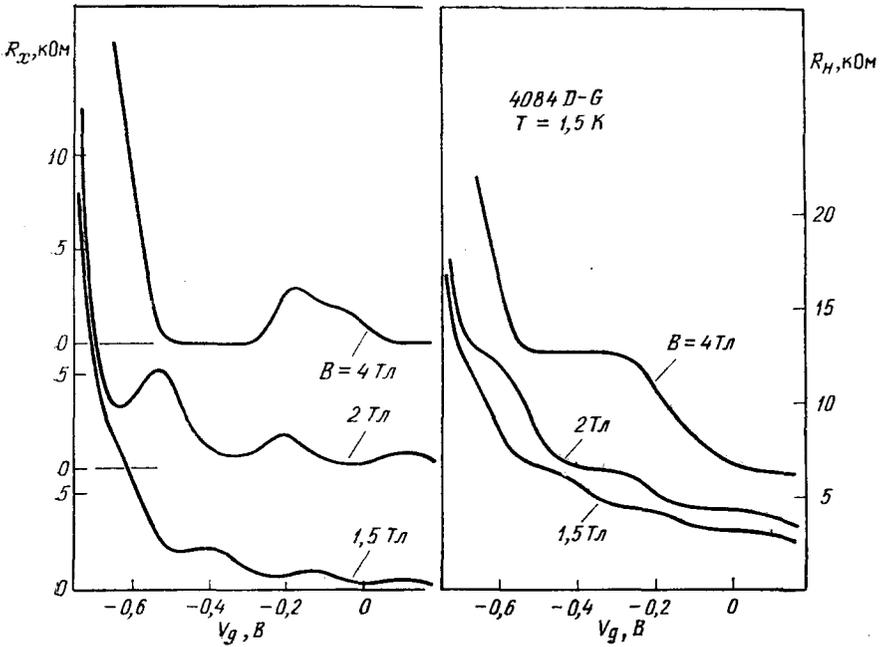


Рис. 13. Экспериментальные зависимости холловского сопротивления R_H и продольного сопротивления R_x от напряжения на затворе для гетероструктуры GaAs — $Al_xGa_{1-x}As$ в разных магнитных полях

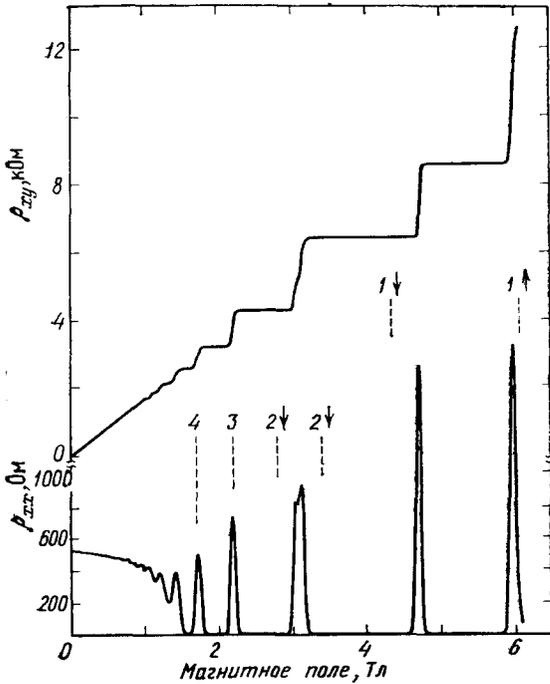


Рис. 14. Экспериментальные зависимости холловского сопротивления $R_H = \rho_{xy}$ и удельного сопротивления $\rho_{xx} \sim R_x$ гетероструктуры от магнитного поля при фиксированной плотности носителей, соответствующей напряжению на затворе $V_g = 0$.
Температура около 8 мК

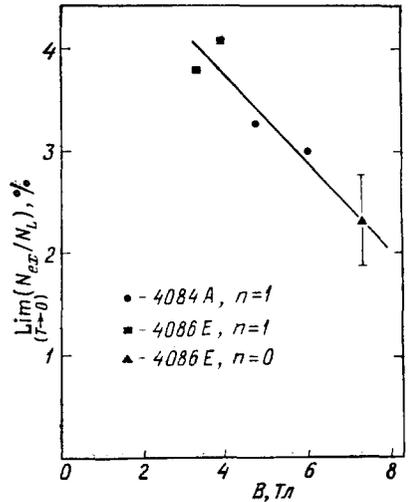


Рис. 15. Отношение числа протяженных состояний к общему числу состояний на одном уровне Ландау в зависимости от магнитного поля

