A. Quantinger

Verschränkung - ein Quantenrätsel für jedermann

Eines der interessantesten Phänomene der Quantenphysik ist die Verschränkung. Sie besagt, dass zwei (oder auch mehr) Quantenteilchen auf viel engere Weise miteinander zusammenhängen können, als dies nach der klassischen Physik möglich ist. Eine Messung an einem Teilchen ändert sofort den Quantenzustand des anderen, unabhängig von der Entfernung zwischen beiden. Diese Zusammenhänge können nicht durch Eigenschaften, die diese Teilchen lokal für sich selbst tragen, erklärt werden. Der vorliegende Aufsatz liefert eine allgemeinverständliehe Darstellung der experimentellen Situation sowie der Bell'schen Ungleichung. Der Artikel wird abgeschlossen mit einer kurzen Diskussion möglicher philosophischer Konsequenzen.

1 Einführung

Die Quantenphysik wurde zu Beginn des 20. Jahrhunderts geschaffen, um das Verhalten von Atomen beschreiben zu können. Ihre Bedeutung reicht heute von technischen Anwendungen, wie etwa dem Transistor oder dem Laser, bis hin zu Elementarteilchen und der Physik des Universums. Sie liefert eine unglaublich präzise Naturbeschreibung. Alle ihre mathematischen Vorhersagen wurden auf das Genaueste im Experiment bestätigt.

Einige der Vorhersagen der Quantenphysik stellen aber lieb gewordene Aspekte unseres Weltbilds in Frage. In der Öffentlichkeit sind in diesem Zusammenhang bekannt die Schlagworte ">Heisenberg'sche

Unschärfebeziehung"< und ">Quantensprung"<. Am interessantesten ist allerdings wohl das Phänomen der Verschränkung, das zentral ist für Konzepte wie das Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon und das Bell'sche Theorem. Wir werden diese Dinge jetzt im Detail besprechen.

Im Jahr 1935 veröffentlichte Albert Einstein gemeinsam mit Boris Podolsky und Nathan Rosen (EPR) eine Arbeit mit dem Titel ">Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?"< [1]. In dieser Arbeit zeigten EPR, dass nach der Quantenphysik zwei Systeme auf extrem enge Weise miteinander zusammenhängen können, viel enger, als dies für Systeme der klassischen Physik möglich ist.

Betrachten wir etwa zwei Teilchen, die miteinander zusammengestoßen sind und jetztjedes für sich in eine andere Richtung davonfliegen. EPR zeigten, dass die Messung an einem der beiden Teilchen den Zustand des anderen Teilchens ändert, ganz egal, wie weit die Teilchen voneinander entfernt sind. Diese Auswirkung der Messung des einen Teilchens auf das andere findet sofort und ohne Zeitverzögerung statt, also mit unendlich großer Geschwindigkeit. Das scheint im Widerspruch zur Einsteinschen Relativitätstheorie zu stehen, nach der sich ja nichts schneller als mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten darf. Einstein hat dieses Phänomen auch als ">spukhafte Fernwirkung"< bezeichnet, und er hatte gehofft, dass es eine Möglichkeit gäbe, eine neue Physik zu finden, wo diese spukhafte Fernwirkung nicht auftritt.

Unmittelbar nach der Veröffentlichung der EPR-Arbeit befasste sich Erwin Schrödinger [2] mit dem Phänomen und erfand dafür die Bezeichnung ">Verschränkung"<. Er erkannte klar die tiefgreifenden Konsequenzen und sprach davon, dass die Verschränkung das jenige Phänomen sei, das uns zwinge, von allen lieb gewordenen klassischen Vorstellungen, wie die Welt beschaffen sei, endgültig Abschied zu nehmen.

Die EPR-Arbeit wurde im Wesentlichen von den Physikern ignoriert. Man war zufrieden damit, dass die Quantenphysik eine so exakte Beschreibung der Natur lieferte und in ihren Anwendungen äußerst erfolgreich war. Die Situation änderte sich 1964 mit einer Veröffentlichung von John Bell [3] unter dem Titel ">On the Einstein Podolsky Rosen Paradox"<. In dieser Arbeit zeigt Bell, dass es nicht möglich ist, das Verhalten solcher verschränkter Systeme zu verstehen, wenn man von gewissen ">vernünftigen"< Annahmen ausgeht, wie die Welt beschaffen sein sollte. Dies ist wohl die profundeste Entdeckung der

Physik seit Kopernikus, wie Henry Stapp einmal treffend bemerkt hat. Kopernikus hatte ja das alte Weltbild über den Haufen geworfen, nach dem die Erde im Mittelpunkt des Universums stand. Bell wiederum wirft das klassische Weltbild über den Haufen. Allerdings besteht ein wesentlicher Unterschied: Kopernikus lieferte gleichzeitig ein neues Weltbild, in dem die Planeten um die Sonne kreisen. Für den Fall der Quantenphysik haben wir dieses neue Weltbild noch nicht gefunden.

In den Jahren seit 1964 haben zahlreiche Experimente bewiesen, dass die Vorhersagen der Quantenphysik für verschränkte Teilchen voll und ganz zutreffen, dass also die Welt ">wirklich so verrückt ist"<, wie es der amerikanische Physiker Daniel Greenberger ausgedrückt hat. Interessanterweise und zur Überraschung aller früh an den wissenschaftlichen Untersuchungen der Verschränkung Beteiligten führten diese Experimente zu neuen Ideen einer Quanteninformationstechnologie. Die wichtigsten Konzepte hier sind Quantencomputer, Quantenkryptographie und Quantenteleportation, die wohl die Informationstechnologie der Zukunft darstellen werden.

