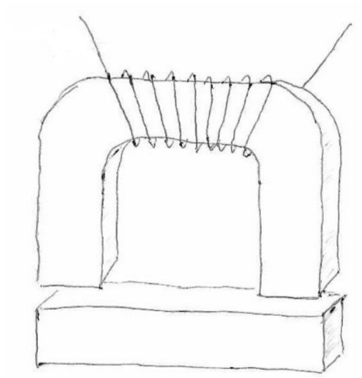
Přijímací zkouška na navazující magisterské studium - 2024
Oblast vzdělávání Fyzika, kromě Učitelství fyziky pro střední školy se sdruženým studiem Učitelství matematiky pro střední školy (FMUPN), Varianta A

Příklad 1 (25 bodů)
Dělník potřebuje nasypat písek na kuželovou hromadu o kruhové podstavě. Poloměr kruhu je R. Žádný písek se nesmí rozsypat okolo. Koeficient statického tření mezi vrstvou písku uloženou podél pláště kužele a pískem pod ní je f_s. Ukažte, že největší objem písku, který může být tímto způsobem uskladněn, je $V_{max} = \pi f_s \frac{R^3}{3}$. (Objem kužele je $V = \frac{Sh}{3}$, kde S je obsah základny a h výška kužele)

Příklad 2 (25 bodů)
Elektromagnet tvořený cívkou o N závitech navinutých na jádru z materiálu o permeabilitě μ tvoří spolu s kotvou ze stejného materiálu magnetický obvod. Cívkou teče proud I, který v obvodu vytváří homogenní magnetické pole. Celková střední délka magnetických siločar v obvodu je l, z toho k v jádru a kotvě, a m v obou vzduchových mezerách. Platí tedy $l = k + m$. Průřez magnetického toku S uvažujte všude stejný. Vliv vzduchových mezer **nelze** zanedbat.



a) Spočtěte magnetickou indukci B v obvodu.
b) Spočtěte vlastní indukčnost cívky L.
c) Spočtěte energii magnetického pole v obvodu W_m.
d) Spočtěte sílu F, kterou je kotva přitahována k magnetu. Pro výpočet síly považujte magnetickou indukci B za nezávislou na délce magnetického obvodu.

Příklad 3 (25 bodů)
Světlo se odráží od povrchu mýdlové bubliny, která má tloušťku stěny $d = 300$ nm a index lomu $n = 4/3$.
a) Odvoďte, jaké všechny vlnové délky budou v odraženém světle od bubliny při kolmém dopadu interferencí nejvíce zesíleny.
b) Spočítejte případ a) číselně. Které vlnové délky z nich jsou viditelné okem?
c) Odvoďte vztah, jaké vlnové délky budou nejvíce zesíleny, pozorujeme-li povrch bubliny pod úhlem α od normály.

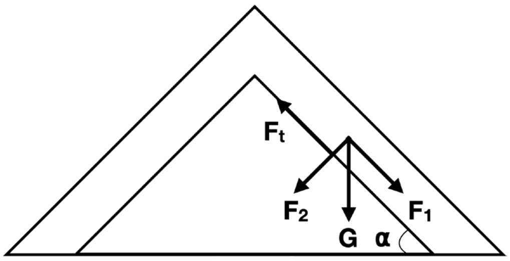
Příklad 4 (25 bodů)
Atomy jednotlivých prvků mohou mít svůj magnetický moment v důsledku způsobu obsazení elektronových hladin. Ne každý ví, že i kyslík je prvek nesoucí magnetický moment.
Na základě Hundových pravidel určete magnetický moment neutrálního atomu kyslíku (v jednotkách Bohrova magnetonu μ_B).
Kyslík se v základním elektronovém stavu nachází v konfiguraci $1s^2 2s^2 2p^4$.

Příklad 1

Dělník potřebuje nasypat písek na kuželovou hromadu o kruhové podstavě. Poloměr kruhu je R. Žádný písek se nesmí rozsypat okolo. Koeficient statického tření mezi vrstvou písku uloženou podél pláště kužele a pískem pod ní je f_s. Ukažte, že největší objem písku, který může být tímto způsobem uskladněn, je $V_{max} = \pi f_s \frac{R^3}{3}$. (Objem kužele je $V = \frac{Sh}{3}$, kde S je obsah základny a h výška kužele)

Řešení:

Na každou vrstvu písku působí tíhová síla **G**. Tu lze rozložit do směru kolmého na vrstvu ($\mathbf{F_2}$) a směru rovnoběžného s vrstvou ($\mathbf{F_1}$). Síla rovnoběžná s vrstvou je zodpovědná za pohyb vrstvy směrem k základně (vrstva sjíždí dolu). Síla kolmá na vrstvu způsobuje třecí sílu ($\mathbf{F_t}$) působící proti tomuto pohybu. Viz. obr 1.