Активационная зависимость сопротивления

$$\rho_{xx} \sim e^{-E_a/hT} \tag{18}$$

экспериментально наблюдается в широком интервале температур для различных двумерных систем (отклонения от этого поведения, которые появляются в основном при температурах меньше 1 К, будут обсуждаться ниже) и результаты показаны на рис. 16. Энергии активации, полученные из этих данных, показаны на рис. 17 в зависимости от магнитного поля как для кремниевых МОП-транзисторов, так и для гетероструктур GaAs — Al_xGa_{1-x}As. Результаты очень хорошо согласуются с ожидаемой зависимостью $E_a = \hbar\omega_c/2$. Пока неясно, возникает ли небольшой систематический сдвиг измеренных энергий активации в область больших значений из-за температурной зависимости предэкспоненциального фактора в (18) или же он является результатом увеличения энергетической щели за счет многочастичных эффектов.

Предположение, что порог подвижности расположен вблизи от центра уровня Ландау E_n подкрепляется тем, что для образцов, использованных в экспериментах, только несколько процентов полного числа состояний на уровне Ландау является делокализованными ²⁹. Из систематического анализа энергии активации как функции степени заполнения уровня Ландау можно определить плотность состояний $D(E)$ ³⁰. Неожиданный результат состоит в том, что на 60 % щели в подвижности плотность состоя-

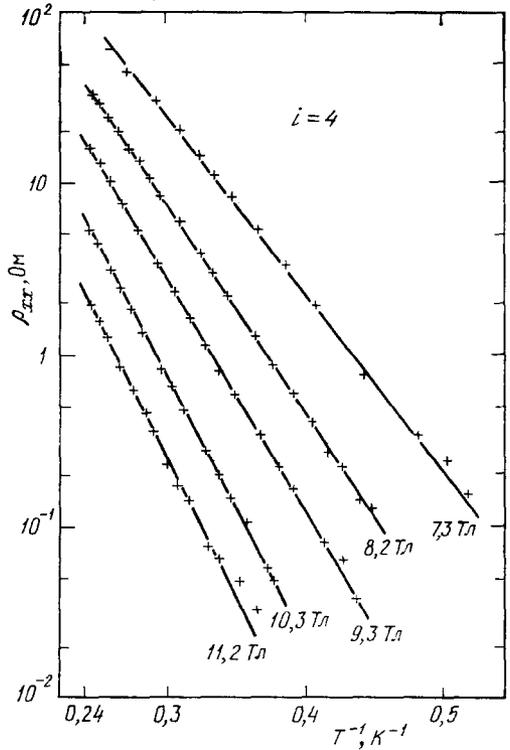
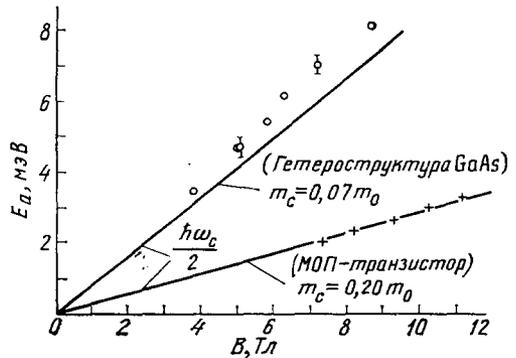


Рис. 16. Термически активированное удельное сопротивление ρ_{xx} кремниевое МОП-транзистора для разных значений магнитного поля (фактор заполнения $i = 4$)

Рис. 17. Зависимость измеренных энергий активации от магнитного поля для факторов заполнения $i = 2$ (гетероструктура на основе GaAs) и $i = 4$ (кремниевый МОП-транзистор).



Данные сравниваются с энергией $0,5\hbar\omega_c$

ний отлична от нуля и приблизительно постоянна, как показано на рис. 18. Зависимость этой фоновой плотности состояний от подвижности электронов представлена на рис. 19.