Wir werden uns nun einer genauen Diskussion der Argumentation von Einstein, Podolsky und Rosen sowie von Bell zuwenden.

2 Einstein, Podolsky und Rosen

In den Naturwissenschaften im Allgemeinen und in der Physik im Speziellen möchten wir die Natur beschreiben. Man macht Beobachtungen und trifft, aufbauend auf diese Beobachtungen, Annahmen, was der Grund für das Beobachtete sein könnte. Ziel ist es, letztlich eine vollständige theoretische Beschreibung zu finden. Das Wesen einer erfolgreichen Theorie in der Physik ist es, Vorhersagen für künftige Beobachtungen zu liefern. Diese Vorhersagen können dann im Experiment überprüft werden. Eine Theorie ist so lange gültig, wie sie nicht durch ein Experiment widerlegt wird.

Wir betrachten eine Quelle S, die Teilchenpaare aussendet. Teilchen a fliegt zur Messstation A, Teilchen b zur Messstation B (Abb. 1).

Die Messapparate an beiden Stationen A oder B sind vollkommen identisch. Natürlich besitzen sie einen komplizierten inneren Mechanismus, der uns aber hier nicht interessieren muss. Es genügt, zu wissen, dass mit jedem Apparat drei verschiedene Messungen durchgeführt

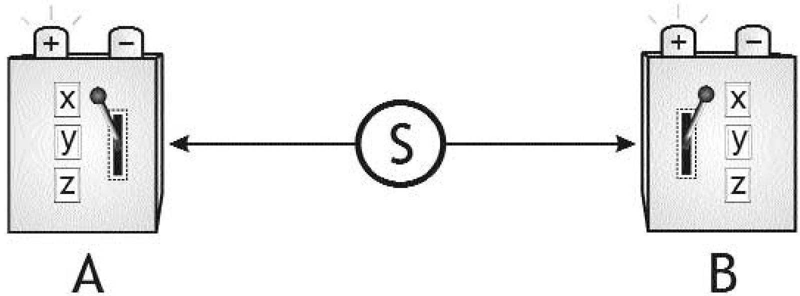

Abbildung 1: Anordnung zur experimentellen Beobachtung von Verschränkung. Eine Quelle S entsendet Teilchenpaare. Ein Teilchen wird von Messstation A, das andere von Messstation B gemessen. Mit einem Schalter an jeder Messstation kann entschieden werden, welche Art von Messung, x, y oder z, an dem Teilchen durchgeführt wird. Für jede der Schalterstellungen gibt es zwei mögliche Resultate, + oder -.

werden können. Welche Messung durchgeführt wird, bestimmen die Experimentatoren an derjeweiligen Messstation. Sie können auswählen, welche der drei Messungen an ihrem Teilchen durchgeführt werden. Dies geschieht mit Hilfe eines Schalters, der in drei verschiedenen Positionen stehen kann: x, y oder z. Eine weitere wichtige Eigenschaft des Messapparats ist, dass auf jeder Seite nur zwei Messresultate möglich sind, nennen wir sie + und -. Außerdem nehmen wir an, dass jedes Teilchen, das von der Quelle S emittiert wurde, tatsächlich auch im jeweiligen Apparat registriert wird. Das heißt, jedes der Teilchen a und b wird für jede der Schalterstellungen x, y oder z entweder das Resultat + oder das Resultat - liefern. Die Quelle emittiert ein Teilchenpaar nach dem anderen, aber niemals zwei Paare zugleich.

Wir werden uns nun den möglichen Messresultaten zuwenden. Die Frage ist also, wie oft das Resultat + beziehungsweise das Resultat - bei welcher Schalterstellung auftreten wird und wie die Resultate, die wir mit den beiden Apparaten A und B erhalten, miteinander zusammenhängen. Wir folgen dabei im Wesentlichen der Argumentation von Einstein, Podolsky und Rosen in ihrer Originalarbeit.

Eine erste wichtige Beobachtung ist die, dass für jede der Schalterstellungen x, y oder z auf jeder der beiden Seiten, A oder B, die Messresultate + oder - gleich häufig vorkommen. Wenn wir also viele Teilchen messen, wird sowohl für Alice als auch für Bob das Resultat +

in der Hälfte der Fälle auftreten und das Resultat - in der anderen Hälfte der Fälle. Die Abfolge der Messresultate untereinander ist rein zufällig. Eine typische Abfolge könnte sein:

$$+--+-++-\dots$$

Bisher haben wir die Messresultate an jeder Seite, Messstation A oder Messstation B, für sich alleine betrachtet. Und das wichtige Resultat, das wir erhalten haben, ist, dass diese Messergebnisse keinerlei Struktur aufweisen.

Da die Teilchen in Paaren erzeugt werden, liegt es nahe, nun zu untersuchen, welches Resultat, + oder -, bei Messstation A gemeinsam mit welchem Resultat bei Messstation B auftritt. Wir werden also die Korrelationen zwischen beiden Messresultaten ansehen. Welches Messresultat bei A gehört demnach zu welchem Messresultat bei B? Ganz einfach: Wir müssen nur schauen, welche Messresultate gleichzeitig auftreten, denn die beiden Teilchen a und b eines Paares werden ja gleichzeitig erzeugt, und die beiden Messstationen sind gleich weit von der Quelle entfernt. Solche gleichzeitigen Ereignisse nennt man Koinzidenzen. Resultat einer solchen Koinzidenzmessung könnte zum Beispiel sein, dass beim Apparat A, der so eingestellt sei, dass er die Eigenschaft x misst, das Resultat + auftritt, und gleichzeitig an Apparat B, der vielleicht darauf eingestellt ist, dass er Eigenschaft y misst, das Resultat - für das andere Teilchen dieses Paars.