Pro velikosti sil platí

$$G = mg$$
$$F_1 = G \sin\alpha = mg\ \sin\alpha$$
$$F_2 = G \cos\alpha = mg\ \cos\alpha$$
$$F_t = f_s F_2 = mgf_s\ \cos\alpha \qquad \text{(7 bodů)}$$

Zde g je tíhové zrychlení a m je hmotnost jedné vrstvy písku.

Aby se písek nerozsypal v maximálním objemu, je zapotřebí rovnováhy těchto sil.
Pro velikosti sil tedy platí

$$F_1 = F_t \qquad \text{(7 bodů)}$$

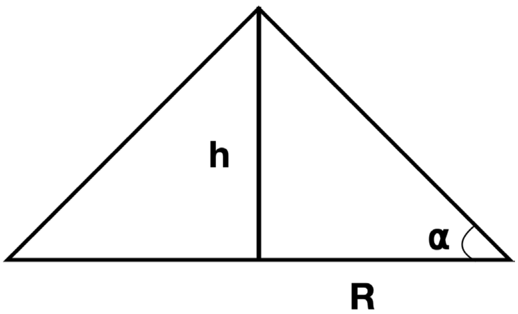
Z toho plyne

$$mg\ \sin\alpha = mgf_s\ \cos\alpha$$

A tedy

$$\tan\alpha = f_s \qquad \text{(3 body)}$$

Výsledný tangens si můžeme vyjádřit pomocí jednoduché geometrie (viz. Obr. 2) a vztahu pro objem kužele.



$$\tan\alpha = \frac{h}{R} = f_s$$
$$\frac{Sh}{3} = V$$

$$h = \frac{3V}{S}$$

(3 body)

Dostáváme tedy

$$f_s = \frac{1}{R}\frac{3V}{S} = \frac{3V}{\pi R^3}$$

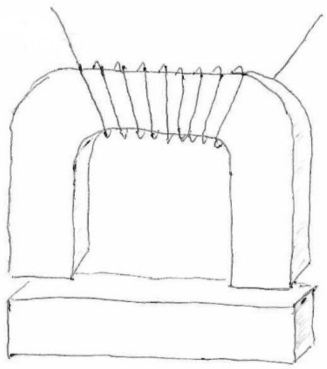
Z toho plyne vztah pro maximální objem

$$V_{max} = \frac{f_s \pi R^3}{3}$$

(5 bodů)

Příklad 2

Elektromagnet tvořený cívkou o N závitech navinutých na jádru z materiálu o permeabilitě μ tvoří spolu s kotvou ze stejného materiálu magnetický obvod. Cívkou teče proud I, který v obvodu vytváří homogenní magnetické pole. Celková střední délka magnetických siločar v obvodu je l, z toho k v jádru a kotvě, a m v obou vzduchových mezerách. Platí tedy $l = k + m$. Průřez magnetického toku S uvažujte všude stejný. Vliv vzduchových mezer **nelze** zanedbat.



a) Spočtěte magnetickou indukci B v obvodu.

b) Spočtěte vlastní indukčnost cívky L.

c) Spočtěte energii magnetického pole v obvodu W_m.

d) Spočtěte sílu F, kterou je kotva přitahována k magnetu. Pro výpočet síly považujte magnetickou indukci B za nezávislou na délce magnetického obvodu

Řešení:

a) Pro výpočet magnetické indukce je potřeba aplikovat Hopkinsův zákon pro magnetický obvod a upravit výraz pro magnetický tok

$$NI = \Phi\left(\frac{k}{\mu S} + \frac{m}{\mu_0 S}\right) \qquad \Phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{S} = B\int dS = BS$$

odkud dostáváme $$B = \frac{\mu_0 NI}{k/\mu_r + m}$$ (7 bodů)

b) Vlastní indukčnost je definována jako konstanta úměrnosti mezi magnetickým tokem a proudem, který tento tok vyvolává. V případě cívky s N závity je nutno tok započítat N-krát.