Этим методом невозможно точно определить плотность состояний вблизи центра уровня Ландау, так как если плотность состояний резко меняется в энергетическом интервале $3kT$, то энергия Ферми начинает зависеть от

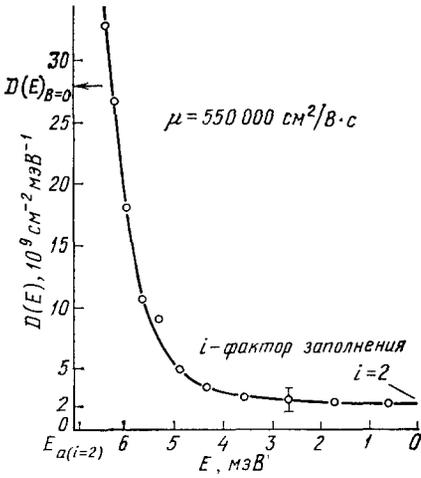


Рис. 18. Зависимость измеренной плотности состояний (полученной из анализа активационного поведения удельного сопротивления) от энергии, отсчитанной от середины щели между уровнями Ландау (гетероструктура GaAs)

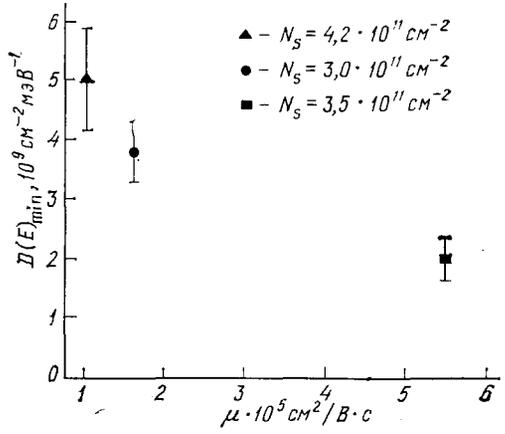


Рис. 19. Зависимость фоновой плотности состояний от подвижности электронов

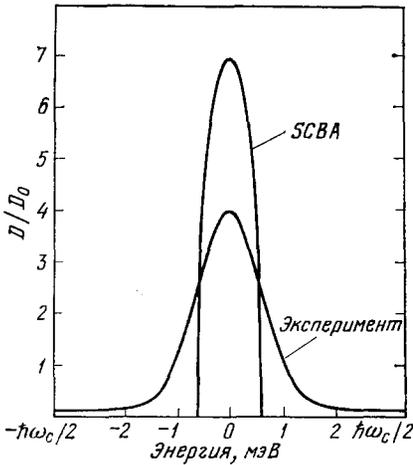


Рис. 20. Экспериментально полученная плотность состояний в гетероструктуре на основе GaAs при $B = 4$ Тл и результат вычислений в рамках самосогласованного борновского приближения (SCBA)

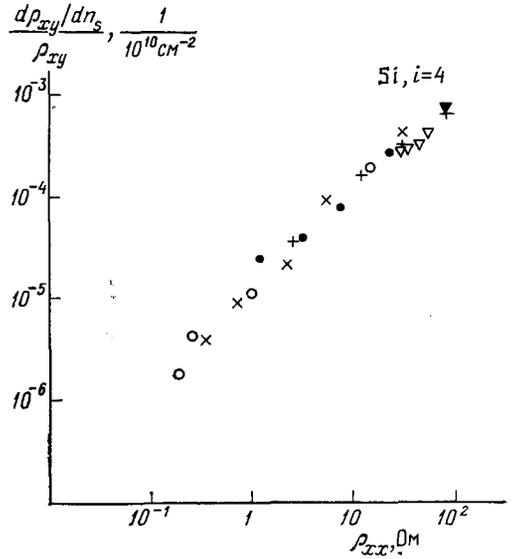


Рис. 21. Связь между наклоном холловских плато $d\rho_{xy}/dn_s$ и соответствующими значениями ρ_{xx} для целых факторов заполнения

температуры. Максимальное значение плотности состояний и ее форму вблизи E_n можно, однако, вывести из анализа емкости C как функции энергии Ферми ^{31, 32}.

Этот анализ основан на уравнении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{e^2 D(E_F)} + \text{const.} \quad (19)$$

Комбинация разных методов определения плотности состояний приводит к результату, показанному на рис. 20. Аналогичные результаты получены и в других экспериментах ^{33, 34}, но их теоретическое объяснение отсутствует.

Если принять, что на эффект Холла влияет только заполнение протяженных состояний, то наклон $d\rho_{xy}/dn_s$ в области плато должен определяться той же энергией активации, которая была найдена для $\rho_{xx}(T)$. Экспериментально было обнаружено ³⁵ взаимно однозначное соответствие между минимальным удельным сопротивлением ρ_{xx}^{\min} при целых факторах заполнения и наклоном холловских плато (рис. 21), так что наклон уменьшается вместе с сопротивлением, т. е. при уменьшении температуры или с увеличением магнитного поля.