Die Frage, die wir uns nun stellen, ist, welche Kombinationen von + oder - auf der einen Seite und + oder - auf der anderen Seite bei welchen Schalterstellungen vorkommen.

Beschränken wir uns zuerst auf diejenigen Fälle, wo auf beiden Seiten, A und B, die gleichen Schalterstellungen gewählt wurden. Auf jeder Seite gibt es drei mögliche Schalterstellungen, x, y und z. Die möglichen Koinzidenzen sind also xx, yy und zz. Es stellt sich heraus, dass wir in allen drei Fällen für jedes einzelne Paar auf beiden Seiten das gleiche Resultat erhalten. Es kann allerdings + oder - sein. Wenn also Apparat A und Apparat B beide die gleiche Größe messen, so kommen als Resultate nur + + oder - - vor, entweder auf beiden Seiten + oder auf beiden Seiten -.Verschiedene Resultate, + -, + bei Apparat A und - bei Apparat B, oder - +, - bei A und + bei B, treten nie auf. Dies gilt für alle drei möglichen Kombinationen von Schalterstellungen, xx, yy und zz. Ferner gilt, dass jede der beiden Möglichkeiten, + + und - -, gleich oft auftritt.

Aus diesen Beobachtungen können wir nun eine sehr interessante Schlussfolgerung ziehen. Ist uns das Resultat für eine Seite, sagen wir, A, bekannt, + oder -, so können wir mit Sicherheit das Resultat für die andere Seite, in diesem Fall B, vorhersagen. Das Resultat muss genau das gleiche sein, falls der Schalter an Apparat B in der gleichen Stellung ist wie der an Apparat A. Mit anderen Worten: Welche Messung auch immer auf einer Seite durchgeführt wird, x, y oder z, die andere Seite wird genau das gleiche Resultat erhalten, falls dort die gleiche Messung durchgeführt wird. Aber wie ist das zu erklären? Wir werden nun ein einfaches Modell aufstellen, das diese Korrelationen erläutert.

Wichtig ist, dass die beiden Teilchen a und b unabhängig voneinander sind, sobald sie die Quelle S verlassen haben. Es ist also vernünftig, anzunehmen, dassjedes Teilchen eine Eigenschaft trägt, die das spezifische Messresultat für dieses Teilchen festlegt. Um die Tatsache zu erklären, dass beide Teilchen dasselbe Resultat liefern, müssen die Eigenschaften für beide Teilchen dieselben sein. Ferner mussjedes Teilchen für alle drei Schalterstellungen, x, y und z, solche Eigenschaften tragen. Sie müssen ja bei jeder der möglichen Messungen beide das gleiche Resultat liefern. Und es könnte ja durchaus sein, dass die Schalterstellung geändert wird, nachdem die beiden Teilchen von der Quelle bereits abgeschickt wurden. Sie können also nicht vorher wissen, ob der Schalter auf x, y oder z stehen wird.

Die Annahme solcher Eigenschaften ist vernünftig und naheliegend. Das konkrete Messresultat, das wir erhalten, würde dann lediglich wiedergeben, dass das Teilchen eben die entsprechende Eigenschaft getragen hat. Wenn das Teilchen also für die Messung der Schalterstellung y die Eigenschaft + trägt, wird das Resultat + sein, wenn der Schalter auf y steht. Solche Eigenschaften würden auch vollkommen die Tatsache erklären, dass wir mit

Sicherheit vorhersagen können, was das Resultat auf der jeweils anderen Seite, sagen wir, B, sein wird, wenn wir das Resultat auf einer Seite, sagen wir, A, kennen. Diese Annahme, dass einem Messresultat, das mit Sicherheit vorhergesagt werden kann, eine Eigenschaft, ein Element der Wirklichkeit entspricht, nennt man die Realitätsannahme von Einstein, Podolsky und Rosen.

Im Prinzip könnten die perfekten Korrelationen aber auch dadurch zustande kommen, dass es eine unbekannte Art von Kommunikation zwischen beiden Apparaten, A und B, gibt. Dann würde zum Beispiel Apparat A, wenn er sein Teilchen gemessen hat, eine Nachricht an Apparat B senden, der mitteilt, wie die Schalterstellung bei ihm war und welches Messresultat herauskam. Apparat B würde dann dasselbe Messresultat angeben für den Fall, dass sein Schalter auf der gleichen Position steht. EPR nehmen jedoch an, dass beide Apparate so weit voneinander getrennt sind, dass die Informationsübertragung schneller als mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen müsste. Dies schließen sie allerdings aus, da nach Einsteins eigener Relativitätstheorie die Lichtgeschwindigkeit nicht überschritten werden kann. Dies nennt man die EPR-Lokalitätsannahme. Eine Theorie, die die Realitätsannahme und die Lokalitätsannahme in sich eingebaut hat, nennt man eine ">lokal realistische Theorie"<.

Unser lokal realistisches Modell, das wir soeben aufgestellt haben, kann die perfekten Korrelationen vollständig erklären, das heißt, diejenigen Messresultate, die auftreten, wenn an beiden Seiten dieselbe Schalterstellung gewählt wurde. Man nennt diese Eigenschaften, die jedes Teilchen für sich selbst trägt, verborgene Variable, da es nicht notwendig ist, dass sie einer direkten Beobachtung zugänglich sind. Sie müssen lediglich die Messergebnisse auf der jeweiligen Seite festlegen.