$$N\Phi = LI$$

kde magnetický tok cívkou můžeme zapsat jako $$\Phi = BS = \frac{\mu_0 NIS}{k/\mu_r + m}$$

a pro indukčnost cívky L tedy dostáváme $$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{k/\mu_r + m}$$ (4 body)

c) Energii magnetického pole spočteme např. z výrazu

$$W_m = \frac{1}{2}\int \vec{B}\cdot\vec{H}dV = \frac{BHS(k+m)}{2} = \frac{B^2 Sk}{2\mu} + \frac{B^2 Sm}{2\mu_0}$$ (7 bodů)

Je také možné vyjít z výrazů

$$W_m = \frac{N\Phi I}{2} = \frac{NBSI}{2} = \frac{BSH(k+m)}{2} = \ldots$$ kde jsme dosadili za $NI = \int \vec{H}\cdot d\vec{l} = H(k+m)$, nebo

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 S}{k/\mu_r + m}\frac{B^2(k/\mu_r + m)^2}{\mu_0^2 N^2} = \frac{1}{2}\frac{B^2 S(k/\mu_r + m)}{\mu_0} = \frac{B^2 Sk}{2\mu} + \frac{B^2 Sm}{2\mu_0}$$

d) Sílu spočteme z výrazu $\vec{F} = -grad\ W_m$. Energie se bude měnit jen v jednom směru, podél změny délky vzduchových mezer m. Délka k zůstane konstantní. Postup se proto zjednoduší na výpočet jedné složky síly a nenulový výsledek derivace dá jen druhý členu výrazu energie:

$$F = -\frac{dW_m}{dl} = -\frac{B^2 S}{2\mu_0} = -\frac{\mu_0 N^2 I^2 S}{2(k/\mu_r + m)^2}$$ (7 bodů)

Příklad 3

Světlo se odráží od povrchu mýdlové bubliny, která má tloušťku stěny $d = 300$ nm a index lomu $n = 4/3$.

a) Odvoďte, jaké všechny vlnové délky budou v odraženém světle od bubliny při kolmém dopadu interferencí nejvíce zesíleny.

b) Spočítejte případ a) číselně. Které vlnové délky z nich jsou viditelné okem?

c) Odvoďte vztah, jaké vlnové délky budou nejvíce zesíleny, pozorujeme-li povrch bubliny pod úhlem α od normály.

Řešení

a) Aby došlo ke konstruktivní interferenci na vrstvě vody v odraženém světle, musí platit

$$2nd = k\lambda - \lambda/2$$

$$\lambda = \frac{2nd}{k - 1/2},$$ (10 bodů)

kde k je přirozené číslo.

Ke změně fáze o π (odpovídá $\lambda/2$) dochází při odrazu na prvním, opticky hustším rozhraní.

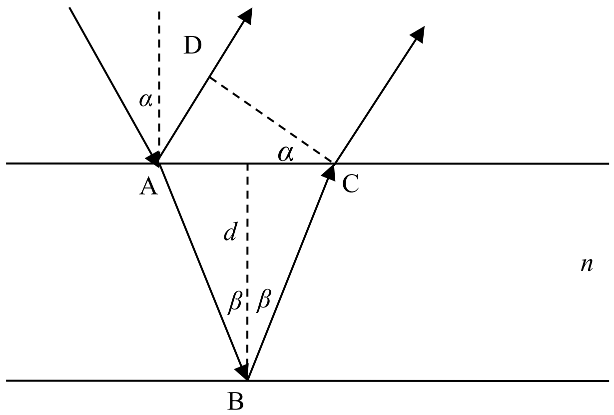
b) Vlnová délka nabývá hodnot: 1600, 533, 320, … nm. Do viditelné oblasti spektra spadá řešení 533 nm ($k = 2$). (3 body)

c) Rozdíl optických délek u konstruktivní interference šikmo dopadajícího svazku musí být (viz obr.)

$$k\lambda - \lambda/2 = n(AB + BC) - AD = 2\frac{nd}{\cos\beta} - AC\sin\alpha = 2\frac{nd}{\cos\beta} - 2d\,tg\beta\sin\alpha =$$

$$= 2\frac{nd}{\cos\beta} - 2d\frac{\sin\beta}{\cos\beta}n\sin\beta = \frac{2nd}{\cos\beta}\left(1 - \sin^2\beta\right) = 2nd\cos\beta$$

$$\lambda = \frac{2nd}{k - 1/2}\cos\beta$$ (12 bodů)



Příklad 4

Atomy jednotlivých prvků mohou mít svůj magnetický moment v důsledku způsobu obsazení elektronových hladin. Ne každý ví, že i kyslík je prvek nesoucí magnetický moment.