Температурная зависимость сопротивления отклоняется от активационного поведения при температурах ниже 1 К. Подобные отклонения обнаруживаются также при измерениях в неупорядоченных системах и интерпретируются как результат прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка. Для двумерной системы с экспоненциально локализованными состояниями ожидается поведение

$$\rho_{xx} \sim \exp \left[- \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/3} \right]. \quad (20)$$

Для локализации с гауссовой формой волновой функции предсказывается следующая зависимость ^{36, 37}:

$$\rho_{xx} \sim \frac{1}{T} \exp \left[- \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/2} \right]. \quad (21)$$

Анализ экспериментальных данных показывает (рис. 22), что результаты измерений лучше всего описываются формулой (21). Такое же поведение было обнаружено при измерениях на другой двумерной системе — гетероструктуре InP — InGaAs ³⁵.

Вклад прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка в эффект Холла пренебрежимо мал ³⁹, так что экспериментально температурная зависимость $d\rho_{xy}/dn_s$ остается активационной, даже если удельное сопротивление ρ_{xx} определяется прыжковой проводимостью.

Если холловское поле становится больше, чем примерно $E_H = 60$ В/см, в магнитных полях порядка 5 Тл, то квантованный эффект Холла исчезает.

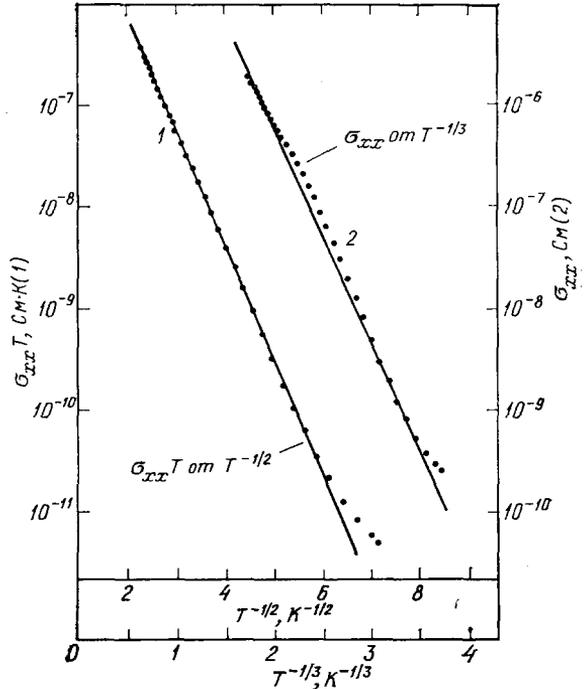


Рис. 22. Температурная зависимость проводимости в гетероструктуре на основе GaAs (фактор заполнения $i = 3$) при $T < 0,2$ К

Это значение поля соответствует классической дрейфовой скорости $v_D = E_H/B \approx 1200$ м/с. При критическом значении холловского поля E_H (или плотности тока j) сопротивление резко увеличивается на несколько порядков, а холловское плато исчезает. Это явление наблюдалось различными авторами на различных материалах⁴⁰⁻⁴⁷. Типичный результат показан на рис. 23. При плотности тока $j_c = 0,5$ А/м удельное сопротивление ρ_{xx} в центре плато (фактор заполнения $i = 2$) резко возрастает. Эта нестабильность,

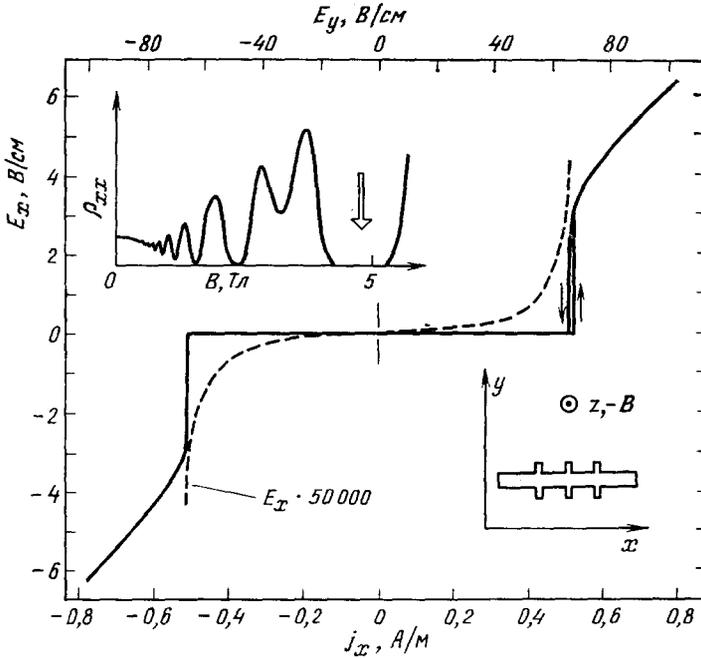


Рис. 23. Вольтамперная характеристика гетероструктуры GaAs — Al_xGa_{1-x}As при факторе заполнения $i = 2$ ($T = 1,4$ K).