Wir stellen uns als nächstes die Frage, welche Messresultate unser Modell vorhersagt, wenn die Schalterstellungen bei Messstation A und bei Messstation B nicht die gleichen sind, wenn wir also alle Kombinationen von x, y und z zulassen. Aus unserem Modell folgt nicht, dass die Resultate nun auch in diesen Fällen auf beiden Seiten unbedingt gleich sein müssen. Dies galtja nur dann, wenn die Schalterstellungen identisch waren. Es kann also jetzt nicht nur ++ oder - auftreten, sondern auch +- oder -+. Es ist evident, dass unser Modell, das für perfekte Korrelationen aufgestellt wurde, nicht klar genug ist, um genau vorherzusagen, wie häufig diese beiden Möglichkeiten vorkommen werden.

John Bell konnte aber zeigen, dass diese Kombinationen nicht beliebig oft auftreten können, sondern dass es für deren Häufigkeit gewisse Grenzen gibt. Diese Grenzen werden durch die so genannte Bell'sche Ungleichung ausgedrückt.

3 Die Bell'sche Ungleichung für Nichtphysiker

Um die Bell'sche Ungleichung für die Allgemeinheit leichter zugänglich zu machen, übersetzen wir im Folgenden ihre Sprache in die Alltagssprache. Das Argument folgt aber im Wesentlichen einer Arbeit von Eugene Wigner, die auf Bell aufbaut [4]. Anstatt der Teilchenpaare, die der Physiker nimmt, betrachten wir identische Zwillinge. Den drei Messungen x, y oder z entspricht die Beobachtung dreier Eigenschaften: Körpergröße, Haarfarbe und Augenfarbe. Bei der Körpergröße sind dies ">groß"< oder ">klein"<, bei der Haarfarbe ">blond"< oder ">schwarzhaarig"< und bei der Augenfarbe ">blau"< oder ">braun"<. Wir beschränken uns auf Beobachtungsergebnisse, die nur zwei Antworten entsprechend + oder - zulassen. Bei der Körpergröße sind dies groß oder klein, bei der Haarfarbe blond oder schwarz und bei der Augenfarbe blau oder braun. Zwillinge, die abweichende Eigenschaften, wie etwa Augenfarbe oder Haarfarbe, haben, lassen wir außer Acht.

Ganz offenbar zeigen unsere identischen Zwillinge die vorher diskutierten perfekten Korrelationen. Ist einer der Zwillinge etwa groß, hat blaue Augen und blonde Haare, wissen wir, dass der andere Zwilling auch groß sein wird, blaue Augen und blonde Haare hat. Im Sinne von Einstein, Podolsky und Rosen sind diese drei Eigenschaften – Größe, Augenfarbe und Haarfarbe – Elemente der Realität, da wir aufgrund der Beobachtung des einen Zwillings mit Sicherheit die Eigenschaften des anderen vorhersagen können. Wir kennen auch einen Grund für diese Identität: Es ist die Tatsache, dass beide dieselben Gene tragen. Diese Gene entsprechen den lokalen verborgenen Variablen. Wenn wir nun eine große Zahl von solchen Zwillingspaaren betrachten, die alle entweder groß oder klein, blond oder schwarzhaarig, blauäugig oder braunäugig sind, gibt es natürlich alle nur denkbaren Kombinationen. Für die genannten drei Eigenschaften sind es deren acht:

- groß, blauäugig, schwarzhaarig
- groß, blauäugig, blond
- groß, braunäugig, schwarzhaarig
- groß, braunäugig, blond
- klein, blauäugig, schwarzhaarig

- klein, blauäugig, blond
- klein, braunäugig, schwarzhaarig
- klein, braunäugig, blond

Von all den vielen Zwillingspaaren, die wir betrachten, wird eine gewisse Zahl groß und schwarzhaarig mit blauen Augen sein, eine gewisse Zahl groß und blond mit blauen Augen und so weiter. Wie viele es sind, ist unbekannt, und das müssen wir auch gar nicht wissen. Wir können aber einige ganz einfache Aussagen treffen, zum Beispiel:

$$\begin{bmatrix} \text{Zahl der großen} \\ \text{Zwillingspaare} \\ \text{mit blauen Augen} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Zahl der} \\ \text{großen Zwillingspaare} \\ \text{mit blauen Augen} \\ \text{und schwarzen Haaren} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Zahl der} \\ \text{großen Zwillingspaare} \\ \text{mit blauen Augen} \\ \text{und blonden Haaren} \end{bmatrix}$$

Das ist vollkommen evident. Ein großer Zwilling mit blauen Augen muss innerhalb unseres Modells entweder schwarze oder blonde Haare haben. Andere Haarfarben betrachten wir ja nicht. Genauso gilt:

$$\begin{bmatrix} \text{Zahl der großen} \\ \text{Zwillingspaare} \\ \text{mit schwarzen Haaren} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Zahl der} \\ \text{großen Zwillingspaare} \\ \text{mit blauen Augen} \\ \text{und schwarzen Haaren} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Zahl der} \\ \text{großen Zwillingsp} \\ \text{mit blauen Aug} \\ \text{und schwarzen H} \end{bmatrix}$$

Vielleicht wird die Leserin beziehungsweise der Leser schon ungeduldig, da es sich ja wirklich um triviale und selbstverständliche Aussagen handelt. Wir bitten aber noch um ein klein wenig Geduld, denn wir brauchen nur mehr eine einzige Aussage, um unser Argument durchziehen zu können. Sie lautet:

$$\begin{bmatrix} \text{Zahl der blonden} \\ \text{Zwillingspaare} \\ \text{mit blauen Augen} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Zahl der} \\ \text{großen Zwillingspaare} \\ \text{mit blauen Augen} \\ \text{und blonden Haaren} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Zahl der} \\ \text{kleinen Zwillingspaare} \\ \text{mit blauen Augen} \\ \text{und blonden Haaren} \end{bmatrix}$$