Na základě Hundových pravidel určete magnetický moment neutrálního atomu kyslíku (v jednotkách Bohrova magnetonu μ_B).

Kyslík se v základním elektronovém stavu nachází v konfiguraci $1s^2 2s^2 2p^4$.

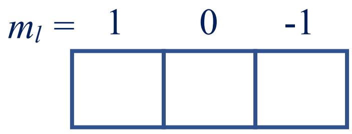
Řešení:

Nezbytné úvahy:

Magnetický moment vzniká ve slupkách pouze **částečně zaplněných**. Magnetický moment ponese tedy pouze slupka 2p. p–slupka má „kapacitu“ **6 elektronů** (2+2 body)

Magnetický moment $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{g}\,\mathbf{J}\,\boldsymbol{\mu}_\mathbf{B}$, budeme tedy potřebovat stanovit kvantová čísla S, L, J (pomocí H.P.) (kde g je Landéův faktor, rovněž závisející na S,L,J) (5 bodů)

Hundova pravidla a jejich použití:

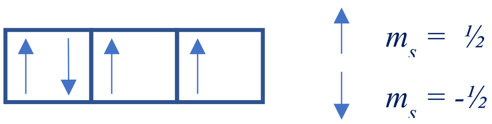


* p-slupka = **3 možné hodnoty** kvantového čísla m_l (2 body)

* každý elektron má své **spinové** kvantové číslo $m_s \in \{ -½ ; ½ \}$ (1 bod)

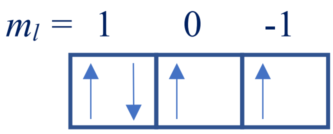
* Hundova pravidla:

1) Při splnění **Pauliho vylučovacího principu** (nemohou koexistovat dva elektrony se stejnou „sadou“ kvantových čísel – alespoň v jednom se musí lišit) dochází k obsazení tak, aby bylo dosaženo **maximálního celkového spinového momentu** $S = \sum_i m_{s_i}$:



$$\mathbf{S} = \sum_i m_{s_i} = 2 \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{1}$$ (1+2 body)

2) Při současném splnění 1.H.P. jsou hladiny obsazeny tak, že je dosaženo **maximálního celkového orbitálního momentu** $L = \sum_i m_{l_i}$:



$$\mathbf{L} = \sum_i m_{l_i} = 2 \cdot 1 + 0 + (-1) = \mathbf{1}$$ (2 body)

3) Je-li slupka zaplněna **více než z poloviny** (v tomto případě **ano**), pak celkový moment hybnosti

$$\mathbf{J} = \mathrm{S} + \mathrm{L} = \mathbf{2}$$ (2 body)

* uvedených znalostí využijeme k vypočtení $\boldsymbol{g}(\mathbf{SLJ}) = 1 + \frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}$ (4 body)

… $= 1 + \frac{2(2+1)+1(1+1)-1(1+1)}{2\cdot 2(2+1)} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$ (1 bod)

* a následně k určení magnetického momentu $\boldsymbol{\mu} = gJ\,\mu_B = \frac{3}{2} \cdot 2\ \mu_B = \mathbf{3}\ \boldsymbol{\mu}_\mathbf{B}$ (1 bod)

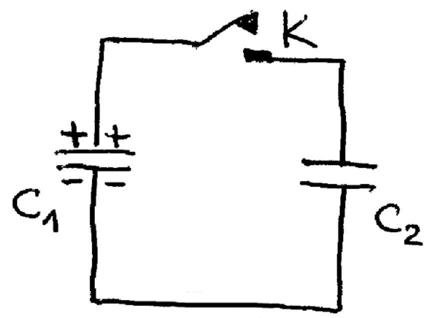
Přijímací zkouška na navazující magisterské studium - 2024
Oblast vzdělávání Fyzika, kromě Učitelství fyziky pro střední školy se sdruženým studiem Učitelství matematiky pro střední školy (FMUPN), Varianta B

Příklad 1 (25 bodů)

O jakou vzdálenost se přemístí loďka stojící na vodě, přejde-li člověk o hmotnosti m ze zádi na příď lodi? Délka lodi je L a její hmotnost M. Odpor vody a naklonění lodi zanedbejte.