Геометрия устройства и кривая $\rho_{xx}(B)$ показаны на врезках

которая развивается за время меньше 100 нс, по-видимому, возникает из-за разогрева электронов, но для объяснения могут быть привлечены и другие механизмы⁴⁸⁻⁵⁰, такие, как делокализация, зависящая от электрического поля, зонеровское туннелирование или излучение акустических фононов при скорости дрейфа большей, чем скорость звука. Рис. 23 показывает, что ρ_{xx} начинает возрастать уже при плотностях тока гораздо меньших критического значения j_c , что может быть объяснено расширением области протяженных состояний и, следовательно, уменьшением щели в подвижности. Если зависимость удельного сопротивления ρ_{xx} от температуры является активационной, а щель в подвижности линейно меняется с холловским полем (которое пропорционально плотности тока j), то ожидается зависимость

$$\ln \rho_{xx} \sim j.$$

Такая зависимость видна на рис. 24, но количественный анализ здесь затруднен, так как распределение тока внутри образца обычно неоднородно и холловское поле, вычисленное по холловскому напряжению и по ширине образца, представляет собой только среднее значение. Даже для идеальной двумерной системы ожидается неоднородное распределение холловского потенциала по сечению образца⁵¹⁻⁵³, при котором плотность тока увеличивается вблизи границ.

Экспериментальная ситуация еще сложнее, как видно из рис. 25. Распределение потенциала сильно зависит от магнитного поля. В области плато путь тока перемещается при увеличении магнитного поля вдоль сечения

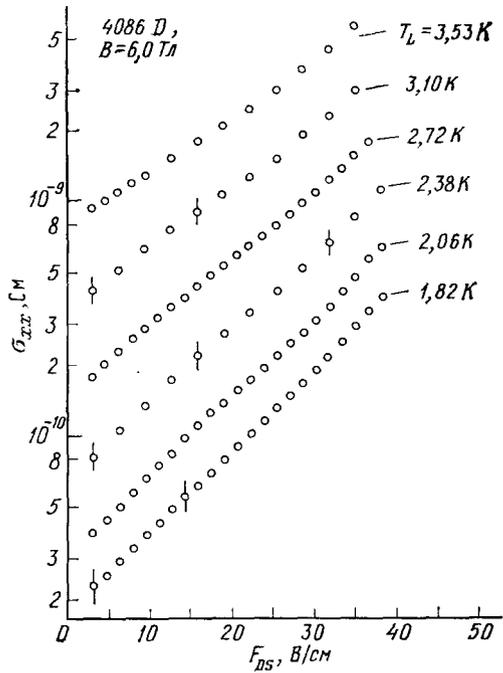


Рис. 24. Неомическая проводимость σ_{xx} гетероструктуры на основе GaAs при различных температурах T_L (фактор заполнения $i = 2$).

Нестабильность наблюдается при полях между стоком и истоком больших, чем 40 В/см

образца от одного его края к другому. По-видимому, наиболее вероятным объяснением этого эффекта является наличие градиента плотности носителей в двумерной системе, но, кроме этого, некоторую роль может играть и неоднородность, вызванная самим током. В настоящее время не все необходимые

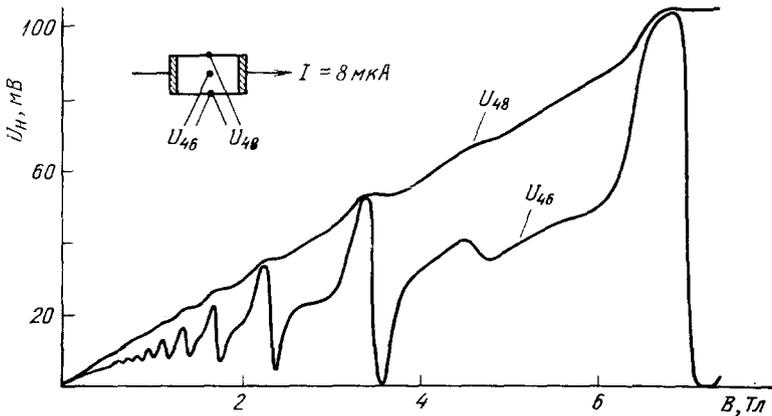


Рис. 25. Зависимость измеренного распределения потенциала в гетероструктуре на основе GaAs от магнитного поля

микроскопические детали двумерной системы известны, так что микроскопическая теория, которая описывала бы КЭХ в реальных экспериментальных условиях, отсутствует. Однако все эксперименты и теории указывают, что в пределе нулевого удельного сопротивления ρ_{xx} значение квантованного холловского сопротивления зависит исключительно от фундаментальных констант. Это приводит к прямому приложению КЭХ в метрологии.