Auf Basis der drei eigentlich recht primitiven Aussagen, die wir gerade getroffen haben, erhalten wir die Bell'sche Ungleichung für Zwillingspaare:

$$\begin{bmatrix} \text{Zahl der großen} \\ \text{Zwillingspaare} \\ \text{mit blauen Augen} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \text{Zahl der} \\ \text{großen Zwillingspaare} \\ \text{und schwarzen Haaren} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Zahl der} \\ \text{blonden Zwillingspaar} \\ \text{mit blauen Augen} \end{bmatrix}$$

Das Symbol $\leq$ bedeutet, dass die linke Seite kleiner oder höchstens gleich groß ist wie die Summe der rechten Seite. Ehe wir auf die Bedeutung der Bell'schen Ungleichung eingehen, überlegen wir uns kurz noch einmal, was wir bisher gemacht haben: Wir schauten uns identische Zwillinge an, und wir betrachteten nur drei verschiedene Eigenschaften: Größe, Haarfarbe und Augenfarbe; wir haben uns auf jeweils zwei Varianten dieser Eigenschaften beschränkt: groß – klein, blond – schwarz, blau – braun. Alle anderen Zwillinge haben wir ausgeschlossen. Wir haben uns nicht alle möglichen Zwillinge angesehen, sondern nur die mit diesen spezifischen Eigenschaften, also keine anderen Augen- oder Haarfarben.

Wir sind nun durch ganz einfache Überlegungen zu der Bell'schen Ungleichung gekommen. Dass diese richtig ist, sehen wir sofort. Wir brauchen uns nur zu überlegen, dass jede der drei Zahlen in der Bell'schen Ungleichung nach den darüber stehenden Beziehungen aus zwei anderen Zahlen zusammengesetzt ist. Die beiden Zahlen, aus denen die (Zahl der großen Zwillingspaare mit blauen Augen) zusammengesetzt ist, kommen auch auf der rechten Seite vor, nämlich die (Zahl der großen Zwillingspaare mit blauen Augen und schwarzen Haaren) und die (Zahl der großen Zwillingspaare mit blauen Augen und blonden Haaren). Zusätzlich gibt es dann auf der rechten Seite noch die (Zahl der großen Zwillingspaare mit braunen Augen und schwarzen Haaren) und die (Zahl der kleinen Zwillingspaare mit blauen Augen und blonden Haaren). Nur wenn diese letzten beiden jeweils Null sind, wenn es also keine solchen Zwillinge gibt, dann gilt das Gleichheitszeichen in der Bell'schen Ungleichung. Sonst muss die linke Seite kleiner sein als die rechte.

So unschuldig die eben gefunden Aussage aussieht, so wichtig ist sie für die moderne Physik. Die Bell'sche Ungleichung gilt für alle Paare von identischen Objekten. Alles, was wir benötigen, um die Bell'sche Ungleichung in einer bestimmten Situation anzuwenden, ist eine Beschränkung auf zweiwertige Eigenschaften – Eigenschaften, die nur zwei Möglichkeiten zulassen. Im täglichen Leben wird die Bell'sche Ungleichung immer richtig sein.

Übersetzen wir nun die Bell'sche Ungleichung in unser oben diskutiertes Experiment mit den Teilchenpaaren. Auch dort haben wir drei Eigenschaften, die wir beobachten, x, y oder z, und jeweils zwei Resultate, + oder -, die perfekt miteinander korreliert sind, wenn auf beiden Seiten, A oder B, dieselbe Eigenschaft gemessen wird. Wir brauchen demnach nur die Sprache, die wir bei den Zwillingen verwendet haben, in die Sprache in unserem Teilchenmodell zu übersetzen. Verwenden wir also folgende Entsprechungen:

- Der Größe entspricht die Eigenschaft x, groß entspricht dem Resultat +, klein dem Resultat -.

- Der Augenfarbe entspricht die Eigenschaft y, blaue Augen entsprechen +, braune Augen entsprechen -.

- Die Haarfarbe entspricht der Eigenschaft z, schwarz entspricht + und aablond entspricht -.

Ein kleiner Schritt ist noch notwendig. Im Gegensatz zum Fall der Zwillinge, wo wir an einem Zwilling alle diese Eigenschaften, in unserem Fall Größe, Haarfarbe und Augenfarbe, gleichzeitig beobachten konnten, messen wir an jedem der beiden Quantenteilchen jeweils nur eine, x, y oder z. Das tut dem Argument jedoch keinen Abbruch. Wir könnten ja auch bei Zwillingen so vorgehen, dass wir uns bei einem etwa die Größe ansehen und beim anderen die Haarfarbe. Wenn wir also an dem einen feststellen, dass er groß ist, und an dem anderen, dass er blond ist, wissen wir, dass beide groß und blond sind, da sie ja identisch sind.

Aus der Bell'schen Ungleichung für Zwillingspaare erhalten wir mit dieser Übersetzung direkt die Bell'sche Ungleichung für Teilchenpaare:

$$\begin{bmatrix} \textit{Zahl der} \\ \textit{+ + Resultate} \\ \textit{bei Apparat B auf y} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \textit{Zahl der} \\ \textit{+ + Resultate} \\ \textit{bei Apparat A auf x} \\ \textit{und Apparat B auf z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \textit{Zahl der} \\ \textit{+ - Resultate} \\ \textit{bei Apparat A auf y} \\ \textit{und Apparat B auf z} \end{bmatrix}$$

Wir haben also jetzt die ursprünglich für identische Zwillinge hergeleitete Bell'sche Ungleichung in den Fall von identischen Teilchen in unserem Gedankenexperiment übersetzt. Die Frage ist nun, wie sich Teilchenpaare in der wirklichen Welt verhalten. Viele der existierenden Experimente wurden mit polarisierten Lichtteilchen, den Photonen, durchgeführt. Wir werden dies jetzt im Detail diskutieren.