Příklad 2 (25 bodů)

Obvod na obrázku je nejprve rozpojen spínačem K a kondenzátor s kapacitou C_1 je nabit nábojem Q. Kondenzátor s kapacitou C_2 ($C_2 < C_1$) má nulový náboj, celkový odpor vodičů v obvodu má velikost R.



a) Jaká je počáteční elektrostatická W_1 energie uložená v rozpojeném obvodu?
b) V čase $t = 0$ je obvodem uzavřen sepnutím spínače K. Vypočtěte časový průběh změny velikosti náboje Q_1 na kondenzátoru C_1
c) Jaké bude napětí U_1 a U_2 na kondenzátoru C_1 a C_2 po dosažení ustáleného stavu?
d) Jaká bude výsledná elektrostatická energie W_2 uložená v obvodu po dosažení ustáleného stavu?

Příklad 3 (25 bodů)

Dva jednoduché dalekohledy, Galileův (tvořený spojkou a rozptylkou) a Keplerův (tvořený 2 spojkami), mají při pozorování velmi vzdálených předmětů tutéž délku (vzdálenost čoček) l = 55 cm a tutéž velikost zvětšení $|M| = 10$. Určete:
a) ohniskové vzdálenosti objektivu f'_{obj} a okuláru f'_{ok} u Galileovy konstrukce;
b) ohniskové vzdálenosti objektivu f'_{obj} a okuláru f'_{ok} u Keplerovy konstrukce;
c) o kolik Δl a jak (zkrátit/prodloužit) musíme změnit jejich délku při přeostření z nekonečna na předmět pozorovaný ve vzdálenosti a = 100 m?
Vše řešte číselně (stačí přibližně).

Příklad 4 (25 bodů)

Student si při měření dat do své bakalářské práce zapomněl označit lahvičky se studovanými vzorky. Ví, že měl v jedné ampulce připravený supravodič H_3S (kubická prostorově centrovaná mříž, a = 3,06 Å) a ve druhé standard LaB_6 (kubická prostá mříž, a = 4,16 Å). Provedl experiment RTG difrakce (λ = 1,54 Å) na jednom z vzorků a zjistil, že difrakční záznam tohoto vzorku vykazuje první pík (ve smyslu vzrůstajících hodnot) na difrakčním úhlu $2\theta = 41{,}7°$.
O kterou z uvedených dvou sloučenin se jedná?
Uvažujte systémy rovin s indexy h,k,l nejvýše hodnoty 1 (*"jedna"*) a vězte, že z důvodů symetrie pro kubickou prostorově centrovanou mříž difrakční maxima (100) a (111) vyhasínají.
Při numerickém dosazení uvažujte hodnoty zaokrouhlené na 2 platné cifry.

nápověda: $\dfrac{1}{d_{hkl}^2} = \dfrac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2}$; *numerická nápověda:* i) sin (20,85°) ≈ 0,35 ; ii) $\sqrt{2} \approx 1{,}4$; iii) $\sqrt{3} \approx 1{,}7$

Příklad 1

O jakou vzdálenost se přemístí loďka stojící na vodě, přejde-li člověk o hmotnosti m ze zádi na příď lodi? Délka lodi je L a její hmotnost M. Odpor vody a naklonění lodi zanedbejte.