5. ПРИЛОЖЕНИЯ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА В МЕТРОЛОГИИ

Приложения квантового эффекта Холла очень похожи на приложения эффекта Джозефсона, который может быть использован для определения фундаментальной постоянной h/e или для реализации стандарта напряжения. Аналогичным образом КЭХ может быть использован для определения h/e^2 , или как стандарт сопротивления⁵⁴.

Поскольку обратная постоянная тонкой структуры α^{-1} практически совпадает с h/e^2 (постоянная пропорциональности есть фиксированное число, включающее скорость света), прецизионные измерения квантованного холловского сопротивления важны для всех областей физики, которые связаны с постоянной тонкой структуры.

В экспериментах прецизионное измерение α сводится к проблеме измерения электрического сопротивления с высокой точностью. Различные

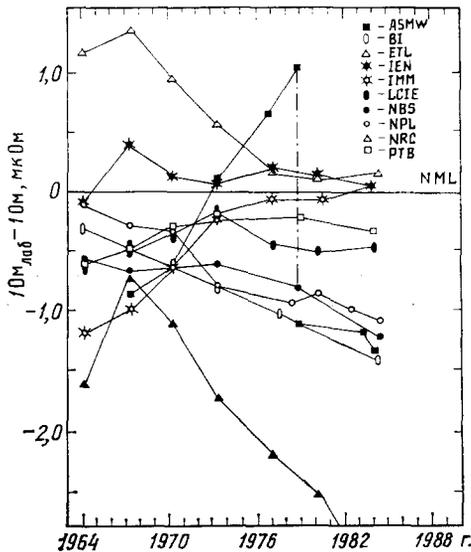


Рис. 26. Временная зависимость стандартных резисторов в 1 Ом в различных национальных лабораториях

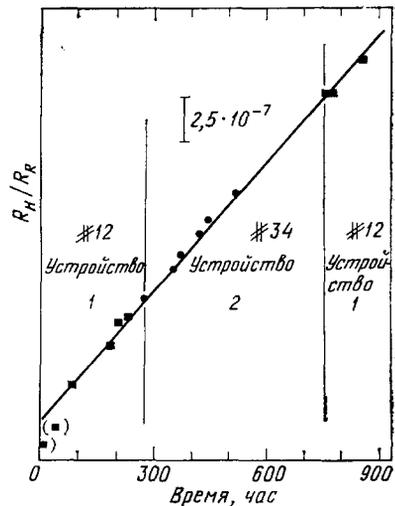


Рис. 27. Зависимость от времени квантованного холловского сопротивления R_H к проволочному сопротивлению R_R от времени.

Результат зависит от времени, но не зависит от прибора, используемого в эксперименте

методы и результаты таких измерений собраны в трудах конференции по прецизионным электромагнитным измерениям, проходившей в 1984 г. (СРЕМ-84)⁵⁵. Среднее значение результатов измерений в лабораториях трех разных стран равно

$$\alpha^{-1} = 137,035988 \pm 0,00002.$$

Международное рекомендованное значение (1973 г.) равно

$$\alpha^{-1} = 137,03604 \pm 0,00011,$$

а предварительное значение постоянной тонкой структуры, основанное на новом вычислении фундаментальных констант (1985 г.) по методу наименьших квадратов, равно