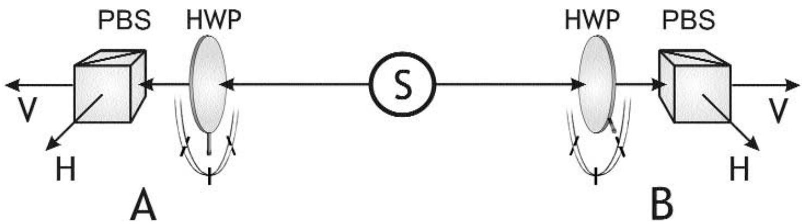

Abbildung 2: Experiment mit Photonenpaaren. Die Quelle S erzeugt Photonenpaare. Eines der Photonen wird zu MessapparatA, das andere Photon zu Messapparat B geschickt. Die Polarisation jedes Photons wird mit einem polarisierenden Strahlteiler (PBS) gemessen. Je nachdem, ob das Photon horizontal oder vertikal polarisiert ist, kommt es im H-Strahl oderV-Strahl heraus und kann dort nachgewiesen werden. Die Messung der Polarisation entlang verschiedener Richtungen erreicht man durch die Halbwellenplatte (HWP). Diese dreht die Polarisation des Photons um einen gewissen Winkel, der von der Orientierung der Halbwellenplatte abhängt. Die Messung der Polarisation mit feststehendem PBS und gedrehter HWP ist genau so, als wenn man die Messung mit einem gedrehten PBS gemacht hätte. Man kann damit die Polarisation entlang einer beliebigen Richtung messen.

4 Verschränkte Photonen

Die Polarisation ist eine Eigenschaft des Lichtes, die auch im Alltag bekannt ist. Sie beschreibt, in welcher Art das Licht schwingt, horizontal – hin und her, vertikal – auf und ab, oder in irgendeiner anderen Richtung. Fotografen verwenden zum Beispiel Polarisationsfilter, um gewisse Spiegelungen auszublenden. Auch einzelne Lichtteilchen, Photonen, tragen Polarisation. Nehmen wir ein beliebiges Photon und fragen wir nach seiner Polarisation. Wir nehmen also eine Messung seiner Polarisation vor und bestimmen, ob das Photon entlang einer bestimmten Richtung polarisiert ist oder nicht. Für das Photon gibt es nur zwei Möglichkeiten: Entweder ist es parallel zu dieser Richtung polarisiert oder rechtwinklig dazu.

Wir übertragen nun das Bild unserer Teilchenpaare auf Paare von Photonen. Man kann im Experiment sehr leicht Paare von Photonen erzeugen, bei denen die Polarisationen beider Photonen sehr eng miteinander zusammenhängen, also nach Schrödinger verschränkt sind, wie wir es vorher für die Teilchenpaare diskutiert hatten. Es gibt verschiedene Arten dieserVerschränkung. Welche vorliegt, hängt davon ab, welche Quelle man auswählt. Wir nehmen an, dass wir eine Quelle haben, wo beide Photonen immer die gleiche Polarisation zeigen. Entweder sind also beide Photonen horizontal oder beide vertikal polarisiert. Den drei Messungen x, y oder z entsprechen hier Messungen der Polarisation entlang von drei verschiedenen Richtungen (Abb. 2).

Durch die Kombination des polarisierenden Strahlteilers PBS mit einer gedrehten Halbwellenplatte HWP lässt sich die Polarisation entlang einer beliebigen Richtung messen. Wir betrachten drei verschiedene Stellungen der Halbwellenplatte HWP, was der Messung der Polarisationen entlang dreier verschiedener Richtungen entspricht. Wir bezeichnen die Resultate der Messung der Polarisation entlang der ersten Richtung mit H und V, entlang der zweiten Richtung mit H' und V' und entlang der dritten Richtung mit H'' und V''. Nun haben wir wieder drei verschiedene Messgrößen: die Polarisation entsprechend den drei möglichen Orientierungen des Polarisators undjeweils zwei Resultate, horizontal odervertikal, bezüglich der gewählten Richtung.

Betrachten wir wieder zuerst die Fälle, wo auf beiden Seiten bei A und B die Polarisation entlang der gleichen Richtung gemessen wird. Wieder treten auf beiden Seiten die gleichen Resultate auf. Es gibt also in diesem Fall nur die folgenden sechs Kombinationen: H-H, V-V, H'-H', V'-V', H''-H'' und V''-V''. Betrachten wir nun die Fälle, wo wir auf beiden Seiten verschiedene Polarisatorstellungen haben, so können wir die bisherige Bell'sche Ungleichung für Teilchen direkt in die jetzige Situation übersetzen. Wir brauchen nur das Resultat H, H' oder H'' in + übersetzen und das Resultat V, V' oder V'' in -. Die drei Orientierungen entsprechen den drei Messrichtungen der Polarisation, das heißt, den drei Einstellungen der Halbwellenplatte HWP. Wir erhalten damit die Bell'sche Ungleichung für polarisationsverschränkte Photonen:

$$\left[\begin{array}{c}\textit{Zahl der}\\ \textit{Paare, bei denen}\\ \textit{Photon 1 Polarisation } H\\ \textit{zeigt und Photon 2}\\ \textit{Polarisation } H'\end{array}\right] \leq \left[\begin{array}{c}\textit{Zahl der}\\ \textit{Paare, bei denen}\\ \textit{Photon 1 Polarisation } H\\ \textit{zeigt und Photon 2}\\ \textit{Polarisation } H''\end{array}\right] + \left[\begin{array}{c}\textit{Zahl de}\\ \textit{Paare, bei d}\\ \textit{Photon 1 Polari}\\ \textit{zeigt und Ph}\\ \textit{Polarisatio}\end{array}\right.$$