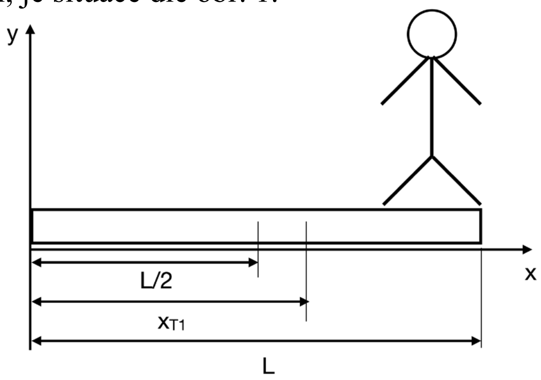
Řešení:

Aby se loď nepřevrátila, je nutné aby byla loď ve statické rovnováze. To znamená, že poloha těžiště soustavy člověk-loď, x_T, bude stejná pro obě situace kdy člověk stojí na přídi a zádi lodi. Poloha těžiště je dána vztahem

$$x_T = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

(5 bodů)

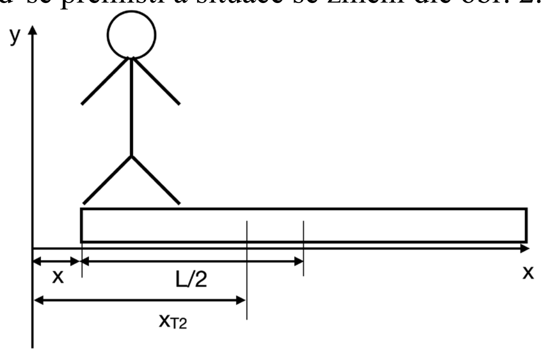
Pokud stojí člověk na zádi, je situace dle obr. 1.



Poloha těžiště soustavy je $$x_{T1} = \frac{M\frac{L}{2}+mL}{M+m}$$

(5 bodů)

Stojí-li člověk na přídi, loď se přemístí a situace se změní dle obr. 2.



Poloha těžiště soustavy je nyní dána vztahem

$$x_{T2} = \frac{mx + M(x + \frac{L}{2})}{m + M}$$

(5 bodů)

Jelikož se poloha těžiště soustavy člověk-loď nemění, lze napsat

$$x_{T1} = x_{T2}$$

$$M\frac{L}{2} + mL = mx + M\left(x + \frac{L}{2}\right)$$

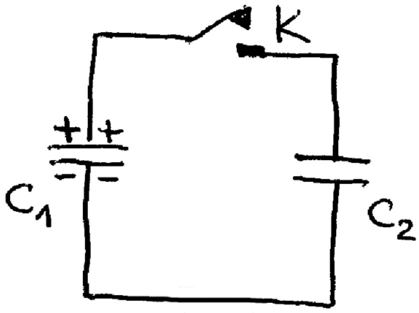
(5 bodů)

Výslednou vzdálenost po přemístění lze vyjádřit z poslední rovnice ve tvaru.

$$x = \frac{mL}{m + M}$$

(5 bodů)

Příklad 2



Obvod na obrázku je nejprve rozpojen spínačem K a kondenzátor s kapacitou C_1 je nabit nábojem Q. Kondenzátor s kapacitou C_2 ($C_2 < C_1$) má nulový náboj, celkový odpor vodičů v obvodu má velikost R.

a) Jaká je počáteční elektrostatická energie W_1 uložená v rozpojeném obvodu?

b) V čase $t = 0$ je obvodem uzavřen sepnutím spínače K. Vypočtěte časový průběh změny velikosti náboje Q_1 na kondenzátoru C_1

c) Jaké bude napětí U_1 a U_2 na kondenzátoru C_1 a C_2 po dosažení ustáleného stavu?

d) Jaká bude výsledná elektrostatická energie W_2 uložená v obvodu po dosažení ustáleného stavu?

Řešení

a) Energie kondenzátoru nabitého nábojem Q je možné vyjádřit jako

$$W_{el} = \frac{Q^2}{2C_1}$$ (4 body)

b) Při sepnutí spínače začne obvodem procházet proud, který bude vybíjet kondenzátor s kapacitou C_1 a nabíjet kondenzátor s kapacitou C_2. Náboj Q_1 na kondenzátoru s kapacitou C_1 se bude v čase snižovat až do své ustálené hodnoty. Pro změny napětí v obvodu bude platit

$\frac{Q_1(t)}{C_1} = IR + \frac{Q_2(t)}{C_2}$ kde pro Q_1 a Q_2 platí $Q_1 + Q_2 = Q$. (4 body)