$$\alpha^{-1} = 137,035991 \pm 0,000008.$$

Разные группы продемонстрировали, что экспериментальные результаты не зависят от материала (Si, GaAs, $\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$) с экспериментальной погрешностью меньшей, чем $3,7 \cdot 10^{-8}$, а также не зависят от технологии изготовления приборов (МВЕ или МОСVD) ⁵⁶. В настоящее время основная проблема в прецизионных измерениях α — это калибровка и стабильность эталонного сопротивления. Рис. 26 показывает дрейф эталонного сопротивления 1 Ом в различных национальных лабораториях. Самое первое приложение КЭХ состояло в определении коэффициентов дрейфа стандартных резисторов, так как квантованное холловское сопротивление является более стабильным и воспроизводимым, чем любое проволочное сопротивление. Замечательный пример такого приложения показан на рис. 27. В этом эксперименте квантованное холловское сопротивление R_H измерялось в «Physikalisch-Technische Bundesanstalt» по отношению к эталонному сопротивлению R_R в зависимости от времени. Отношение R_H/R_R изменяется приблизительно линейно со временем, но результат не зависит от образца, на котором наблюдается КЭХ. Это показывает, что с течением времени эталонное сопротивление меняется. Одно стандартное отклонение экспериментальных данных от среднего значения составляет всего лишь $2,4 \cdot 10^{-8}$, так что КЭХ уже сегодня может использоваться в качестве относительного стандарта, чтобы утвердить лабораторную единицу сопротивления, основанную на проволочных резисторах. Существует соглашение, что КЭХ будет принят в качестве абсолютного стандарта сопротивления, если три независимых лаборатории измерят одно и то же значение квантованного холловского сопротивления (в единицах СИ) с ошибкой меньшей, чем $2 \cdot 10^{-7}$. Ожидается, что эти измерения будут закончены до конца 1986 г.

Благодарности

Присуждение этой Нобелевской премии ясно показывает прежде всего то, что исследовательская работа, связанная с квантовым эффектом Холла, обязана своими достижениями большому числу лиц и организаций, поддерживавших ее. Я хотел бы поблагодарить их всех, а по имени назову только тех ученых, которые помогали мне в исследованиях во время открытия КЭХ в 1980 г. Прежде всего я хочу поблагодарить Г. Дорду («Siemens Forschungslaboratorien») и М. Пеппера («Cavendish Laboratory», Cambridge), которые предоставили мне МОП-транзисторы высокого качества. Я глубоко признателен Г. Ландверу за постоянную поддержку моей работы и своему коллеге Т. Энглерту за продуктивные дискуссии; и то и другое было существенно для открытия квантового эффекта Холла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fowler A. B., Fang F. F., Howard W. E., Stiles P. J. // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 16. P. 901.
2. Обзор см.: Proc. of the Intern. Conferences on Electronic Properties of Two-dimensional Systems // Surf. Sci. 1976. V. 58; 1978. V. 73; 1980. V. 98; 1982. V. 113; 1984. V. 142.
3. Stern F., Howard W. E. // Phys. Rev. 1967. V. 163. P. 816.
4. Ando T. // J. Phys. Soc. Japan. 1982. V. 51. P. 3893.
5. Koch J. F. Festkörperprobleme: Advances in Solid State Physics/Ed. H. J. Queisser. — Braunschweig; Vieweg, 1975. — V. 15. P. 79.
6. Mimura T. // Surf. Sci. 1982. V. 113. P. 454.
7. Laughlin R. B. // Ibidem. P. 22.
8. Kubo R., Miyake S. J., Hashitsume N. // Solid State Physics/Eds F. Seitz, D. Turnbull. — New York: Academic Press, 1965. — V. 17. P. 269.
9. Ando T. // J. Phys. Soc. Japan. 1974. V. 37. P. 1233.
10. Laughlin R. B. // Springer Series in Solid-State Sciences/Eds G. Bauer, F. Kuchar, H. Heinrich. — Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer-Verlag, 1984. — V. 53. P. 272.
11. Prange R. E. // Phys. Rev. Ser. B. 1981. V. 23. P. 4802.
12. Aoki H., Ando T. // Sol. State Commun. 1981. V. 38. P. 1079.
13. Chalker J. T. // J. Phys. Ser. C. 1983. V. 16. P. 4297.