Damit haben wir eine direkt überprüfbare experimentelle Aussage gewonnen. Es ergibt sich nun die Frage, ob Photonen im Experiment tatsächlich diese Bedingung, diese Bell'sche Ungleichung erfüllen, oder ob sie sie verletzen, das heißt, ob die Zahl der Paare, wo das erste Photon die Polarisation H zeigt und das zweite die Polarisation H′, in gewissen Fällen größer sein kann als die Summe der beiden anderen Zahlen. Das Interessante ist nun, dass dieser Fall tatsächlich auftreten kann. Es wurde in zahlreichen Experimenten beobachtet [5], dass die Bell'sche Ungleichung nicht gilt. Die Bell'sche Ungleichung wird demnach von unseren Photonenpaaren verletzt. Es müssen also die Annahmen, die in ihre Herleitung eingeflossen sind, nämlich die Annahmen des lokalen Realismus, für unsere Photonenpaare nicht stimmen. Das Experiment sagt uns folglich, dass die Weltanschauung des lokalen Realismus nicht gilt. Eine philosophische Frage darüber, wie die Welt beschaffen ist, wurde also hier durch das Experiment eindeutig entschieden.

Interessanterweise wird genau diese Verletzung der Bell'schen Ungleichung theoretisch von der Quantenphysik vorhergesagt. Wir haben damit eine perfekte Übereinstimmung zwischen den Vorhersagen der Quantenphysik und der experimentellen Beobachtung, und einen Widerspruch zum Modell des lokalen Realismus.

5 Was kann das bedeuten?

Wie ist es möglich, dass eine so einfache Aussage wie die Bell'sche Ungleichung im Experiment nicht stimmt? Die Überlegungen, die zu der Ungleichung geführt haben, waren ja extrem einfach – so einfach, dass schon der griechische Philosoph Aristoteles sie hätte herleiten können. Man braucht dazu ja keine Quantenphysik. Aristoteles hätte aber sicher nie gedacht, dass dies ein interessantes Problem sein könnte. Im Gegenteil: Er hätte es wahrscheinlich als uninteressant abgetan, da sich die Natur vernünftigerweise so verhalten muss. Denken wir nur an unser Beispiel mit den identischen Zwillingen, das eine perfekte Erklärung der Korrelationen zwischen Zwillingspaaren lieferte. Quantenteilchen verhalten sich also nicht wie identische Zwillinge, obwohl sie die gleichen Resultate zeigen. Wenn wir an ihnen die gleiche Eigenschaft messen, kann dies nicht so wie bei Zwillingen dadurch erklärt werden, dass sie diese Eigenschaft bereits vor der Beobachtung getragen haben.

Welche Lehre ziehen wir also aus der Verletzung der Bell'schen Ungleichung? Da sie nicht stimmt, muss zumindest eine der Annahmen, die wir zu ihrer Herleitung getroffen haben, falsch sein. Was waren diese Annahmen?

Die erste Grundannahme war die des Realismus. Das war die Idee, dass ein experimentelles Resultat in irgendeiner Form durch Eigenschaften der Teilchen bestimmt ist. Die zweite Grundannahme war die Lokalitätsannahme. Das war die Annahme, dass die wirkliche physikalische Situation von, sagen wir, Messapparat B inklusive dem Teilchen b unabhängig davon sein muss, welche Messung gleichzeitig an Teilchen a durch den Messapparat A durchgeführt wird.

Eine dritte Annahme, die wir implizit verwendet haben, aber nicht explizit ausgedrückt haben, ist die, dass jedes Teilchen Instruktionen für alle drei Möglichkeiten besitzen muss. Die zugrunde liegende Annahme ist, dass es Sinn macht, sich zu überlegen, welche experimentellen Resultate auftreten könnten, auch wenn nur eine bestimmte Messung durchgeführt wird. Für den Fall der Zwillinge bedeutet dies, dass es Sinn macht, sich zu sagen, dass zum Beispiel große, blauäugige Zwillinge entweder blondes oder schwarzes Haar haben müssen, auch wenn man dies nicht beobachtet. Im Falle der Messung an zwei Teilchen bedeutet dies, dass es Sinn macht, sich zu überlegen, was das Resultat etwa bei der Schalterstellung z wäre, auch wenn man nur ein Teilchen an Schalterstellung x und das andere nur an Schalterstellung y misst.

Wir diskutieren nun einige der möglichen philosophiscqhen Konsequenzen des Zusammenbruchs des lokalen Realismus. Es könnte also sein, dass die Realitätsannahme nicht stimmt. Dies würde im Grunde genommen bedeuten, dass die experimentell beobachtete Eigenschaft in einem ganz konkreten Experiment nicht eine Eigenschaft der physikalischen Wirklichkeit ist, ehe die Beobachtung durchgeführt wird. Letztlich heißt das, dass die Wirklichkeitvon der Entscheidung des Beobachters abhängt, welche Messung er durchführt, denn der Beobachter, der ein bestimmtes Experiment macht, kann ja frei entscheiden, welche Messung er durchführt - das heißt in unserem Fall, welche Schalterstellung er wählt, oder entlang welcher Richtung er die Polarisation eines Photons misst. Der Zusammenbruch des Realismus würde bedeuten, dass das dann gemessene Resultat keine Eigenschaft reflektiert, die vor der Beobachtung und unabhängig von ihr existiert hat.