Časovou závislost velikosti nábojů Q_1 a Q_2 v další části řešení již neuvádíme. Proud I lze vyjádřit jako $I = -\frac{dQ_1}{dt}$ a Q_2 přepíšeme jako Q-Q_1 aby se v rovnici vyskytovala jen jedna časově proměnná veličina: $-R\frac{dQ_1}{dt} = \frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_1}{C_1} - \frac{Q - Q_1}{C_2} = Q_1\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) - \frac{Q}{C_2} = Q_1\frac{C_2 + C_1}{C_1C_2} - \frac{Q}{C_2}$

a dále upravíme tak, abychom mohli provést separaci proměnných

$$R\frac{dQ_1}{dt} = \frac{Q}{C_2} - Q_1\frac{C_2 + C_1}{C_1C_2} = -\frac{C_2 + C_1}{C_1C_2}\left(Q_1 - \frac{C_1}{C_2 + C_1}Q\right)$$

Po separaci proměnných dostáváme

$$\int_{Q_1=Q}^{Q_1=Q_1(\infty)} \frac{dQ_1}{\left(Q_1 - \frac{C_1}{C_2 + C_1}Q\right)} = -\int_{t=0}^{t=\infty} \frac{C_2 + C_1}{RC_1C_2}\,dt$$ (4 body)

integrál na levé straně lze vyřešit substitucí X=jmenovatel, dX=dQ_1

$$\left|\ln\left(Q_1 - \frac{C_1}{C_2 + C_1}Q\right)\right|_{Q_1=Q}^{Q_1=Q_1(\infty)} = \ln\left(\frac{Q_1(\infty) - \frac{C_1}{C_2 + C_1}Q}{\frac{C_2}{C_2 + C_1}Q}\right) = -\left|\frac{C_2 + C_1}{RC_1C_2}t\right|_{t=0}^{t=\infty} = -\frac{C_2 + C_1}{RC_1C_2}t$$

a tedy

$$Q_1 = \frac{C_1}{C_2 + C_1}Q + \frac{C_2}{C_2 + C_1}Q \cdot \exp\left(-\frac{C_2 + C_1}{RC_1C_2}\right)t$$ (5 bodů)

c) Velikost nábojů Q_1 a Q_2 na obou kondenzátorech se ustálí v poměru jejich kapacit. Napětí na obou kondenzátorech musí být stejné:

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \qquad \text{(4 body)}$$

d) Rozložení náboje v obvodu bude po ustálení odpovídat paralelně zapojeným kondenzátorům. Energii takové soustavy kondenzátorů nabité nábojem Q je možné vyjádřit jako

$$W_{e1} = \frac{Q^2}{2(C_1 + C_2)} < \frac{Q^2}{2C_1} \qquad \text{(4 body)}$$

Příklad 3

Dva jednoduché dalekohledy, Galileův (tvořený spojkou a rozptylkou) a Keplerův (tvořený 2 spojkami), mají při pozorování velmi vzdálených předmětů tutéž délku (vzdálenost čoček) l = 55 cm a tutéž velikost zvětšení $|M|$ = 10. Určete:

a) ohniskové vzdálenosti objektivu f'_{obj} a okuláru f'_{ok} u Galileovy konstrukce;

b) ohniskové vzdálenosti objektivu f'_{obj} a okuláru f'_{ok} u Keplerovy konstrukce;

c) o kolik Δl a jak (zkrátit/prodloužit) musíme změnit jejich délku při přeostření z nekonečna na předmět pozorovaný ve vzdálenosti a = 100 m?

Vše řešte číselně (stačí přibližně).

Řešení

U jednoduchých dalekohledů platí pro jejich zvětšení $M = -f'_{obj}/f'_{ok}$ a pro jeho délku $l = f'_{obj} + f'_{ok}$. Tudíž (5 bodů)

$$f'_{obj} = -Mf'_{ok}$$

$$f'_{ok} = l - f'_{obj}$$

a) U Galileova dalekohledu je objektiv spojka a okulár rozptylka. Proto $M = +10$.

$$f'_{ok} = l/(1-M) = 55/(1-10) \cong -6\ cm$$

$$f'_{obj} = l - f'_{ok} = 55 + 6 = 61\ cm$$ (4 body)

b) U Keplerova dalekohledu je objektiv i okulár spojka. Proto $M = -10$ (převrací obraz).

$$f'_{ok} = l/(1-M) = 55/(1+10) = 5\ cm$$

$$f'_{obj} = l - f'_{ok} = 55 - 5 = 50\ cm$$ (4 body)

c) Při pozorování bližších předmětů musíme objektiv vzdálit od okuláru, aby jeho obraz vytvořený objektivem se opět vytvořil v ohniskové rovině okuláru.