14. Brenig W.//Zs. Phys. Kl. B. 1983. Bd 50. S. 305.
15. MacKinnon A., Schweitzer L., Kramer B.//Surf. Sci. 1984. V. 142. P. 189.
16. Ando T.//J. Phys. Soc. Japan. 1983. V. 52. P. 1740.
17. Schweitzer L., Kramer B., MacKinnon A.//J. Phys. Ser. C. 1984. V. 17. P. 4111.
18. Aoki H., Ando T.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 831.
19. Abrahams E., Anderson P. W., Licciardello D. C., Ramakrishnan T. V.//Ibidem. 1979. V. 42. P. 673.
20. Baraff G. A., Tsui D. C.//Phys. Rev. Ser. B. 1981. V. 24. P. 2274.
21. Toyoda T., Gudmundsson V., Takahashi Y.//Phys. Lett. Ser. A. 1984. V. 102. P. 130.
22. Kawaji S., Wakabayashi J.//Surf. Sci. 1976. V. 58. P. 238.
23. Kawaji S., Igarashi T., Wakabayashi J.//Progr. Theor. Phys. 1975. V. 57. P. 176.
24. Englert T., von Klitzing K.//Surf. Sci. 1978. V. 73. P. 70.
25. Von Klitzing K., Dorda G., Pepper M.//Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 494.
26. Von Klitzing K., Obloh H., Ebert G., Knecht J., Ploog K.//Precise Measurement and Fundamental Constants. II/Eds B.N. Taylor, W. D. Phillips.—Natl. Bur. Stand. U.S. Spec. Publ., 1984.— V. 617. P. 526.
27. Rendell R. W., Girvin S. M.//Ibidem. — P. 557.
28. Von Klitzing K.//Festkörperprobleme: Advances in Solid State Physics/Ed. J. Treusch.— Braunschweig: Vieweg, 1981.— V. 21. P. 1.
29. Ebert G., von Klitzing K., Probst C., Ploog K.//Sol. State Commun. 1982. V. 44. P. 95.
30. Stahl E., Weiss D., Weimann G., von Klitzing K., Ploog K.//J. Phys. Ser. C. 1985. V. 18. P. L783.
31. Smith T. P., Goldberg B. B., Stiles P. J., Heiblum M.//Phys. Rev. Ser. B. 1985. V. 32. P. 2696.
32. Mosser V., Weiss D., von Klitzing K., Ploog K., Weimann G.//Sol. State Commun. (to be published).
33. Gornik E., Lassnig R., Strasser G., Störmer H. L., Gossard A. C., Wiegmann W.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1820.
34. Eisenstein J. P., Störmer H. L., Navayanamurti V., Cho A. Y., Gossard A. C.//XIIIth Conference on Electronic Properties of Two-dimensional Systems.— Yamada, Japan, 1985.— P. 292.
35. Tausendfreund B., von Klitzing K.//Surf. Sci. 1984. V. 142. P. 220.
36. Pepper M.//Phil. Mag. 1978. V. 37. P. 83.
37. Ono Y.//J. Phys. Soc. Japan. 1982. V. 51. P. 237.
38. Guldner Y., Hirtz J. P., Briggs A., Vieren J. P., Voos M., Razeghi M.//Surf. Sci. 1984. V. 142. P. 179.
39. Wysokinski K. I., Brenig W.//Zs. Phys. Kl. B. 1983. Bd. 54. S. 11.
40. Ebert G., von Klitzing K.//J. Phys. Ser. C. 1983. V. 16. P. 5441.
41. Cage M. E., Dziuba R. F., Field B. F., Williams E. R., Girvin S. M., Gossard A. C., Tsui D. C., Wagner R. J.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 1374.
42. Kuchar F., Bauer G., Weimann G., Burkhard H.//Surf. Sci. 1984. V. 142. P. 196.
43. Störmer H. L., Chang A. M., Tsui D. C., Hwang J. C. M.//Proc. of 17th ICPS.— San Francisco, 1984.
44. Sakaki H., Hirakawa K., Yoshino J., Svensson S. P., Sekiguchi Y., Hotta T., Nishii S.//Surf. Sci. 1984. V. 142. P. 306.
45. Von Klitzing K., Ebert G., Kleinmichel N., Obloh H., Dorda G., Weimann G.//⁴³.
46. Kuchar F., Meisels R., Weimann G., Burkhard H.//Ibidem.
47. Pudalov V. M., Semenchinsky S. G.//Sol. State Commun. 1984, V. 51. P. 19.
48. Streda P., von Klitzing K.//J. Phys. Ser. C. 1984. V. 17. P. L483.
49. Heinonen O., Taylor P. L., Girvin S. M.//Phys. Rev. Ser. B. 1984. V. 30. P. 3016.
50. Trugman S. A.//Ibidem. 1983. V. 27. P. 7539.
51. MacDonald A. H., Rice T. M., Brinkman W. F.//Ibidem. V. 28. P. 3648.
52. Heinonen O., Taylor P. L.//Ibidem. 1985. V. 32. P. 633.
53. Riess J.//J. Phys. Ser. C. 1984. V. 17. P. L849.
54. Von Klitzing K., Ebert G.//Metrologia. 1985. V. 21. P. 11.
55. Прецизионные измерения квантованного холловского сопротивления собраны в: IEEE Trans. Instrum. and Meas. 1985. V. IM-34. P. 301—307.
56. Delahaye F., Domingez D., Alexandre F., Andre J. P., Hirtz J. P., Razeghi M.//Metrologia (to be published).