Es könnte auch sein, dass die Lokalitätsannahme nicht gilt. Ein solcher Zusammenbruch der Lokalität könnte zum Beispiel bedeuten, dass irgendetwas an unserer Vorstellung von räumlicher Trennung falsch ist. Zwei Orte, die uns als sehr getrennt erscheinen, wären für Quantensysteme nicht getrennt. Ein Quantensystem, das aus zwei oder mehr verschränkten Teilchen besteht, bleibt ein Ganzes, unabhängig davon, wie weit die einzelnen Komponenten des Systems voneinander getrennt sind. Man könnte aber auch ganz einfach annehmen, dass die verschiedenen Teile des Apparats Information mit unendlich großer Geschwindigkeit austauschen.

Ein Zusammenbruch der dritten Annahme würde bedeuten, dass man nur dann über Eigenschaften von Systemen sprechen darf, wenn sie tatsächlich beobachtet werden. Einfach ausgedrückt: die Frage ">Was wäre, wenn?"< wäre illegal. Dies widerspräche aber mit Sicherheit unserer Alltagserfahrung. Wir steuern unser Verhalten ja immer in der Weise, dass wir verschiedene Alternativen überlegen und bestimmte wegen der möglichen Konsequenzen ausschließen. Um zu wissen, was geschieht, wenn man beispielsweise eine dicht befahrene Autobahn zur Hauptverkehrszeit mit geschlossenen Augen überquert, ist es nicht unbedingt notwendig, dieses Experiment tatsächlich durchzuführen.

Zum gegenwärtigen Zeitpunkt besteht über die philosophische Frage, nämlich die Frage, was die philosophischen Konsequenzen der-Verletzung der Bell'schen Ungleichung sind, keine Übereinstimmung darüber, welche Position man stattdessen anzunehmen hat. Während Experimente klar ergeben haben, dass der lokale Realismus eine unhaltbare Position ist, ist nicht klar, welche philosophische Position man stattdessen annehmen kann. Die meisten Physiker interpretieren die Verletzung der Bell'schen Ungleichung in der Weise, dass sie sagen, die Quantenphysik sei nichtlokal. Diese Nichtlokalität ist genau das, was Albert Einstein als spukhaft bezeichnet hat, da wie durch einen Spuk die Messung an einem Teilchen das andere beeinflusst.

Die andere Möglichkeit wäre, das Bild einer Wirklichkeit aufzugeben, die in jeder Weise unabhängig von uns existiert. Dies würde bedeuten, dass wir durch unsere Messung, durch unsere Entscheidung, welche Messung wir durchführen, einen wesentlichen Einfluss darauf ausüben, was Wirklichkeit sein kann. Es gibt tatsächlich Hinweise darauf, dass dies wahrscheinlich die bessere Antwort ist. Das signifikanteste Resultat in diesem Zusammenhang ist das so genannte Kochen–Specker–Paradoxons [6]. Es würde zu weit gehen,

dies hier im Detail zu erläutern. Das Resultat muss unsjetzt ausreichen. Seine Aussage ist, dass es auch für einzelne Quantensysteme nicht möglich ist, ihnen Elemente der Realität zuzuordnen, die alle experimentellen Resultate erklären. Da Kochen und Specker nur Messungen an einzelnen Quantenteilchen betrachten, kommt die Lokalitätsannahme naturgemäß gar nicht zum Tragen.

Im Prinzip wäre aber noch eine ganz andere, extreme Position tragbar, oder zumindest denkbar. Dies wäre die Annahme eines totalen Determinismus. In diesem Fall wäre alles vorherbestimmt, einschließlich der Entscheidungen des Beobachters, welche Größe er an einem System misst. Es stellt sich also dann nicht die Frage, welche Eigenschaften die Teilchen hätten, wenn wir etwas anderes an ihnen messen, und der logische Gedankengang der Bell'schen Ungleichung kann gar nicht durchgezogen werden. Dass eine solche Position den Naturwissenschaften vollkommen den Boden unter den Füßen wegziehen würde, ist offenkundig. Welche Bedeutung hätte es, in einem Experiment eine Frage an die Natur zu stellen, wenn die Natur selbst diese Frage determinieren kann?

Während wir also hier die Antwort auf diese philosophischen Fragen offenlassen, gibt es Hinweise, dass all dies mit der Rolle der Information zu tun hat. Vielleicht ist es so, dass man die beiden Konzepte Information und Wirklichkeit nicht voneinander trennen darf.

Zitate

Literaturverzeichnis

[7] . Einstein, B. Podolsky und N. Rosen, ">Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?"<, Phys. Rev. 47, 777 (1935)

[4] . Schrödinger, ">Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik"<, Naturwissenschaften 23, 807; 823; 844 (1935)

[3] . S. Bell, ">On the Einstein Podolsky Rosen Paradox"<, Physics 1, 195-200 (1964)

[4] . P. Wigner, ">On hidden variables and Quantum mechanical probabilities"<, Am. J. Phys. 38, 1005 (1970)

[5] ür eine Übersicht siehe: A. Zeilinger, G. Weihs, T. Jennewein und M. Aspelmeyer, ">Happy centenary, photom"<, Nature 433, 230 (2005)

[6] . Kochen und E.Specker, ">The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics"<, Journal of Mathematics and Mechanics 17, 59 (1967)

[7] . Zeilinger, *Einsteins Schleier. Die neue Welt der Ouantenphysik.* C.H. Beck (2003)