Při použití Newtonovy zobrazovací rovnice

$$\Delta l = z' = -f'^2_{obj}/z = -f'^2_{obj}/\left(a + f'_{obj}\right)$$

při použití Gaussovy zobrazovací rovnice

$$\Delta l = a' - f'_{obj} = af'_{obj}/\left(a + f'_{obj}\right) - f'_{obj} = -f'^2_{obj}/\left(a + f'_{obj}\right)$$ (6 bodů)

Po dosazení u Galileova dalekohledu

$$\Delta l = -61^2/(-10000 + 61) \cong 3721/10000 = 0{,}37\ cm$$ (prodloužit) (3 body)

u Keplerova dalekohledu

$$\Delta l = -50^2/(-10000 + 50) \cong 2500/10000 = 0{,}25\ cm$$ (prodloužit) (3 body)

Pozn. Znaménka u vzdáleností se mohou lišit dle použité konvence.

Příklad 4
Student si při měření dat do své bakalářské práce zapomněl označit lahvičky se studovanými vzorky. Ví, že měl v jedné ampulce připravený supravodič H_3S (kubická prostorově centrovaná mříž, a = 3,06 Å) a ve druhé standard LaB_6 (kubická prostá mříž, a = 4,16 Å). Provedl experiment RTG difrakce (λ = 1,54 Å) na jednom z vzorků a zjistil, že difrakční záznam tohoto vzorku vykazuje první pík (ve smyslu vzrůstajících hodnot) na difrakčním úhlu $2\theta = 41{,}7°$.
O kterou z uvedených dvou sloučenin se jedná?
Uvažujte systémy rovin s indexy h,k,l nejvýše hodnoty 1 (*"jedna"*) a vězte, že z důvodů symetrie pro kubickou prostorově centrovanou mříž difrakční maxima (100) a (111) vyhasínají.
Při numerickém dosazení uvažujte hodnoty zaokrouhlené na 2 platné cifry.

nápověda: $\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2+k^2+l^2}{a^2}$; *numerická nápověda:* i) $\sin(20{,}85°) \approx 0{,}35$; ii) $\sqrt{2} \approx 1{,}4$; iii) $\sqrt{3} \approx 1{,}7$

Řešení:
Potřebné vztahy:

Braggova rovnice $\boldsymbol{\lambda = 2d_{hkl}\sin\theta}$ (5 bodů)

Při znalosti λ a sin θ je výhodné z B.r. vyjádřit: $d_{hkl} = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$ (3 body)

Numericky pro pozorovaný difrakční úhel odpovídá $d_{hkl}(41{,}7°) = \frac{1{,}54\ \text{Å}}{2\cdot 0{,}35} \approx \mathbf{2{,}2}$ Å
(2 body)

Pomocí nápovědy stanovíme d_{hkl} pro možné kombinace h,k,l a mřížkovou konstantu a:
(pro účel kontroly uvádím spočtené hodnoty na 3 platné cifry)

$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$	d_{100}	d_{110}	d_{111}
a = 3,06 Å **(H_3S)**	3,06 Å **X**	**2,18 Å** √	1,80 Å **X**
a = 4,16 Å **(LaB_6)**	4,16 Å	2,97 Å (zaokrouhleno: 4,2/1,4 = **3** Å)	2,47 Å

(5 bodů)

Z informace o vyhasínání můžeme vyloučit d_{100} a d_{111} pro H_3S. (5 bodů)

Zjistíme, že změřenému difrakčnímu píku nejlépe odpovídá $\mathbf{d_{110}}$ od **H_3S** neboť:
1) Číselně nejblíže hodnotě spočtené z pozorovaného difrakčního maxima (i přes zaokrouhlování), současně první povolená reflexe z hlediska uvedeného vyhasínacího pravidla

2) Pro druhou možnost (LaB_6) najdeme další dvě difrakční maxima - (100) a (110) – ještě dříve, než dosáhneme hodnot d_{hkl} blízkých spočtenému d_{hkl} z pozorovaného píku (jsme v reciprokém vztahu – větší d_{hkl} odpovídá při dané λ menším difrakčním úhlům)

(5 bodů)